

基于SM2的双方共同签名协议及其应用

苏吟雪 田海博

(中山大学数据科学与计算机学院广东省信息安全技术重点实验室 广州 510006)

摘要 移动互联网近年来发展迅速,移动智能设备的持有率大大增加,使用范围也不断扩大,保护用户信息安全的重要性也随之提升,但由于设备的计算能力有限,增加了密钥泄露的威胁,移动设备中存储的敏感信息也日益成为攻击目标,导致在移动设备上生成的数字签名在司法举证时难以认定是私钥的所有人签署.随着5G技术和物联网技术的发展,移动设备的应用将更加广泛,该问题亟待解决.5G技术的特点包括高带宽和低延迟,这为该问题的解决提供了可能性.双方共同签名是门限群签名的特殊形式,双方共同签名协议要求签名所用私钥的一部分存储在服务器中,增加了服务器认证用户的机会,进而加强了所生成数字签名的法律效力.SM2是国家密码管理局于2010年发布的椭圆曲线公钥密码算法,是国家公钥密码算法标准GM/T 0003.2-2012,包含了数字签名算法,密钥交换协议和公钥加密算法.基于SM2的共同签名协议依旧较少,缺乏高效的可证明安全的共同签名协议.因此本文提出了一个基于SM2的双方共同签名协议.该协议适用于单个服务节点服务大量客户端的场景,例如5G环境下的物联网场景.技术上看,该协议是可证明安全的,且服务器在进行一次共同签名时可以只进行一次标量乘计算.在基本协议的基础上,考虑实际需求,我们给出了一个扩展的应用协议,增加了服务器对客户端的认证和数字证书颁发的流程.

关键词 SM2;双方共同签名;可证明安全;随机预言机

中图分类号 TP391 **DOI号** 10.11897/SP.J.1016.2020.00701

A two-party SM2 signing Protocol and its application

SU Yin-Xue TIAN Hai-Bo

(GuangDong Province Key Laboratory of Information Security Technology, School of Data and Computer Science,
Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006)

Abstract With the rapid development of mobile internet in recent years, the proportion of smartphone, tablet and other intelligent mobile devices is greatly increased and the using range of intelligent mobile devices is also expanding. On the one hand, the expansion of the scale of the intelligent mobile devices users has increased the importance of protecting user information security; on the other hand, due to the limitation of the computing ability of intelligent mobile devices, the threat of key disclosure which stored in those mobile devices increases. In other words, the sensitive information stored in mobile devices is increasingly becoming the attack target. As a result, it is difficult to judge the real signer of a digital signature which is generated on mobile devices at the time of judicial proof which reduces the legal validity of digital signature. With the deep integration and development of 5G technology and internet of things technology, the applications and using range of mobile devices would be more extensive, so the problem needs to be solved urgently. Fortunately, the typical characteristics of 5G technology include high bandwidth and low delay, which provides the possibility to solve the problem, such as improving the computing efficiency at the cost of

收稿日期:2019-08-19;在线出版日期:2020-02-07. 本课题得到得到国家重点研发计划(No. 2017YFB0802500),国家自然科学基金项目(No. 61672550, No. 619724290)和广东省自然科学基金项目(No. 2018A0303130133)资助. 苏吟雪, 硕士研究生, 主要研究领域为信息安全、密码协议. E-mail: syxed@qq.com. 田海博(通信作者), 博士, 副教授, 主要研究领域为安全协议设计与分析、区块链技术. E-mail: tianhb@mail.sysu.edu.cn.

communication. The two-party signing protocol is a special case of threshold group signature. The two-party signing protocol requires that part of the private key used for signing is stored in the server, which increases the chance for the server to authenticate the user, and in turn strengthens the legal effect of the generated digital signature. SM2 is an elliptic curve public key cryptography algorithm released by the State Cryptography Administration in 2010 and its security mainly depends on the discrete logarithm problem of elliptic curve, and the SM2 algorithm includes digital signature algorithm, key exchange protocol and public key encryption algorithm. SM2 has become China's public key algorithm standard GM/T 0003.2-2012 and is of great significance to China's information security construction. Currently, there are still fewer protocols of two-party SM2 signing. The existing works are basically flawed in security provable or efficiency. Therefore, this paper proposes a new two-party signing protocol based on SM2 which could properly achieve the balance of the security provable and efficiency. This protocol is applicable to the scenario where a single service node serves a large number of clients, such as the internet of things scenario in 5G environment. The scheme is provable secure, and the server can perform only a scalar multiplication when it participates in a two-party signing, which is the advantage of the protocol. Meanwhile, there would be some new requirements in the actual operation of the common signature protocol, such as the signer need to issue a digital certificate for the common public key, or the one party want to authenticate the another party before using the private key part he stored. Therefore based on our algorithm and considering these practical requirements, we present an application protocol, which extends the procedures of client authentication and digital certificate generation.

Keywords SM2; two-party signing; provable secure; random oracle

1 引 言

移动互联网在近几年来发展十分迅速,智能手机,平板等等智能移动设备的持有和使用比例都大大增加,使用范围也不断扩大. 据统计^[1],截至2018年,我国网民规模达到8.29亿人,手机用户达到8.17亿人,网络购物用户规模达到6.10亿人,线下手机网络支付的用户已经到达5.83亿人. 一方面,用户规模的扩大使保障用户信息安全的重要性上升;另一方面,由于智能移动设备本身的计算能力的限制,通常采用软件模块来保存密钥至本地或者智能芯片中^[2],这增加了密钥泄露的威胁,甚至使得移动设备生成的数字签名不再具有法律效力. 随着5G技术和物联网技术的深度融合发展,移动设备的数量只会越来越多,因此该问题越来越引起人们的重视. 另一方面,5G技术的典型特点包括高带宽和低延迟,这为以通信代价换取计算效率的提升提供了基本条件.

双方共同签名是门限群签名^[3]的特例. 门限群签名是基于门限秘密共享^[4]和数字签名技术的结

合. 根据是否有可信第三方参与^[5],门限群签名可以大致分为两大类,这两类在设计上和应用上分别存在一些需要克服的难题. 在 (k, t) 门限群签名中, k 方共享密钥,任意大于等于 t 的共享方都可以对消息进行有效签名. 从这个意义上,双方共同签名可以看成 $(2, 2)$ 门限群签名. 在移动互联网场景下,双方共同签名主要有两个优点. 第一,密钥的分散存储提升了私钥的安全性,提高了攻击门槛;第二,用户与服务器合作签名的方式也提供了服务器认证用户的机会,增强了用户所生成数字签名的法律效力.

SM2^[6]是国家密码管理局于2010年发布的椭圆曲线公钥密码算法,包含了数字签名算法,密钥交换协议和公钥加密算法. SM2已成为我国公钥算法标准 GM/T 0003.2-2012,并进入国际标准 ISO/IEC 14888-3:2016中,对我国的信息安全建设有重要意义. 椭圆曲线密码体制^[7]是1985年提出的,它的安全性主要依赖于椭圆曲线离散对数困难问题.

当前,基于SM2的共同签名协议只有几件专利和少数几篇论文,缺乏高效的可证明安全的共同签

名协议. 本文的目标是给出一个新的基于SM2的双方共同签名协议, 并给出实际的应用协议. 该协议主要有两个特点, 一是可证明安全, 二是服务器计算量较少. 应用协议包含了数字证书颁发和客户端认证的流程. 值得注意的是, 该协议是针对SM2签名算法的特定结构设计的, 并不是一般化的构造, 不能直接推广到ECDSA等数字签名算法. 这与本文追求的效率和安全性目标一致.

1.1 相关工作

根据SM2签名是否有安全性证明, 我们可以把基于SM2的共同签名协议分为两类.

Lin等人^[8]在2014年公开了一个基于SM2的双方共同签名协议, 签署双方只需要一轮通信和3次标量乘, 效率极高. Jie等人^[9]在2016年提出了一个无可信第三方的SM2门限签名协议. 该协议基于秘密共享和安全多方计算技术, 各方协作生成共同签名的各个部分, 直至获得最终签名, 通信代价和计算代价都比较高. Zhang等人^[10]在2017年公开了一个基于SM2的双方共同签名协议, 增加了盲签名的特性. Yang等人^[11]在2017年公开了一个基于SM2的双方共同签名协议, 需要两轮通信和3次标量乘. Ding等人^[2]在2018年提出了基于SM2的双方共同签名协议和一个门限群签名协议. 这两个协议先对私钥进行计算, 然后再分享秘密份额, 属于新的设计思路.

上述协议有些是专利技术, 没有安全性分析, 有些在论文中仅提供了非正式的安全分析, 缺乏严格的安全性证明. He等人^[12]给出了一个双方共同SM2签名协议. 该协议基于同态加密和零知识证明构造, 给出了安全模型和安全性证明, 且签名双方只需要一次通信, 是目前具有安全性证明的较为高效的协议. 我们注意到其它典型签名算法的双方共同签名协议在提供了安全性证明之后, 构造上也较为复杂. 例如Gilboa^[13]给出了一个双方共同生成RSA模数和私钥的协议, 使用了不经意传输和同态加密等算法. MacKenzie和Reiter^[14]提出了一个可证安全的关于DSA数字签名算法的双方共同签名协议, 在构造上采用了零知识证明和同态加密算法. Lindell^[15]给出了一个可证安全的关于ECDSA的双方共同签名协议, 在构造上使用了Paillier同态加密和零知识证明.

1.2 主要贡献

本文提出了一个新的SM2共同签名协议. 该协议首先是可证明安全的, 然后该协议需要两轮通

信和4次标量乘, 没有同态加密或者零知识证明的计算需求, 性能与不提供安全性证明的协议接近. 在使用预计算技术的情况下, 服务器端在线完成一次两方共同签名, 仅需1次标量乘运算.

2 背景知识

定义 p 为大素数, F_p 为有限域. 选择 $a, b \in F_p$ 作为椭圆曲线 E 的参数, 定义 P 为椭圆曲线 E 上的一点, 并且将其作为群 G 的生成元. 群 G 的阶为 q . 定义 $H_v(\cdot)$ 为摘要长度为 v 比特的哈希算法.

2.1 SM2签名算法

SM2签名算法^[6]包含了以下四个步骤.

(1) 初始化(Setup): 给定安全参数 λ , 生成椭圆曲线参数 $params = (p, a, b, P, q)$ 并输出.

(2) 密钥生成(Key): 给定参数后, 选择随机数 $x \in Z_q^*$ 作为私钥, 计算 $Q = x \cdot P$ 作为公钥, 输出 (Q, x) 作为公私钥对.

(3) 签名算法(Sign): 给定参数 $params$, 私钥 x 以及消息 m , 签名者将执行以下步骤:

① 计算 $Z = H_v(ENTL || ID_A || a || b || P || pk)$, 其中 ID_A 是用户的可辨别标识, $ENTL$ 是 ID_A 的长度, 计算 $\bar{M} = Z || M$;

② 计算 $e = H_v(\bar{M})$;

③ 选择随机数 $k \in Z_q^*$, 计算椭圆曲线点 $R = k \cdot P = (x_1, y_1)$;

④ 计算 $r = x_1 + e \bmod q, s = (1 + x)^{-1}(k - r \cdot x) \bmod q$;

⑤ 输出签名 $\delta = (r, s)$.

(4) 验证算法(Ver): 给定参数 $params$, 公钥 $Q = x \cdot P$, 消息 m' 以及它的签名 $\delta' = (r', s')$, 验证算法运行如下:

① 检验 $r', s' \in Z_q^*$ 是否成立;

② 设 $\bar{M}' = Z || M'$, 计算 $e' = H_v(\bar{M}')$;

③ 计算 $t = r' + s'$, 若 $t = 0$ 则验证不通过; 否则计算椭圆曲线点 $R' = s' \cdot P + t \cdot Q = (x_1', y_1')$, 验证 $r' = e' + x_1' \bmod q$ 是否成立. 验证通过则输出1, 否则输出0.

2.2 数字签名算法安全模型

数字签名算法的安全模型中包含挑战者C和敌手Adv. 挑战者与敌手运行如下的攻击游戏.

定义1. 数字签名算法攻击游戏给定一个数字签名算法(Setup, Key, Sign, Ver). 挑战者C运

行 Setup 和 Key 算法并把生成的系统参数 para 和验证公钥 vk 给敌手 Adv. Adv. 可以进行 m 次训练, 即输入的消息为 (M_1, \dots, M_m) , 由挑战者给出合格的数字签名 $(\delta_1, \dots, \delta_m)$. 在训练后, 如果敌手 Adv 能够给出一个有效的消息签名对 (M^*, δ^*) , 并且消息 $M^* \notin \{M_1, \dots, M_m\}$, 那么我们就称敌手成功地伪造了签名, 并将该事件称为 $Event_{Adv}$. 可以用如下公式表示:

$$Event_{Adv} = \left\{ \begin{array}{l} (\delta_1, \dots, \delta_m) \leftarrow Adv^{C(sk, \cdot)}(M_1, \dots, M_m) \\ (M^*, \delta^*) \leftarrow Adv(M_1, \dots, M_m, \delta_1, \dots, \delta_m) \\ M^* \notin \{M_1, \dots, M_m\} \\ 1 \leftarrow Ver(M^*, \delta^*) \end{array} \right\}$$

定义 2. 在定义 1 所述的攻击游戏中, 如果事件 $Event_{Adv}$ 出现的概率可以忽略, 那么数字签名算法具有不可伪造性.

2.3 知识提取假设

Damgård 等人在 1991 年提出了一个假设^[16], 即知识提取假设版本 1 (KEAv1), 该假设定义如下:

定义 3. (KEAv1) 设 T 是任意多项式时间算法, 输入 $(P, \alpha P)$, 生成 $(\beta P, \beta \alpha P)$, 其中 β 是 T 选择的, 那么存在另外一个多项式时间算法 T^* , 输入与 T 相同, 使用的随机纸带与 T 相同, 但是能够以 $1 - \sigma$ 的概率输出 $(\beta, \beta P, \beta \alpha P)$, 其中 σ 是可以忽略的量.

KEAv1 在一般化的群表示模型中得到了验证^[17], 这为它的合理性提供了证据.

2.4 共同签名协议安全模型

协议中由两个实体 Alice 和 Bob 来完成签名. 为了更清晰地描述签名过程, 我们将 Alice 运行的协议部分定义为 Π_A , 将 Bob 运行的协议部分定义为 Π_B . 我们假设攻击者为 Eve. Eve 可以通过指令或者消息来触发 Π_A 或 Π_B , 或者攻击者可以腐化其中一方的诚实参与者, 获得该参与者的所有信息, 并模仿其与另一个诚实参与者签署协议. 我们将在随机预言机模型下证明其安全性, 下面给出两个定义.

定义 4. (共同签名协议攻击游戏) 给定两个诚实参与者, Alice 和 Bob. 我们将一个基于 SM2 的双方共同签名协议 Π 定义为 (Π_A, Π_B) . 在 Eve 最多腐化一个诚实参与者 b 的情况下, $b \in \{A, B, \perp\}$. Eve 可以进行 m 次训练, 即输入的消息为 (M_1, \dots, M_m) , 与诚实参与者执行签名协议交互, 然后得到相应的数字签名 $(\delta_1, \dots, \delta_m)$. 在训练后, 如果攻击者 Eve 能够给出一个消息签名对

(M^*, δ^*) , 并且消息 $M^* \notin \{M_1, \dots, M_m\}$, 且签名 δ^* 的生成过程中未曾与诚实参与者的签名协议交互, 那么我们就称攻击者成功地伪造了签名, 并将该事件称为 $Event_F$. 可以用如下公式表示:

$$Event_F = \left\{ \begin{array}{l} \Pi = (\Pi_A, \Pi_B) \\ b \in \{A, B, \perp\} \\ (\delta_1, \dots, \delta_m) \leftarrow Eve^{\{\Pi\}_{\{A, B, \perp\} \setminus \{b\}}}(M_1, \dots, M_m) \\ (M^*, \delta^*) \leftarrow Eve(M_1, \dots, M_m, \delta_1, \dots, \delta_m) \\ M^* \notin \{M_1, \dots, M_m\} \\ (M^*, \delta^*) \text{有效} \end{array} \right\}$$

在定义 4 中, 攻击者可能会从 Alice 和 Bob 中选择一个进行腐化, 也可能不腐化任何诚实参与者, 当攻击者腐化其中某一个诚实参与者之后, 攻击者就只需跟另外一个参与者交互即可, 当攻击者没有腐化诚实参与者时, 攻击者就要跟两个诚实参与者交互, 表示为 $\{\Pi\}_{\{A, B, \perp\} \setminus \{b\}}$. 当攻击者腐化 Alice 参与者时, 攻击者需要通过向 Bob 发送第一轮消息, 通过消息触发 Bob 进入一轮协议的执行, 并尝试伪造签名. 当攻击者腐化 Bob 参与者时, 攻击者通过程序调用的方式向 Alice 发送待签名消息, 触发 Alice 进入一轮协议的执行, 并尝试伪造签名.

消息 (M_1, \dots, M_m) 由攻击者 Eve 自适应选择, 即消息 M_i 的选择取决于前 $i-1$ 次交互的情况.

接下来, 我们对不可伪造性给出定义.

定义 5. 在定义 4 所述的攻击游戏中, 如果事件 $Event_F$ 出现的概率可以忽略, 那么签名协议 Π 具有不可伪造性.

3 共同签名协议

共同签名协议包括 Alice 和 Bob 两方, 我们设定签名是由 Alice 发起的. 具体协议可以分为密钥生成和签名两个子协议. 以下对协议进行详细描述.

(1) 共同密钥生成

① Alice 随机秘密选择 $d_A \in Z_q^*$, 计算 $pk_A = d_A \cdot P$, 然后 Alice 发送 pk_A 给 Bob.

② Bob 随机秘密选择 $d_B \in Z_q^*$, 计算 $pk_B = d_B \cdot P$, 然后 Bob 发送 pk_B 给 Alice. 计算 $pk = d_A d_B P - P$, pk 是 Alice 和 Bob 的共同公钥, d_A 和 d_B 分别是 Alice 和 Bob 的部分私钥, pk_A 和 pk_B 分别是 Alice 和 Bob 的公钥分量. Alice 和 Bob 分别存储 (pk, d_A, pk_B) 和 (pk, d_B, pk_A) .

2)共同签名生成

① Alice 选择一个随机数 $k_A \in Z_q^*$, 并计算 $R_A = k_A \cdot P$ 和 $R_A' = k_A \cdot pk_B$, 向 Bob 发送 R_A, R_A' .

② Bob 收到消息后, 验证 $R_A = d_B \cdot R_A'$, 验证失败则退出协议, 否则选择一个随机数 $k_B \in Z_q^*$, 计算 $R_B = k_B \cdot pk_A$, $R_B' = k_B \cdot P$, 并发送 R_B, R_B' 给 Alice.

③ Alice 收到消息后, 验证 $R_B = d_A \cdot R_B'$, 验证失败则退出协议, 否则计算椭圆曲线群元素 $R' = R_A + R_B = (x_A, y_A)$, 计算 $r = H(Z_A \| M) + x_A \bmod q$ 和 $s' = (k_A + r)d_A^{-1} \bmod q$, 并将 s' 发送给 Bob.

④ Bob 收到 s' 以后计算 $t = (s' + k_B)d_B^{-1} \bmod q$, 并将 t 发送给 Alice.

⑤ Alice 收到 t 以后, 计算 $s = t - r$, 输出数字签名 (r, s) .

3.1 正确性分析

根据 SM2 数字签名的验证算法, 只需要计算椭圆曲线点 $R' = s' \cdot P + t \cdot Q = (x_1', y_1')$, 并验证 $r' = e' + x_1' \bmod q$ 是否成立. 表 1 中给出了协议的直观描述, 可以看到, 我们的协议具有以下恒等关系:

$$\begin{aligned} R' &= s' \cdot P + t \cdot pk \\ &= (t - r)P + t(d_A d_B P - P) \\ &= tp - rp + td_A d_B P - tp \\ &= -rp + ((s' + k_B)d_B^{-1})d_A d_B P \\ &= -rp + (s' + k_B)d_A P \\ &= -rp + ((k_A + r)d_A^{-1} + k_B)d_A P \\ &= -rp + (k_A + r)P + k_B d_A P \\ &= k_A P + k_B PK_A \\ &= R_A + R_B \end{aligned}$$

因此, 本协议的正确性可以得到验证.

3.2 效率分析

因为目前具有安全性证明的 SM2 共同签名协议只有 He 等人^[12]的提议, 表 2 中给出三个协议的效率分析. 定义 Hom 表示一次 Parillier 加密或者解密运算, ZK 表示一次零知识证明或者验证运算, Exp 表示一次模幂运算或一次标量乘运算. 当某一方所做运算与对方的消息或者待签名的消息无关时, 该运算可以预先进行, 通常这部分运算称为线下运算. 与之对应的, 则是线上运算. 通常认为线上运算是一个更为关键的计算考量指标. 因此我们单独列出了线上运算所需的运算量.

表 1 共同签名生成协议

Alice	Bob
计算 $R_A = k_A \cdot P$, $R_A' = k_A \cdot pk_B$	
	验证 $R_A = d_B \cdot R_A'$ 计算 $R_B = k_B \cdot pk_A$ $R_B' = k_B \cdot P$
	$\xrightarrow{R_A, R_A'}$
	$\xleftarrow{R_B, R_B'}$
验证 $R_B = d_A \cdot R_B'$ 计算 $R' = R_A + R_B =$ (x_A, y_A) 计算 $Z_A =$ $H(ENTL \ ID_A \ a b P pk)$ 计算 $r = H(Z_A \ M) +$ $x_A \bmod q$ 计算 $s' = (k_A + r)d_A^{-1} \bmod q$	
	$\xrightarrow{s'}$
	计算 $t = (s' +$ $k_B)d_B^{-1} \bmod q$
	\xleftarrow{t}
计算 $s = t - r$ 输出签名 (r, s)	

在没有安全性证明的共同签名协议中, 效率最高的协议在林等人^[8]的专利中. 他们的协议只需要一轮通信, Alice 需要 1 次 Exp, Bob 需要 2 次 Exp. 考虑预计算后, Alice 不需要线上的 Exp 运算, Bob 只需要 1 次 Exp 运算. 本文的协议在效率上与林等人^[8]的协议接近.

表 2 效率对比

消息 轮数	主要计算量		线上主要计算量	
	Alice	Bob	Alice	Bob
	2Exp+	4Exp+	1Exp+	3Exp+
He 等人 ^[12]	1	2Hom+	2ZK	2ZK
		2ZK	1ZK	1ZK
本文	2	2Exp	2Exp	1Exp
Lin 等人 ^[8]	1	1Exp	2Exp	0
			1Exp	1Exp

4 安全性分析

在这一节中, 我们将对共同签名协议的安全性进行一个正式的分析. 在第二章中, 我们已经给出了安全模型.

4.1 安全性证明

定理 1. 设 KEAv1 成立的概率是 $1 - \epsilon_{KEAv1}$, 攻击者可以获得 m 条消息的共同签名, 询问随机预言机的次数最多为 o 次, 随机预言机的输出空间为 n , 攻击者攻击共同签名协议成功的概率为 ϵ_{Eve} , 那么存在仿真算法 $SM2.Sim$ 能够成功伪造 SM2 数字签名的概率至少为 $\frac{2}{3} (1 - \frac{o}{n}) (1 - \frac{2}{3} m \epsilon_{KEAv1}) \epsilon_{Eve}$.

证明. SM2 数字签名体制包含 (SM2. Setup, SM2. Key, SM2. Sign, SM2. Ver) 等算法, 并且定义一个 SM2 体制的攻击者 $SM2.Sim$. 该攻击者仿真签名协议 Π 中的两个诚实参与者, 与攻击者 Eve 进行交互, 希望 Eve 在生成伪造的签名时, 能够同步地生成针对原 SM2 体制的数字签名. $SM2.Sim$ 从 SM2.Setup 和 SM2.Key 算法中获取系统参数和验证密钥 vk . 之后 $SM2.Sim$ 将 vk 作为共同公钥, 并且随机选择 $sim.b \in \{A, B\}$, 选择私钥 $sk_{sim.b} \in Z_q^*$. 如果 $sim.b = A$, $SM2.Sim$ 就设置 $d_A = sk_{sim.b}$, 否则设置 $d_B = sk_{sim.b}$. 当 $sim.b = A$ 时, 此时 $d_B = \log_p (vk + P)^* (sk_{sim.b})^{-1}$. 由此可知, $SM2.Sim$ 显然只能模拟 Alice 和 Bob 其中一方的密钥, 而不知道另一方的密钥.

下面描述 $SM2.Sim$ 和 Eve 的交互过程. 我们假设 Eve 的交互是按签名步骤进行的:

(1) 首先 Eve 选择 $b \in \{A, B, \perp\}$, 这里可分为三种情况, 如果 $b = sim.b$, 那么 $SM2.Sim$ 就把自己所仿真的诚实参与者的状态和私钥交给 Eve, 并且停止对参与者 $sim.b$ 的仿真; 如果 $b = \perp$, 则 $SM2.Sim$ 自己仿真两个诚实参与者, 与 Eve 进行交互; 若 $b \neq sim.b$ 且 $b \neq \perp$, 则 $SM2.Sim$ 仿真游戏失败.

(2) 在第一种情况中, 又可分为两种情况进行讨论

1) 如果 $b = sim.b = B$, 那么 $SM2.Sim$ 随机选择私钥分量 $d_B \in Z_q^*$, 并将 (d_B, pk, pk_A) 提供给 Eve. 而 $SM2.Sim$ 需要向 Eve 仿真 Alice 的协议, $SM2.Sim$ 拥有 (pk, pk_B) , 其中 $pk_B = d_B P$.

① $SM2.Sim$ 维护一个随机预言机, 该预言机输入为有限长的字符串, 当输入为 $Z_A || M_i$ 时, 则返回保存的对应哈希值, 如果没有记录则停止游戏. 注意到本文的共同签名协议中只有 Alice 一方需要计算哈希函数.

② 当 Eve 要求 Alice 对消息 M_i 进行签署时, $SM2.Sim$ 首先向 SM2 挑战者提交 M_i , 然后获得消

息 M_i 的数字签名 (r_i, s_i) . 之后 $SM2.Sim$ 仿真 Alice 形成第一条消息, 即选择一个随机数 $k_A \in Z_q^*$, 并计算 $R_A = k_A \cdot P$ 和 $R_A' = k_A \cdot pk_B$, 向 Eve 发送 R_A, R_A' .

③ 当 $SM2.Sim$ 收到 Eve 返回的第一条信息 (R_B, R_B') 后, $SM2.Sim$ 把 Eve 看作算法 T, 输入为 (P, pk_A) , 输出为 $(k_B P, k_B pk_A)$, 根据 KEAv1, 此时存在一个算法 T^* , 在输入 (P, pk_A) 后, 能够输出 $(k_B, k_B P, k_B pk_A)$, 即可以获得 k_B . 如果该过程运行失败, 就说明 Eve 没有诚实生成该消息, 则 $SM2.Sim$ 停止协议执行. 若运行成功, 则 $SM2.Sim$ 计算 r 和 s' , 由于 $SM2.Sim$ 没有 Alice 的私钥分量 d_A , 所以通过挑战者返回的数字签名来计算 s' , 即 $s' = (r_i + s_i) d_B - k_B$, 并将 s' 返回给 Eve. 同时 $SM2.Sim$ 设置随机预言机对 $Z_A || M_i$ 的响应为 $r_i - x_A$.

④ 当 $SM2.Sim$ 收到 Eve 返回的第二条消息 t 时, $SM2.Sim$ 检验 t 是否等于 $s_i + r_i$, 如果不相等则退出协议, 否则输出 (r_i, s_i) 作为对消息 M_i 的签名.

2) 如果 $b = sim.b = A$, 那么 $SM2.Sim$ 随机选择私钥分量 $d_A \in Z_q^*$, 并且将 (d_A, pk, pk_B) 提交给 Eve. 而 $SM2.Sim$ 需要向 Eve 仿真 Bob 的协议, $SM2.Sim$ 拥有 (pk, pk_A) , 其中 $pk_A = d_A P$.

① $SM2.Sim$ 维护一个随机预言机, 该预言机输入为有限长的字符串, 当输入为 $Z_A || M_j$ 时, 则返回保存的对应哈希值, 如果没有记录则向 SM2 挑战者提交消息 M_j 并且请求签名, 然后获得消息 M_j 关于私钥 vk 的数字签名 (r_j, s_j) , 如果此时 $SM2.Sim$ 已经与攻击者完成了该会话的第一轮消息交互, 则计算 $(x_A, y_A) = R_A + R_B$, 并设置随机预言机对 $Z_A || M_j$ 响应为 $r_j - x_A$. 否则停止游戏. 注意到按照协议规范, Alice 一方计算哈希函数的时机是在第一轮消息交互完成之后.

② 当 $SM2.Sim$ 收到 Eve 发送第一条消息 R_A, R_A' 时, 假设 Eve 诚实地执行了协议, 那么此时 $SM2.Sim$ 把 Eve 看作算法 T, 输入为 (P, pk_B) , 输出为 $(k_A P, k_A pk_B)$, 根据 KEAv1, 此时存在一个算法 T^* , 在输入 (P, PK_A) 后, 能够输出 $(k_A, k_A P, k_A pk_B)$, 即可以获得 k_A . 如果该过程运行失败, 就说明 Eve 没有诚实生成该消息, 则 $SM2.Sim$ 停止协议执行. 若运行成功, 则 $SM2.Sim$ 选取随机数 $k_B \in Z_q^*$, 计算 R_B 和 R_B' , 并发送 (R_B, R_B') 给 Eve.

③ 当 $SM2.Sim$ 收到 Eve 的第二条消息 s' 后, 需要给 Eve 返回响应 t . 但注意到 $SM2.Sim$ 并没有 Bob

的私钥分量来计算 t , 因此 $SM2.Sim$ 找到之前 $SM2$ 挑战者为本轮消息 M_j 生成的 $SM2$ 数字签名 (r_j, s_j) , 并发送 $r_j + s_j$ 给 Eve 作为响应.

3) 如果 $b = \perp$, 那么 $SM2.Sim$ 需要仿真 Alice 或者 Bob 的协议. 若 $sim.b = A$, $SM2.Sim$ 随机选择 $d_B \in Z_q^*$, 并诚实地运行 Bob 部分的协议, 此时交互过程大致与步骤 2) 类似, 此时不再需要通过 $KEAv1$ 来提取 Bob 的随机数 k_B ; 若 $sim.b = B$, $SM2.Sim$ 随机选择 $d_A \in Z_q^*$, 并诚实地运行 Alice 部分的协议, 此时交互过程大致与步骤 1) 类似, 此时不再需要通过 $KEAv1$ 来提取 Alice 的随机数 k_A .

下面我们对上述签名过程进行分析.

当 Eve 经过充分的训练, 给出一个伪造的签名对 (M^*, δ^*) 之后, 由于公钥和系统参数都相同, $SM2.Sim$ 就能够把该签名作为 $SM2$ 算法的有效伪造签名. 下面我们分析 $SM2.Sim$ 成功的概率.

首先我们需要确认 Eve 已经受到合格的训练, 难以区分 $SM2.Sim$ 提供的仿真环境和真实的与 Alice 和 Bob 交互的环境. 当然即使是攻击者与真实的 Alice 和 Bob 交互, 我们也可以要求攻击者、Alice、Bob 的所有哈希操作都需要经过随机预言机的查询才能实现. 攻击者最多询问 m 个消息的签名, 最多 o 次查询随机预言机, 设哈希函数的输出空间为 n , 那么攻击者未经随机预言机查询而得到一个合格的输出的概率是 $1/n$, 那么在整个攻击过程中, 攻击者最多有 o/n 的概率能区分随机预言机的输出, 那么不能区分的概率就是 $1 - o/n$.

在 Eve 与 $SM2.Sim$ 交互时, $SM2.Sim$ 会在 Eve 询问随机预言机的时机不对时会停止游戏. 这是由协议实际运行时, 哈希函数计算的时机和执行计算的实体决定的, 我们在概率分析时不作为仿真者失败的概率.

在 Eve 与 $SM2.Sim$ 交互时, $SM2.Sim$ 在按照 $KEAv1$ 假设提取随机数失败时会停止游戏, 这与协议实际运行时, Alice 或者 Bob 会检查对方是否有按照协议规范运行的过程是一致的, 同样不作为仿真者失败的概率.

下面, 我们断言攻击者的所有哈希操作都需要经过随机预言机查询得到, 然后继续分析 $SM2.Sim$ 成功的概率. $SM2.Sim$ 事先并不清楚 Eve 腐化的对象是 Alice、Bob 还是不腐化, 因此 $SM2.Sim$ 有仿真游戏失败的可能. 我们用 $Event_0$ 来表示 $SM2.Sim$ 仿真失败的事件, $Event_1$ 表示 $SM2.Sim$ 选择 $sim.b = A$

的事件, $Event_2$ 表示 $SM2.Sim$ 选择 $sim.b = b$ 的事件, $Event_3$ 表示 Eve 腐化 Alice 的事件, $Event_4$ 表示 Eve 腐化 Bob 的事件, 假设这四个事件发生的概率服从均匀分布, 那失败的概率为:

$$\begin{aligned} Pr(Event_0) &= Pr(Event_1 \wedge Event_4) + \\ &\quad Pr(Event_2 \wedge Event_3) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

那么这一步成功的概率就是 $2/3$.

下面我们继续假设 $SM2.Sim$ 在第一步仿真游戏是成功的, 然后继续分析 $SM2.Sim$ 成功的概率. 我们用 $Event_5$ 、 $Event_6$ 、 $Event_7$ 来分别表示步骤 1)、2)、3) 来进行分析. 显然, 任何一个事件中若 Eve 能够给出伪造签名都会导致 $SM2.Sim$ 的伪造成功, 因此伪造成功的概率可以描述为:

$$Pr(Event_F) = Pr(Event_5) + Pr(Event_6) + Pr(Event_7)$$

对于 $Event_5$, Eve 的每一次签名请求, 在整个仿真过程中有三个地方与实际执行过程不同: (1) 步骤 1) 中的①子步骤使用了随机预言机, 对于引入随机预言机造成的差异, 我们已经在分析开始的部分进行了统一的分析, 因此差异 (1) 可以在此忽略; (2) 步骤 1) 中的③子步骤采用 $KEAv1$ 得到的 k_B , k_B 由 $KEAv1$ 得到, 如果 $KEAv1$ 不成立的概率是 ϵ_{KEAv1} , 那么差异 (2) 不可区分的概率为 $1 - \epsilon_{KEAv1}$; (3) 步骤 1) 中的③子步骤没有用 Alice 的私钥分量生成 s' , 而是通过 $SM2$ 挑战者返回的数字签名和 k_B 来计算 s' , $SM2.Sim$ 生成 s' 的概率分布取决于 $SM2$ 挑战者的响应, 在 $SM2$ 签名算法中, 若密钥确定, 则其随机性取决于一个 $\{1, \dots, q-1\}$ 中的随机数; 在实际执行过程中, Alice 计算 s' 的过程中, 随机性取决于 k_A , 即一个 $\{1, \dots, q-1\}$ 中的随机数, 因此就随机性上并没有引入新的概率差异.

当 Eve 不能区分 $SM2.Sim$ 的仿真签名和真实签名过程时, 在询问 m 次后, 按照假设最终 Eve 给出一个伪造的签名 (M^*, δ^*) , 且 $M^* \notin \{M_1, \dots, M_m\}$, 共同公钥为 vk . 此时 (M^*, δ^*) 是一个有效的 $SM2$ 伪造签名.

设攻击者在充分训练后成功的概率是 ϵ_{Eve} , 那么

$$\begin{aligned} Pr(Event_5) &\geq \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1 - m \cdot \epsilon_{KEAv1}) \epsilon_{Eve} \\ &= \frac{2}{9} (1 - m \epsilon_{KEAv1}) \epsilon_{Eve} \end{aligned}$$

对于 $Event_6$, Eve 的每一次签名请求, 与 $Event_5$ 情况类似, 那么

$$\begin{aligned} Pr(Event_6) &\geq \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1 - m \cdot \epsilon_{KEA_{v1}}) \epsilon_{Eve} \\ &= \frac{2}{9} (1 - m \epsilon_{KEA_{v1}}) \epsilon_{Eve} \end{aligned}$$

对于 $Event_7$, Eve 的每一次签名请求, 与 $Event_5$ 情况类似, 但不需要通过 KEA_{v1} 来得到 k_B , 与真实情况相比没有第二项差异, 因此

$$Pr(Event_7) \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \epsilon_{Eve} = \frac{2}{9} \epsilon_{Eve}$$

综合考虑随机预言机的影响, 并且 KEA_{v1} 不成立的概率 $\epsilon_{KEA_{v1}}$ 是可以忽略不计的量, 则可以得到:

$$\begin{aligned} Pr(Event_F) &= Pr(Event_5) + Pr(Event_6) + Pr(Event_7) \\ &\geq (1 - \frac{o}{n}) (\frac{2}{9} (1 - m \epsilon_{KEA_{v1}}) \epsilon_{Eve} \\ &\quad + \frac{2}{9} (1 - m \epsilon_{KEA_{v1}}) \epsilon_{Eve} + \frac{2}{9} \epsilon_{Eve}) \\ &\geq (1 - \frac{o}{n}) (\frac{2}{3} \epsilon_{Eve} - \frac{4}{9} m \epsilon_{KEA_{v1}} \epsilon_{Eve}) \\ &= \frac{2}{3} (1 - \frac{o}{n}) (1 - \frac{2}{3} m \epsilon_{KEA_{v1}}) \epsilon_{Eve} \end{aligned}$$

根据定理可以知道, 如果存在攻击者能够伪造共同签名, 那么这个攻击者也就能够伪造 SM2 数字签名; 也就是说, 如果 SM2 数字签名算法是安全的, 那么我们的共同签名协议也是安全的。

5 应用协议

共同签名协议在实际运行时会出现新的需求, 例如需要为共同公钥颁发数字证书, 以及 Bob 一方需要认证 Alice 一方后才能使用 Bob 存储的私钥分量。下面给出一个应用协议, 能够给出共同公钥证书的生成过程和具有验证 Alice 一方功能的共同签名协议, 使得共同签名协议可以切实地应用在实践中。

5.1 协议描述

该协议分为两个部分, 首先是共同签名公钥证书的生成子协议, 之后是具有对第二轮消息验证过程的数字签名生成子协议。

(1) 共同签名公钥证书

该过程包括 CA, Alice 和 Bob 三方。Alice 一方生成证书签名请求 (CSR), 获取数字证书。

1) Alice 随机秘密选择私钥分量 $d_A \in Z_q^*$, 计算 Alice 的公钥分量 $pk_A = d_A \cdot P$, 然后 Alice 发送 pk_A 给 Bob。

2) Bob 随机秘密选择私钥分量 $d_B \in Z_q^*$, 计算 Bob 的公钥分量 $pk_B = d_B \cdot P$, 选择一个随机数 $k_B^0 \in \{1, \dots, q-1\}$, 计算第一个随机群元素 $R_B^0 = k_B^0 \cdot pk_A$, 然后 Bob 发送 R_B^0 和 pk_B 给 Alice。

3) Alice 选择随机数 $k_A^0 \in \{1, \dots, q-1\}$, 计算 $R_A^0 = k_A^0 + R_B^0$, 设 $R_A^0 = (x_A^0, y_A^0)$, Alice 计算共同公钥 $pk = d_A \cdot pk_B - P$, 提供身份信息以在客户端生成证书签名请求 CSR 的内容, 设为 M_{CSR} , 计算 $r = H(Z_A || M_{CSR}) + x_A^0 \bmod n$, 计算 $s' = (k_A^0 + r) d_A^{-1}$, 然后把 M_{CSR} 和 s' 提交给 Bob。

4) Bob 验证 M_{CSR} 的内容, 核对身份, 失败则退出协议, 否则计算 $t = (s' + k_B^0) d_B^{-1}$, 并向 Alice 返回 t 。

5) Alice 计算签名 $(r, t - r)$, 合成完整的 CSR, 向 Bob 提交。

6) Bob 验证完整的 CSR 信息是否与 d) 步骤中的 M_{CSR} 的内容相符合, 验证不通过则退出, 否则向 CA 提交。

7) CA 验证 CSR, 颁发共同公钥证书, 存储到证书库中。

8) Alice 或者 Bob 都可以获取证书库中的共同公钥证书, Alice 在本地存储该共同公钥证书和 Bob 的公钥分量 pk_B , Bob 在本地存储该共同公钥证书和 Alice 的公钥分量 pk_A 。

(2) 验证加强的共同签名协议

该过程中 Bob 需要先对 Alice 进行验证才能使用 Bob 存储的部分私钥, 因此能够更好地满足 Bob 的信息安全策略。协议依旧包括 Alice 和 Bob 两方, 由 Alice 发起。

1) Alice 选择一个随机数 $k_A \in \{1, \dots, q-1\}$, 并计算 $R_A = k_A \cdot P$ 和 $R_A' = k_A \cdot pk_B$, 其中 pk_B 来自本地存储, 计算完成后发送 pk_A 的哈希值, R_A 和 R_A' 给 Bob。

2) Bob 使用私钥分量 d_B 验证 $R_A = d_B \cdot R_A'$, 验证失败则退出协议, 否则选择一个随机数 $k_B \in \{1, \dots, q-1\}$, 计算 $R_B = k_B \cdot pk_A$, $R_B' = k_B \cdot P$, 并发送 R_B, R_B' 给 Alice。其中 pk_A 由 pk_A 的哈希值索引。

3) Alice 验证 $R_B = d_A \cdot R_B'$, 如果验证失败则退出协议, 否则计算椭圆曲线群元素 $R' = R_A + R_B$, 由于 $R' = (x_A, y_A)$, 可以计算 $r = H(Z_A || M) + x_A \bmod q$ 和 $s' = (k_A + r) d_A^{-1} \bmod q$, 之后使用私钥

分量计算关于 $(R_A, R_A', R_B, R_B', s')$ 的普通SM2数字签名 δ_A ,并把 s' 和 δ_A 发送给Bob.

4)Bob 重构签名消息,使用 Alice 的公钥分量 pk_A 验证 Alice 的数字签名 δ_A ,验证不通过则退出,否则使用随机数 k_B 和收到的 s' 计算 $t=(s'+k_B)d_B^{-1} \bmod q$,并发送 t 给 Alice.

5)Alice 合成SM2数字签名 $(r, t-r)$,验证数字签名的正确性,验证无效则退出协议,否则获得签名.

5.2 协议分析

相较于共同签名协议,应用协议是对效率和安全性一个折中.协议首先在共同公钥生成阶段中给出了和CA证书颁发流程一致的协议,并且明确要求了 Alice 向 Bob 认证身份,可以有效防止 Alice 提供虚假信息;在共同签名时,实现了对签名者的身份认证,能够符合 Bob 一方的安全策略.同时计算上签名双方也只需分别进行两次在线的标量乘运算,计算代价适中.

与表1所呈现的共同签名协议相比,共同签名公钥证书子协议在第一轮消息交换中减少了一个随机群元素的计算和验证,在第二轮消息交换中增加了证书签名请求内容的交换,并在第三轮收到客户端证书请求后进行交叉验证.首先从定理1的证明过程我们可以看到 Alice 一方生成的随机群元素在证明过程中仅仅起到了验证的作用,并没有参与随机预言机的响应中,因而缺少该元素只会使得证明中2)的②步骤缺少验证,但并不会使得证明出现困难.因此,该元素的确实并不会导致安全问题.事实上,Bob 一方通过对证书请求内容的核验可以终止协议,形式上是对表1中 Bob 能力的一种补偿.基于这些分析,我们给出下述结论.

推论1. 如果表1所呈现的共同签名协议是不可伪造的,那么共同签名公钥证书子协议可以看作是应用上述协议产生证书请求的过程,也具有不可伪造性.

与表1所呈现的共同签名协议相比,验证加强的共同签名子协议保留了共同签名协议的全部消息,并增加了一次 Alice 使用私钥分量生成数字签名的过程,这样处理纯粹是为了符合 Bob 的安全策略,对协议本身的安全性没有影响.我们给出以下推论:

推论2. 如果表1所呈现的共同签名协议是不可伪造的,那么验证加强的共同签名子协议保留

了原有的所有消息,并增加了一次数字签名生成和验证的工作,也是不可伪造的.

6 结 论

本文首先给出了一个新的基于SM2的共同签名协议,并且给出了安全性证明.与当前可证安全的类似协议相比,我们的协议极大的缩小了计算代价,通信代价则需要额外的1轮通信.考虑到实际中数字证书颁发和服务器安全策略的问题,我们给出了一个应用协议.

致 谢 衷心感谢审稿专家和编辑部老师提出的宝贵意见和建议!

参 考 文 献

- [1] The 43rd CNNIC China Internet Report. China Broadcasts, 2019, 04: 48 (in Chinese)
(第43次CNNIC中国互联网报告发布.中国广播, 2019, 04: 48)
- [2] Ding F, Long Y H, Wu P. Study on Secret Sharing for SM2 Digital Signature and Its Application//Proceedings of the 2018 14th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS). Hangzhou, China, 2018: 205-209
- [3] Blömer J. How to Share a Secret. Communications of the ACM, 2011, 22(22): 612-613
- [4] Lai Xi-Song, Han Liang, Zhang Zhen-Cheng. Computer cryptography and applications. Beijing: National Defence Industrial Press, 2001
(赖溪松, 韩亮, 张真诚. 计算机密码学及其应用. 北京: 国防工业出版社, 2001)
- [5] Chen Li-Quan, Zhu Zheng, Wang Mu-Yang, et al. A Threshold Group Signature Scheme for Mobile Internet Application, Chinese Journal of Computers, 2018, 425(05): 86-101 (in Chinese)
(陈立全, 朱政, 王慕阳等. 适用于移动互联网的门限群签名方案. 计算机学报, 2018, 425(05): 86-101)
- [6] Chinese Encryption Administration. GM/T 0003-2012 SM2 Elliptic Curve Public-Key Cryptography Algorithm. Beijing, China, 2010
- [7] Halderman J A, Heninger N, Moore J, et al. Elliptic Curve Cryptography in Practice//Proceedings of the 18th International Conference on Financial Cryptography and Data Security. Christ Church, Barbados, 2014: 157-175
- [8] Lin Jin-Qiang, Ma Yuan, Jing Ji-Wu, et al. Signing and decryption methods and systems based on SM2 scheme suitable for cloud computation, China, 2014.12.24 (in Chinese)
(林璟锵, 马原, 荆继武等. 适用于云计算的基于SM2算法

- 的签名及解密方法和系统, 中国专利, 2014.12.24)
- [9] Jie Y, Yu L, Li-Yun C, et al. A SM2 elliptic curve threshold signature scheme without a trusted center. *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 2016, 10(02): 897-913.
- [10] Zhang Yong-Qiang, Liu Qiang, Collaborative signing and decryption methods, devices and systems of SM2 scheme, China, 2017.09.22 (in Chinese)
(张永强, 刘镗, SM2协同签名及解密方法、装置与系统, 中国专利, 2017.09.22)
- [11] Yang Guo-Qiang, Liu Hui-Yi, A distributed signature method and system based on elliptic curve, China, 2017.05.17 (in Chinese)
(杨国强, 刘会议, 一种基于椭圆曲线的分布式签名方法及系统, 中国专利, 2017.05.17)
- [12] Zhang Y. D., He D. B., Zhang M. W., et al. A Provable-Secure and Practical Two-Party Distributed Signing Protocol for SM2 Signature Algorithm, *Frontiers of Computer Science*, <http://journal.hep.com.cn>
- [13] Gilboa N. Two Party RSA Key Generation// *Proceedings of the Advances in Cryptology*. Berlin, Germany, 1999: 116-129
- [14] Mackenzie P, Reiter M K. Two-Party Generation of DSA Signatures//*Proceedings of the Annual International Cryptology Conference*. California, USA, 2001: 137-154
- [15] Lindell Y. Fast Secure Two-Party ECDSA Signing// *Proceedings of the Annual International Cryptology Conference*. California, USA, 2017: 613-644
- [16] Damgård I. Towards practical public key systems secure against chosen ciphertext attacks// *Proceedings of the Annual International Cryptology Conference*. California, USA, 1991: 445-456
- [17] Dent A W, Galbraith S D. Hidden Pairings and Trapdoor DDH Groups *Algorithmic Number Theory*//*Proceedings of the International Algorithmic Number Theory Symposium*. Berlin, Germany, 2006: 436-451



Su Yin-Xue, M. S. candidate. Her current research interests include information security, cryptographic protocol.

Tian Hai-Bo, Ph. D. associate professor. His main interests include design and analysis of security protocol, block chain technology.

Background

The problem studied in this paper is the security of the mobile terminal private key storage in cyberspace security. In view of this problem, there are two sets of ideas in the world, which are based on hardware and software. Among the software-based methods, two-party signing algorithms based on RSA, DSA, ECDSA and other classical algorithms have been presented internationally, but for SM2 algorithm, there is still a lack of safe and effective schemes. This paper presents the first safe and effective scheme which is close to

the practical application and improves the computational efficiency greatly when compared with the previous provable secure scheme. The main project of this subject is the research on the new principle and new algorithm of electronic currency in the 2017 national key research and development project, which mainly focuses on the technical issues of legal tender issued by the country. The result of this paper belongs to the security of the client wallet in the process of electronic money circulation.