

基于双密度圆对称轮廓波二元分布模型的 压缩传感图像重构

练秋生 陈书贞 孔令富

(燕山大学信息科学与工程学院 河北 秦皇岛 066004)

摘 要 压缩感知理论利用图像表示的稀疏先验知识,可以从远小于奈奎斯特抽样率的抽样点中重构图像.图像的稀疏表示和稀疏性度量是影响图像重构性能的两个重要因素.为获得更好的图像稀疏表示,文中根据简单细胞感受野特性,将圆对称轮廓波的一个倍频程尺度分裂为径向带宽比为 1.414 的两个尺度,构造出双密度圆对称轮廓波变换(DDCSCT).根据 DDCSCT 的联合分布特性,利用二元分布模型获得了压缩传感图像重构的二阶稀疏性度量.实验结果表明,利用 DDCSCT 和二阶稀疏准则进行图像重构比现有的图像重构算法在峰值信噪比和主观视觉效果两方面均有显著提高.

关键词 压缩传感;稀疏表示;轮廓波变换;二元分布模型;图像重构

中图法分类号 TP391

DOI号: 10.3724/SP.J.1016.2012.01774

Image Reconstruction of Compressed Sensing Based on the Double Density Circular Symmetric Contourlet Transform and Bivariate Model

LIAN Qiu-Sheng CHEN Shu-Zhen KONG Ling-Fu

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004)

Abstract Compressed sensing uses the sparse prior of image representation, it can reconstruct image from samples much less than Nyquist rate. The sparse image representation and sparseness measure are two key ingredients which have important role on image reconstruction performance. To achieve the better sparse image representation, we split one octave scale of circular symmetric contourlet transform into two scales according to the characteristic of simple cell receptive field, and yield the double density circular symmetric contourlet transform (DDCSCT). The radial bandwidth ratio of the DDCSCT is 1.414. According to the characteristics of the DDCSCT joint distribution, we deduce the second order sparseness measure of image reconstruction from bivariate model. The experiment results show that proposed image reconstruction algorithm which combine DDCSCT and second order sparseness measure outperforms the classical algorithms in terms of both peak signal-to-noise ratio and visual quality.

Keywords compressed sensing; sparse representation; contourlet transform; bivariate model; image reconstruction

1 引言

压缩传感(压缩抽样)是 Donoho 和 Candes 等学者在 2006 年提出的一种新的信号抽样和处理理论,是信息处理领域的重大突破^[1-3]. 在传统的数据采集系统中,信号抽样频率必须大于等于信号带宽的两倍(奈奎斯特抽样率)才能无失真地重构原始信号. 由于目前所处理的信号其带宽越来越宽,在高速信号和高分辨率视频采集系统中,模数转换器件的抽样频率已成为制约系统性能进一步提高的瓶颈. 能否突破奈奎斯特抽样定理的限制已成为近年来广大学者关注的焦点. 压缩感知理论将信号的稀疏表示作为重构的先验知识,把压缩和抽样两个环节结合,能从少量的抽样点(随机投影)中重构原始信号. 压缩传感在某种程度上突破了奈奎斯特抽样定理的限制,并且有效降低了传感器和抽样系统硬件的复杂性. 但这并不表示压缩感知理论推翻了奈奎斯特抽样定理. 传统的奈奎斯特抽样定理仅以信号的带宽作为先验知识,其重构算法简单;而压缩感知理论在重构时以信号的稀疏性作为先验知识,其算法的复杂度远高于奈奎斯特抽样定理. Donoho 的理论结果表明^[1],只要信号是可压缩的,则用压缩传感方法重构原始信号所需要的抽样率远低于奈奎斯特抽样率. 对于像素数为 M 的 K 稀疏图像(K -Sparse),利用 $O(K \log(M))$ 个抽样点和 l_1 范数极小化准则即可重构原始图像,重构误差和 K 个显著系数的逼近误差相当. Tsai 和 Donoho 在文献[4]中的实验结果表明,利用 $3K \sim 5K$ 个抽样点进行图像重构的结果和 K 个显著正交小波变换系数重构图像的质量相当.

在图像压缩感知系统中,图像的稀疏表示是影响图像重构质量的关键因素. 只有合适的图像稀疏表示方式才能保证图像的重构质量. 在大部分关于压缩传感的文献中普遍采用二维正交小波基进行图像稀疏表示,但小波并不是图像表示的最优基,它不能有效表示自然图像中轮廓、纹理等高维几何特征. 近年来,为克服小波基的固有缺陷,图像稀疏表示的研究热点已经从普通的正交小波转移到冗余字典下的稀疏分解^[5]. 其核心思想是用超完备的原子库(冗余字典)代替正交基. 由于冗余字典中的原子数量比图像的像素数多,因此原子的选择比正交基更加灵活,它能更好地与图像本身的结构和内容匹配. 近来人们开始尝试将冗余稀疏表示用于压缩传感中,并

从理论上证明了冗余稀疏表示方法用于压缩传感的可行性^[6]. Peyre^[7]提出了基于 Bandlet 最优基的图像压缩感知算法;Ma^[8]利用 Curvelet 变换和迭代收缩法提出了单像素压缩成像算法;Mun 等人^[9]利用方向小波变换提出了分块压缩感知算法. 这些算法的性能都高于基于正交小波变换的压缩感知算法,表明冗余稀疏表示比正交稀疏变换更适合图像压缩传感.

选择合适的稀疏性度量是压缩感知理论中的另一个关键问题. 目前人们普遍用 l_0 范数衡量变换稀疏的稀疏性. 但由于 l_0 范数最优化是典型 NP-Hard 问题,在实际应用中经常用 l_1 范数代替 l_0 范数(文献[10]及其参考文献中给出了多种基于 l_1 范数优化的压缩感知算法). l_1 范数的缺点是没考虑系数之间的统计相依关系. 为克服 l_1 范数的缺陷,根据稀疏变换系数的统计特性,Baraniuk 等人^[11]提出了利用块稀疏性度量和树稀疏性度量的基于模型的压缩感知算法;He 等人^[12]利用小波树结构提出了贝叶斯压缩感知算法. Tzagkarakis 等人^[13]利用高斯尺度混合分布提出了一种图像压缩感知算法,其实验结果表明该算法比基于 l_1 范数的算法性能有显著提高. 这些研究成果表明利用更准确的模型和稀疏性度量是提高压缩传感性能的有效途径.

为获得更好的图像稀疏表示方法和稀疏性度量,本文从视觉生理学实验数据出发,对圆对称轮廓波的径向频带分割进行改进,提出了更加符合人眼视觉特性的双密度轮廓波变换;根据其系数的联合分布规律,利用二元变量模型和贝叶斯理论获得了一种新的二阶稀疏性度量,实验结果表明它能获得更高的图像重构质量.

2 双密度圆对称轮廓波变换及其二维分布

轮廓波变换是一种多尺度几何分析方法,它比小波变换能更稀疏地表示图像的边缘纹理等几何特征^[14]. 为克服轮廓波变换存在的频谱混淆现象,本文作者在文献[15]提出了由圆周对称滤波器组和方向滤波器组实现的圆对称轮廓波变换(Circular Symmetric Contourlet Transform, CSCT),其稀疏性比轮廓波变换高. 然而包括 CSCT 在内,虽然目前的多尺度几何分析方法均具有多尺度和多方向性,但在径向频带分割上与人眼视觉特性还有较大差别. 多尺度几何分析(如 contourlet、curvelet 等)

相邻尺度的径向频带宽度比为 2 (即一倍频程), 这一点和视觉特性不相符. 文献[16]为了构建仿视皮层模式识别系统, 详细分析了视觉生理学实验数据. 他们对视觉皮层 V1 区中的简单细胞进行研究后发现, 简单细胞的感受野在频域径向上可以划分为 8 个尺度, 第 k 尺度的简单细胞感受野用式(1)表示:

$$RF_k(x, y) = \exp\left(-\frac{(x_r^2 + \gamma^2 y_r^2)}{2\sigma_k^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_k} x_r\right) \quad (1)$$

$$x_r = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad y_r = y \cos \theta - x \sin \theta,$$

式中 θ 为简单细胞感受野的主方向, λ_k 为第 k 个频带内的平均波长, λ_k ($k=1, 2, \dots, 8$) 分别为 4.05、6.20、8.50、10.90、13.40、16.10、18.95 和 22.00, σ_k ($k=1, 2, \dots, 8$) 分别为 3.20、4.95、6.80、8.70、10.75、12.85、15.20 和 17.60. σ_k/λ_k 的平均值为 0.80, 它和相邻尺度的径向带宽比 B 之间满足以下关系^[17]:

$$B = \frac{\frac{\sigma}{\lambda} + \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\ln 2}{2}}}{\frac{\sigma}{\lambda} - \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\ln 2}{2}}} \quad (2)$$

将 $\frac{\sigma}{\lambda} = 0.8$ 代入上式得 $B = 1.61$.

为了使圆对称轮廓波变换更加符合人眼视觉特性, 进一步提高其表示图像细节的能力, 本文构造了一种双密度圆对称轮廓波变换 (Double Density Circular Symmetric Contourlet Transform, DDCSCT). DDCSCT 的频带划分如图 1(a) 所示. 和图 1(b) 给出的 CSCT 的频带划分相比较, CSCT 中的一个尺度分裂成 DDCSCT 的两个尺度 (这也是称之为双密度圆对称轮廓波的原因), 并且 DDCSCT 相邻尺度间的径向带宽比小于 2. 设 DDCSCT 最高频尺度的径向带宽为 x , 则从次高频到低频尺度的径向带宽依次为 $0.5\pi - x, 0.5x, 0.25\pi - 0.5x, \dots$. 根据相邻尺度的径向带宽比为常数得

$$\frac{x}{0.5\pi - x} = \frac{0.5\pi - x}{0.5x} \quad (3)$$

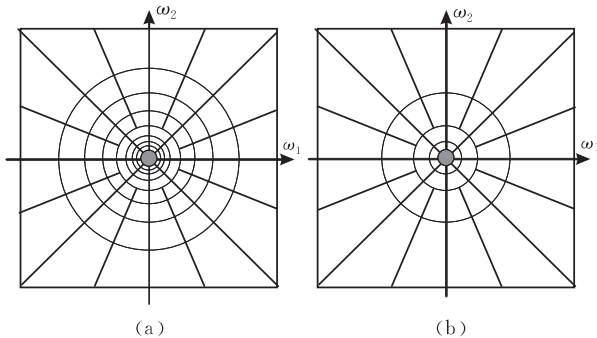


图 1 DDCSCT(a) 和 CSCT(b) 的频带划分

上方程的两个根 $x_{1,2} = (2 \pm \sqrt{2})\pi/2$. 去掉大于 π 的不理解得 $x = (2 - \sqrt{2})\pi/2$, 此时 DDCSCT 相邻尺度的径向带宽比为 $\sqrt{2}$, 它比 CSCT 的径向带宽比更加接近 1.61. 即 DDCSCT 比 CSCT 更符合人眼视觉特性.

图 2 是双密度圆对称轮廓波变换 (DDCSCT) 的原理图, 它由频域圆对称滤波器组和方向滤波器组 (Directional Filter Banks, DFB) 实现. 图像 $x(n)$ 经过 Hi 和 Lo 分解为高频子带和低频子带. 高频子带经过 Hm 和 Lm 分解为径向带宽比为 $\sqrt{2}$ 的两个细节子带, 两个细节子带再分别通过方向滤波器组分解为 2^i 个方向子带 (i 为任意正整数, 在不同尺度 i 可以取不同值)^[14]. 对低频子带重复上述过程可实现图像的多分辨率多方向分解, 完成 DDCSCT 变换. 图 3 列出了一个方向的 DDCSCT 基函数和同方向同频带的 Gabor 函数. 从图中可以看出 DDCSCT 基函数与 Gabor 函数的空域形状十分类似.

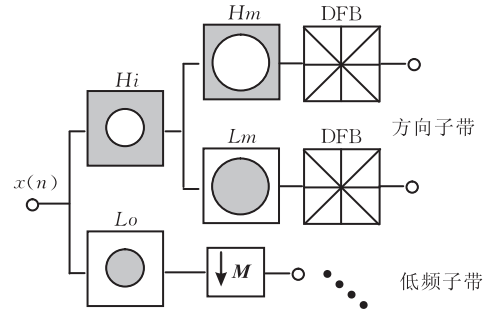


图 2 双密度圆对称轮廓波变换的原理图

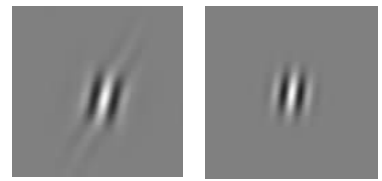


图 3 DDCSCT 基函数(左)与 Gabor 函数(右)的对比

为避免产生频谱混淆现象, 图 2 中的滤波器 Hi 和 Lo 应该满足文献[15]中给出的两个重构条件:

$$Lo(\omega) = 0, \text{ if } |\omega| = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \geq \pi/2,$$

$$Hi^2(\omega) + \frac{1}{4}Lo^2(\omega) = 1 \quad (4)$$

由于图 2 中的滤波器 Hm 和 Lm 后面没有下抽样操作, 并且 DFB 本身是可重构的, 因此它们的重构条件为

$$Hm^2(\omega) + Lm^2(\omega) = 1 \quad (5)$$

另外为了满足 DDCSCT 相邻尺度的径向带宽比为 $\sqrt{2}$ 的条件, Lm 还应该满足

$$Lm(\omega) = 0, \text{ if } |\omega| \geq \sqrt{2}\pi/2 \quad (6)$$

和设计 Hi 、 Lo 类似, 采用遗传算法设计 Hm 和 Lm ^[15].

图 4 给出了 DDCSCT 系数 x 和它父系数的联合分布. 从图中可以看出大部分系数对集中在零附近, 它具有非高斯性、高峰度和长拖尾等特性. 这种二维稀疏分布可用二元分布模型描述^[18]:

$$f(x, x_p) = \frac{3}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{\sqrt{3}(x^2 + x_p^2)}{\sigma}\right] \quad (7)$$

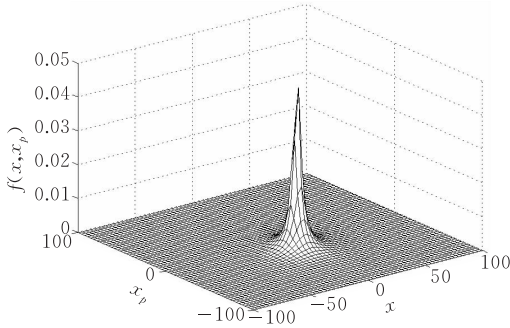


图 4 DDCSCT 变换系数的联合分布

3 基于二元分布模型的图像重构造算法

在文献[1-4]中是通过求解下列 l_1 范数优化问题来从随机投影(抽样点)中重构图像:

$$\min \|\alpha\|_1 \text{ s. t. } \Phi\Psi\alpha = y \quad (8)$$

由拉普拉斯乘子法可以将上面的优化问题转化为

$$\hat{\alpha} = \arg \min \{ \|\alpha\|_1 + \lambda \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \} \quad (9)$$

式中 α 为稀疏变换系数组成的向量, y 为随机投影值组成的观测向量. Φ 为随机投影矩阵, Ψ 的每一列对应稀疏变换的一个基函数, Φ 与 Ψ 不相干. 在实际计算中, $\Psi\alpha$ 可通过稀疏逆变换实现, 而随机投影 Φx 可通过 PDCT (Permuted DCT) 算法^[19] 或 noiselet 变换实现^[20] (本文 Φ 通过 PDCT 随机投影算子实现). 求出最优解 $\hat{\alpha}$ 后, 对 $\hat{\alpha}$ 进行稀疏逆变换获得重构图像. 式(8)的物理意义非常明显: 即在尽量符合观察值的前提下 ($\Phi\Psi\alpha = y$), 最稀疏解就是最优解. 这里是用 l_1 范数度量系数的稀疏性.

我们也可以从另外一个角度来理解式(9). 在有正态白噪声 n 存在的情况下, y 与 α 的关系为 $y = \Phi\Psi\alpha + n$. 由最大后验概率法 (MAP) 得

$$\hat{\alpha} = \arg \max f(\alpha|y) \quad (10)$$

式中 $f(\alpha|y)$ 为条件概率密度. 根据贝叶斯公式得

$$\hat{\alpha} = \arg \max \{ f(y|\alpha) f(\alpha) / f(y) \} \quad (11)$$

式中 $f(\alpha)$ 和 $f(y)$ 分别为 α 和 y 的概率密度, 其中 $f(y)$ 为常数. 对上式右边取对数得

$$\hat{\alpha} = \arg \max \{ \ln f(y|\alpha) + \ln f(\alpha) - \ln f(y) \} \quad (12)$$

由于 n 符合正态分布, 因此有

$$f(y|\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{\|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2}{2\sigma_n^2}\right\} \quad (13)$$

现假设 α 的每一个分量 α_i 均符合相同的拉普拉斯分布, 并且相互之间独立, 则有

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \prod_{i=1, \dots, N} f(\alpha_i) \\ &= \prod_{i=1, \dots, N} (1/\sqrt{2}\sigma) \exp(-\sqrt{2}|\alpha_i|/\sigma) \\ &= (1/\sqrt{2}\sigma)^N \exp(-\sqrt{2} \sum_{i=1, \dots, N} |\alpha_i|/\sigma) \\ &= (1/\sqrt{2}\sigma)^N \exp(-\sqrt{2}\|\alpha\|_1/\sigma) \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)、(14)代入式(12), 并且去掉常数项, 系数合并后用 γ 表示, 则式(12)简化为

$$\hat{\alpha} = \arg \max \{ -\|\alpha\|_1 - \gamma \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \} \quad (15)$$

将括号中的负号去掉得

$$\hat{\alpha} = \arg \min \{ \|\alpha\|_1 + \gamma \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \} \quad (16)$$

比较式(9)和式(16), 两者完全一致. 这表明目前压缩感知系统中在图像重构时仅仅利用了最简单的一阶稀疏准则, 即将独立的拉普拉斯分布作为图像重构的先验知识. 然而, 无论是小波变换还是多尺度几何变换, 其变换系数之间虽然近似不相关, 但它们不是统计独立的. 如果一个系数的幅值大, 则其父系数为大幅值系数的概率非常大. 因此严格来说, 不管是哪种稀疏变换其统计模型不能简单地看作是多个独立的拉普拉斯分布的乘积, 它必须考虑系数之间的相互关系. 二元变量模型和拉普拉斯分布的根本区别在于它能有效描述相邻尺度间父子系数之间的统计相依关系. 由于轮廓波变换系数的概率分布符合式(7)给出的二元分布模型, 考虑到 α_i 只与其父系数 α_{pi} 有统计关联, 则向量 α 的概率密度为

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \prod_{i=1, \dots, N} f(\alpha_i, \alpha_{pi}) \\ &= \prod_{i=1, \dots, N} 3/(2\pi\sigma^2) \exp[-\sqrt{3(\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2)}/\sigma] \\ &= [3/(2\pi\sigma^2)]^N \exp\left[-\sum_{i=1, \dots, N} \sqrt{3(\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2)}/\sigma\right] \end{aligned} \quad (17)$$

将式(13)、(17)代入式(12), 并且去掉常数项, 系数合并后用 β 表示, 则式(12)简化为

$$\hat{\alpha} = \arg \max \left\{ -\sum_{i=1, \dots, N} \sqrt{\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2} - \beta \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \right\},$$

将括号中的负号去掉得

$$\hat{\alpha} = \arg \min \left\{ \sum_{i=1, \dots, N} \sqrt{\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2} + \beta \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \right\}.$$

由拉普拉斯乘子法, 上式等价于求下列有约束条件的优化问题:

$$\min \sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2} \quad \text{s. t.} \quad \Phi \Psi \alpha = y \quad (18)$$

令 $\|\alpha\|_{\text{Bv}} = \sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2}$, 它与 α 的 l_1 范数的

区别在于 $\|\alpha\|_{\text{Bv}}$ 考虑了父子系数之间的统计相依关系, 本文称 $\|\alpha\|_{\text{Bv}}$ 为向量 α 的二阶稀疏性度量。

4 算法实现

本文利用凸集交替投影算法 (POCS)^[21] 求解式 (18) 表示的优化问题。定义以下两个集合:

$$C_1 = \{\alpha: \Phi \Psi \alpha = y\},$$

$$C_2 = \left\{ \alpha: \sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{\alpha_i^2 + \alpha_{pi}^2} \leq R \right\}.$$

下面要证明 C_1 和 C_2 均为凸集。若 $x \in C_1, z \in C_1$, 则 $\Phi \Psi [\lambda x + (1-\lambda)z] = y$, 即 $\lambda x + (1-\lambda)z \in C_1$, 根据凸集的定义可知 C_1 为凸集。

若 $x \in C_2, z \in C_2$, 即

$$\sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{x_i^2 + x_{pi}^2} \leq R, \quad \sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{z_i^2 + z_{pi}^2} \leq R \quad (19)$$

要证明 C_2 为凸集, 只要证明当 $0 < \lambda < 1$ 时, $\lambda x + (1-\lambda)z \in C_2$, 即证明下式成立:

$$\sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{[\lambda x_i + (1-\lambda)z_i]^2 + [\lambda x_{pi} + (1-\lambda)z_{pi}]^2} \leq R \quad (20)$$

结合式 (19), 上式等价于

$$\sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{[\lambda x_i + (1-\lambda)z_i]^2 + [\lambda x_{pi} + (1-\lambda)z_{pi}]^2} \leq \sum_{i=1,\dots,N} \lambda \sqrt{x_i^2 + x_{pi}^2} + (1-\lambda) \sqrt{z_i^2 + z_{pi}^2} \quad (21)$$

如果上式中的任意一项都满足下列不等式:

$$\sqrt{[\lambda x_i + (1-\lambda)z_i]^2 + [\lambda x_{pi} + (1-\lambda)z_{pi}]^2} \leq \lambda \sqrt{x_i^2 + x_{pi}^2} + (1-\lambda) \sqrt{z_i^2 + z_{pi}^2} \quad (22)$$

则式 (20) 成立。对上式两边取平方后整理得

$$x_i z_i + x_{pi} z_{pi} \leq \sqrt{x_i^2 + x_{pi}^2} \sqrt{z_i^2 + z_{pi}^2} \quad (23)$$

再对上式两边取平方后得

$$0 \leq (x_i z_{pi} - x_{pi} z_i)^2 \quad (24)$$

上式显然成立。由于推导过程中的每一步都可以逆推, 因此式 (20) 成立, 即 C_2 为凸集。假设集合 C_1 和 C_2 的交点为 α_c , 即有 $C_1 \cap C_2 = \{\alpha_c\}$, α_c 为优化问题的解。

用 POCS 算法求集合 C_1 和 C_2 的交点包括以下两个关键步骤:

(1) 将 α 的第 t 次迭代值 α^t 投影到 C_1 :

$$\beta = \alpha^t + \Psi^T \Phi^T (y - \Phi \Psi \alpha^t) \quad (25)$$

(2) 利用梯度下降法将 β 投影到 C_2 得到 $\tilde{\alpha}^t$:

$$\tilde{\alpha}_j^t = \beta_j - \rho \frac{\partial \left(\sum_{i=1,\dots,N} \sqrt{\beta_i^2 + \beta_{pi}^2} \right)}{\partial \beta_j} = \beta_j \left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{\beta_j^2 + \beta_{pj}^2}} \right) \quad (26)$$

具体的图像重构算法如下:

1. 初始化。设 $t=1$, α^t 的每个分量均为 0, 最小误差为 $E_{\min}$, 最大迭代次数为 $t_{\max}$ 。

2. 利用式 (25) 将 α^t 投影到 C_1 。式中 Ψ 代表 DDCSCT 逆变换, Ψ^T 表示 DDCSCT 变换。

3. 利用式 (26) 向 C_2 投影得到 $\tilde{\alpha}^t$ 。为避免 β_j 的符号改变, 在算法实现时式 (26) 修正为

$$\tilde{\alpha}_j^t = \beta_j \max \left(\left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{\beta_j^2 + \beta_{pj}^2}} \right), 0 \right).$$

4. 为进一步提高图像重构质量, 将图像梯度的稀疏性结合到图像重构中。图像梯度的稀疏性可用全变差 (Total Variation) 来衡量^[22]。每次迭代应用梯度下降法调整全变差, 使图像的全变差减小:

$$X' = X - \mu \frac{\partial TV(X)}{\partial X},$$

式中 $X = \Psi(\tilde{\alpha}^t)$, $TV(X)$ 为 X 的全变差, $\mu = 0.25/t$ 。

5. $\alpha^t = \Psi^T(X')$, 若 $t > t_{\max}$ 或 $\|\alpha^t - \alpha^{t-1}\| \leq E_{\min}$, 则转到下一步; 否则 $\alpha^{t+1} \leftarrow \alpha^t$, $t \leftarrow t+1$, 转到步 2 继续。

6. 对 α^t 进行 DDCSCT 逆变换获得重构图像。

5 实验结果

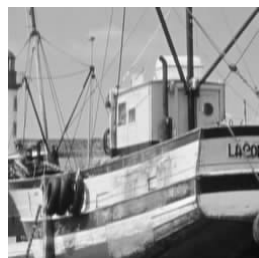
在下面的实验中, 本文算法与文献[22-24]中提出的算法进行了对比。为便于比较, 本文采用和文献[22-24]相同的测试图像集, 利用图 5 列出的 4 幅 256×256 的标准灰度图像测试算法性能。



(a) Lena



(b) Camera



(c) Boats



(d) Peppers

图 5 4 幅标准测试图像

表 1 列出了 4 幅图像在随机投影数(即抽样点数)分别为 10000、15000、20000、25000 时的重构结果,表中共比较了 6 种算法. 其中 Wavelet- l_1 是 Candes 等人在文献[22]中提出的基于正交小波变换和 l_1 范数最小化的重构算法;Block-CS 为 Gan 等人在文献[23]中提出的基于分块投影和 l_1 范数最小化的重构算法,它利用非抽样小波基和过完备 Lapped 混合基表示图像;DDCSCT- l_1 表示利用 DDCSCT 和 l_1 范数最小化的重构算法;DDCSCT-Bv1 表示 DDCSCT 结合二元分布的重构算法. Hybrid-CS 表示 Han 等人在文献[24]中提出的混合抽样压缩感知算法. Hybrid-CS 将图像分为稀疏和非稀疏两部分,对稀疏部分采用随机投影抽样,而对非稀疏部分则进行线性抽样;DDCSCT-Bv2 与 DDCSCT-Bv1 类似,但两者抽样方式不同. DDCSCT-Bv2 的抽样方式与 Hybrid-CS 相同,而 DDCSCT-Bv1 完全采用随机投影抽样. 在后 3 种算法中,最大迭代次数均为 90. 从表 1 可以看出,前 4 种采用随机投影抽样的算法相比,只有在抽样点数为 25000 时,Block-CS 重构 Boats 图像的 PSNR 比 DDCSCT-Bv1 高 0.1 dB;在其它情况下,DDCSCT-Bv1 均获得了最高的 PSNR. 后两种采用混合抽样的算法相比,DDCSCT-Bv2 的性能明显高于 Hybrid-CS. 表 2 列出了抽样点数分别为 10000、15000、20000、25000 时对 4 幅测试图像进行重构的平均峰值信噪比. 从表 2 可知,前 4 种算法中 DDCSCT-Bv1 重构图像的平均峰值信噪比最高. 以 Lena 图像为例,DDCSCT-Bv1 比 Wavelet- l_1 、Block-CS 和 DDCSCT- l_1 分别高 1.5 dB、1.4 dB 和 0.6 dB;后两种算法中 DDCSCT-Bv2 比 Hybrid-CS 高 0.6 dB.

表 1 4 幅测试图像的重构峰值信噪比					
抽样点数		PSNR/dB			
		10 000	15 000	20 000	25 000
Lena	Wavelet- l_1 [22]	26.5	28.7	30.4	32.1
	Block-CS [23]	26.5	28.6	30.6	32.2
	DDCSCT- l_1	27.5	29.6	31.2	32.7
	DDCSCT-Bv1	28.2	30.2	31.9	33.3
	Hybrid-CS [24]	30.0	31.8	33.0	34.2
	DDCSCT-Bv2	30.0	32.2	33.9	35.4
Peppers	Wavelet- l_1 [22]	21.6	25.3	27.5	29.4
	Block-CS [23]	27.2	30.3	32.7	34.7
	DDCSCT- l_1	27.3	30.4	32.3	34.0
	DDCSCT-Bv1	28.2	31.2	33.2	34.7
	Hybrid-CS [24]	27.4	30.7	32.7	34.6
	DDCSCT-Bv2	30.0	32.4	33.9	35.0
Camera	Wavelet- l_1 [22]	26.2	28.7	30.9	33.0
	Block-CS [23]	24.0	26.1	27.9	29.4
	DDCSCT- l_1	26.8	29.1	30.9	32.6
	DDCSCT-Bv1	27.2	29.7	31.3	33.4
	Hybrid-CS [24]	26.3	28.5	29.7	30.7
	DDCSCT-Bv2	27.9	30.1	31.9	33.7
Boats	Wavelet- l_1 [22]	26.7	29.8	31.8	33.7
	Block-CS [23]	27.0	29.9	32.5	34.8
	DDCSCT- l_1	27.7	30.0	31.7	33.6
	DDCSCT-Bv1	28.2	30.9	32.9	34.7
	Hybrid-CS [24]	29.1	31.0	33.0	34.4
	DDCSCT-Bv2	30.3	32.5	34.3	35.8

表 2 4 幅测试图像重构的平均峰值信噪比				
	PSNR/dB			
	Lena	Peppers	Camera	Boats
Wavelet- l_1 [22]	29.4	26.0	29.7	30.5
Block-CS [23]	29.5	31.2	26.9	31.1
DDCSCT- l_1	30.3	31.0	29.9	30.8
DDCSCT-Bv1	30.9	31.8	30.4	31.7
Hybrid-CS [24]	32.3	31.4	28.8	31.9
DDCSCT-Bv2	32.9	32.8	30.9	33.2

图 6 给出了抽样点数为 15000 时 Wavelet- l_1 、DDCSCT- l_1 、DDCSCT-Bv1 和 DDCSCT-Bv2 4 种算法对 Peppers 进行重构的结果. 对比四幅图像可以看出 DDCSCT-Bv2 的重构图像视觉效果最佳,边缘细节最清晰.

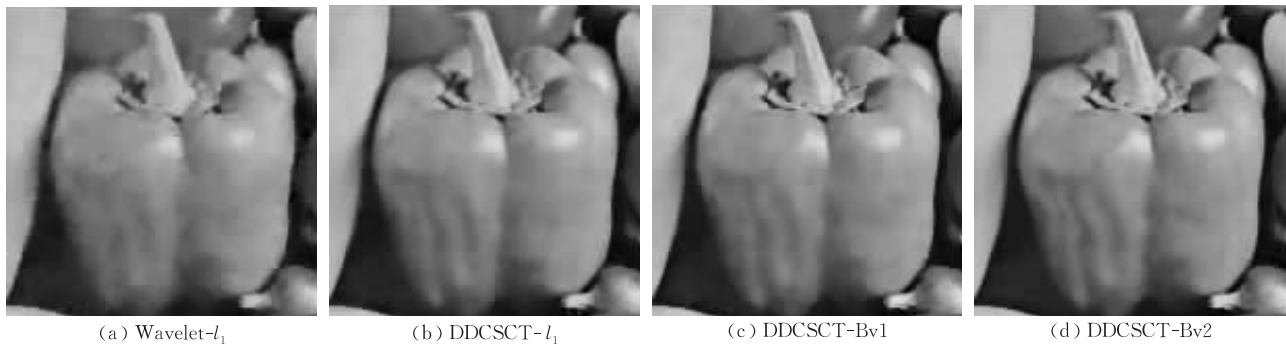


图 6 Peppers 的重构结果(局部)

6 结 论

图像的稀疏表示和稀疏性度量是影响压缩传感系统图像重构的两个重要因素. 本文根据视觉皮层简单细胞感受野的特性构造出符合视觉特性的双密度圆对称轮廓波变换(DDCSCT), 并且根据DDCSCT 相邻尺度间父子系数之间联合分布具有的非高斯性、高峰度和长拖尾等特点, 利用二元分布模型获得了一种新的图像重构算法. 对四幅标准测试图像进行重构的实验结果表明本文算法在客观指标峰值信噪比和主观视觉效果两方面均有明显提高.

参 考 文 献

- [1] Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306
- [2] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509
- [3] Candes E J, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425
- [4] Tsaig Y, Donoho D L. Extensions of compressed sensing. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 533-548
- [5] Rubinstein R, Bruckstein A M, Elad M. Dictionaries for sparse representation modeling. *IEEE Proceedings Special Issue on Applications of Sparse Representation and Compressive Sensing*, 2010, 98(6): 1045-1057
- [6] Rauhut H, Schnass K, Vandergheynst P. Compressed sensing and redundant dictionaries. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(5): 2210-2219
- [7] Peyre G. Best basis compressed sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(5): 2613-2622
- [8] Ma J. A single-pixel imaging system for remote sensing using two-step iterative curvelet thresholding. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2009, 6(4): 676-680
- [9] Mun S, Fowler J E. Block compressed sensing of images using directional transforms//*Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*. Cairo, Egypt, 2009: 3021-3024
- [10] Yin W, Osher S, Darbon J. Bregman iterative algorithms for l_1 -minimization with applications to compressed sensing. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2008, 1(1): 143-168
- [11] Baraniuk R G, Cevher Volkan, Marco T D et al. Model-based compressive sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(4): 1982-2001
- [12] He Lihan, Carin L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3488-3497
- [13] Kim Y, Nadar M S, Bilgin A. Compressed sensing using a Gaussian scale mixtures model in wavelet domain//*Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*. Hong Kong, China, 2010: 3365-3368
- [14] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12): 2091-2106
- [15] Lian Qiu-Sheng, Kong Lin-Fu. Construction of the circular symmetric contourlet transform. *Chinese Journal of Computers*, 2006, 29(4): 652-657(in Chinese)
(练秋生, 孔令富. 圆对称轮廓波构造. *计算机学报*, 2006, 29(4): 652-657)
- [16] Serre T, Wolf L, Bileschi S, Riesenhuber M, Poggio T. Robust object recognition with cortex-like mechanisms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29(3): 411-426
- [17] Petkov N, Kruijzinga P. Computational models of visual neurons specialised in the detection of periodic and aperiodic oriented visual stimuli: bar and grating cells. *Biological Cybernetics*, 1997, 76(2): 83-96
- [18] Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage with local variance estimation. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, 9(12): 438-441
- [19] Duarte M F, Wakin M B, Baraniuk R G. Fast reconstruction of piecewise smooth signals from incoherent projections//*Proceedings of the Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations*. Rennes, France, 2005
- [20] Coifman R, Geshwind F, Meyer Y. Noiselets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2001, 10(1): 27-44
- [21] Bregman L M. The method of successive projection for finding a common point of convex sets. *Soviet Mathematics*, 1965, 6(3): 688-692
- [22] Candes E J, Romberg J. Practical signal recovery from random projections//*Proceeding of the SPIE International Symposium on Electronic Imaging: Computational Imaging III*. San Jose, USA, 2005: 76-86
- [23] Gan L. Block compressed sensing of natural images//*Proceeding of the International Conference on Digital Signal Processing*. Cardiff, UK, 2007: 403-406
- [24] Han B, Wu F, Wu D. Image representation by compressive sensing for visual sensor networks. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2010, 21(4): 325-333



LIAN Qiu-Sheng, born in 1969, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His current research interests include compressed sensing sparse representation.

CHEN Shu-Zhen, born in 1968, M. S., associate professor. Her current research interests include compressed sensing.

KONG Ling-Fu, born in 1957, Ph. D., professor, Ph.D. supervisor. His current research interests include machine vision, intelligent information processing.

Background

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China with the titles “The Compressed Sensing Reconstruction Based on Sparse Image Representation of Cortex”, “The Study of Compressive Imaging Method Based on Union Dictionary Sparse Representation of Atoms and Molecules” (Nos. 60772079 and 61071200), and the Natural Science Foundation of Hebei Province with the title “The Study of Compressive Imaging Based on Analytic Contourlet Transform” (No. F2010001294). These projects aim to explore the high order statistics and structural model of natural images, and study the high quality image reconstruction algorithms of compressed sensing based on the sparse image representation which accord with human visual system (HVS).

Compressed sensing (compressed sampling) is a great breakthrough of information processing domain in recent years. It take the signal prior of sparseness when the signal is represented by some orthogonal bases, dictionary or tight frame, and can reconstruct original signal from random projections which is much less than Nyquist rate. This work aims to design compressed sensing algorithm combined novel sparseness measures and sparse image representation which conform well to the receptive fields properties of simple cells. In this paper, image compressed sensing based on the double density circular symmetric contourlet transform and bivariate model is proposed. The image reconstructed experiments show its potential.