

一种抛物反射折射圆像的拟合方法

段慧仙¹⁾ 李光耀¹⁾ 李 超¹⁾ 谭云兰²⁾

¹⁾(同济大学电子与信息工程学院 上海 201804)

²⁾(井冈山大学电子与信息工程学院 江西 井冈山 343009)

摘 要 基于圆的摄像机标定有着无可比拟的优势. 目前, 虽有文献证明了圆在反射折射摄像机下的像是一条四次曲线, 但由于存在遮挡, 仅仅部分封闭曲线在像平面上是可见的, 且通过其可见部分无法拟合圆像的方程, 进而无法标定摄像机参数. 因此, 当摄像机位率为 1 且斜率为 0 时, 作者提出了一种抛物反射折射圆像的拟合方法, 为研究基于圆的摄像机标定算法奠定了基础. 首先, 推导出了抛物反射折射圆像需要满足的条件; 其次, 在这些条件基础上提出了一种抛物反射折射圆像的拟合方法; 最后, 利用拟合得到的抛物反射折射圆像和通过抛物镜面的投影轮廓线估计得到的摄像机主点直接计算出摄像机焦距, 以此评价文中拟合方法的性能. 大量的模拟实验和真实实验均验证了文中拟合方法的有效性.

关键词 反射折射摄像机; 抛物反射折射圆像; 摄像机标定; 拟合

中图法分类号 TP391 **DOI 号:** 10.3724/SP.J.1016.2012.02063

A Fitting Method of Paracatadioptric Circle Image

DUAN Hui-Xian¹⁾ LI Guang-Yao¹⁾ LI Chao¹⁾ TAN Yun-Lan²⁾

¹⁾(School of Electronics & Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804)

²⁾(School of Electronics & Information Engineering, Jinggangshan University, Jinggangshan, Jiangxi 343009)

Abstract Camera calibration from circles has great advantages. Although it is proved that the image of a circle under catadioptric camera is a quartic curve, only part of the quartic curve is visible on the image plane due to the partial occlusion. Consequently catadioptric circle image cannot be estimated from the visible part and camera parameters cannot be calibrated. In this paper, we propose a fitting method of paracatadioptric circle image for the case that aspect ratio is 1 and skew is 0, and establish the foundation for calibration methods based on circles. First, we derive some conditions, which must be satisfied by the paracatadioptric circle image. Second, based on these conditions, we present a fitting method of the paracatadioptric circle image. Finally, we evaluate the performance of our fitting method using the focal length which is computed from paracatadioptric circle image and the principal point that is estimated from the projected contour of parabolic mirror. Experimental results on both simulated and real image data have demonstrated the effectiveness of our method.

Keywords catadioptric camera; paracatadioptric circle image; camera calibration; fitting

1 引 言

反射折射摄像机可以获得很大的视角, 因而被

广泛应用于视觉监控、虚拟现实和机器人导航等领域. 它是由一个透视摄像机和正前方的反射镜面构成的一种全向摄像机, 可以分为两类^[1-2]: 一类为中心反射折射摄像机, 另一类为非中心反射折射摄像

收稿日期: 2012-06-30; 最终修改稿收到日期: 2012-08-10. 本课题得到国家“八六三”高技术研究发展计划项目基金(2010AA122200)资助. 段慧仙, 女, 1983 年生, 博士, 主要研究方向为摄像机标定、三维重建. E-mail: hxduan005@163.com. 李光耀, 男, 1965 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为图形图像处理、虚拟现实. 李 超, 男, 1979 年生, 博士, 主要研究方向为图形图像处理、虚拟现实. 谭云兰, 女, 1972 年生, 博士, 主要研究方向为虚拟现实、科学计算可视化.

机. 其中, 中心反射折射摄像机容易生成透视图像, 因而得到了更广泛的应用. 其反射镜面包括抛物镜面、双曲镜面、椭球镜面和平面镜. 2001 年, Geyer 和 Daniilidis^[3-4] 研究了反射折射摄像机的射影几何理论. 作者证明了反射折射成像过程等价于经过单位球的两步成像过程, 从而给出了关于射影几何的统一模型. 由于传统的透视摄像机可以看成由一个虚拟的平面镜和透视摄像机构成, 因此被统一到该射影模型中.

目前, 关于反射折射摄像机标定方法的研究十分活跃. 近年来, 文献中已经有了一系列的标定算法, 其中具有代表性的有: (1) 基于三维控制点的方法. (2) 基于二维控制点的方法. (3) 基于直线的方法. (4) 基于球的方法. (5) 自标定方法.

(1) 基于三维控制点的方法. 主要利用三维空间坐标与其二维图像坐标之间的对应关系恢复反射折射摄像机的内外参数. 该方法的优点是标定精度高, 不足在于需要精度很高的标定块. Aliaga^[5] 设计了一种抛物反射折射摄像机模型, 并在此基础上给出了摄像机内参数和姿态估计算法. 估计摄像机内参数时使用了三维点坐标与其对应的二维图像点坐标之间的关系, 而进行姿态(外参数)估计时使用了基于界标的姿态估计算法. 2008 年, Bastanlar 等人^[6] 以文献[7]的理论为基础, 提出了一种类似 DLT 的标定算法.

(2) 基于二维控制点的方法. 主要利用具有控制点的二维标定块作为标定物进行摄像机标定. Scaramuzza 等人^[8] 假设反射折射成像过程可以用 Taylor 展式来表示, 从而提出了一种标定反射折射摄像机的方法. 不同于上述文献, Mei 和 Rives^[9] 在标准的反射折射摄像机成像模型基础上, 提出了一种基于平面标定物的反射折射摄像机标定方法. 2007 年, Deng 等人^[10] 基于反射折射成像模型和透视摄像机成像模型之间的变换关系, 利用非线性优化方法估计了摄像机内外参数. 2009 年, Zhang 等人^[11] 研究了一组反射折射直线像的几何性质, 并提出了通过手动标注平面标定块的交点来标定摄像机的方法.

(3) 基于直线的方法. 不需要知道空间直线之间的相对位置以及直线相对于摄像机的位置关系, 但是只能估计摄像机的内参数, 不能估计外参数. 1999 年, Geyer 和 Daniilidis^[12] 研究了两组平行直线在抛物反射折射摄像机下像(二次曲线)的性质, 由此提出了一种恢复抛物反射折射摄像机内参数的方

法. 2002 年, 作者在另一文献[13]中研究了空间直线在抛物反射折射摄像机下像的射影不变性质, 根据这一性质提出了一种在没有任何度量信息的情况下, 恢复摄像机所有内参数的方法. 然而, 这两种方法都只是针对抛物反射折射摄像机进行了研究. 对此, Barreto 和 Araujo^[14] 给出了直线在所有反射折射摄像机下像的具体表达式, 且研究了它们的几何性质并将其应用于摄像机的标定. 此外, Wu 等人^[15] 提出了一种基于直线的线性标定方法, 该方法同样适用于所有的反射折射摄像机. 文中, 作者引入了对极图像点, 并研究了图像点与其对极图像点之间的关系, 从而得到一组关于反射折射摄像机内参数的线性约束方程. 通过这些约束方程, 基于 3 条或 3 条以上直线的像就可以恢复反射折射摄像机的所有内参数.

(4) 基于球的方法. 由于球的投影轮廓线通常是封闭的二次曲线(椭圆), 从而可以得到很高的拟合精度, 进而得到较高的标定精度. Ying 和 Hu^[16] 提出了一种基于直线像或球像进行反射折射摄像机标定的统一模型. 文中, 作者通过直线或球的映射得到了关于反射折射摄像机内参数的约束方程, 从而估计出摄像机的内参数. 由于该方法得到的约束方程是非线性的, 作者提出了一个两步标定算法, 即把内参数分成两组分别求解. 然而, 即使分成两步求解也要进行非线性优化, 并且需要一个很好的初值. 针对这一问题, Ying 和 Zha^[17] 定义了校正的内参数矩阵、绝对二次曲线的校正像(MIAC)以及对偶绝对二次曲线的校正像(DMIAC). 在此基础上, 作者提出了一种基于球像的线性反射折射摄像机标定算法. 该方法较文献[16]中提出的方法大大提高了运行速度, 且能达到相似的精度. 然而, 这两种方法对于抛物反射折射摄像机都属于退化的情况. 因此, Duan 和 Wu^[18-19] 提出了一种基于球像的抛物反射折射摄像机标定方法, 从而完善了基于球的中心反射折射摄像机标定方法.

(5) 自标定方法. 直接从场景图像出发, 使用多幅图像对应点之间的约束来标定摄像机. 优点在于不需要使用标定块且不需要任何关于摄像机运动和场景几何结构的信息, 不足在于精度不高. Kang^[20] 基于反射折射摄像机的成像特征, 利用点对间相互关系的一致性, 描述了一种可行的抛物反射折射摄像机自标定方法.

圆在现实生活中是普遍存在的, 且基于圆的标定算法有着无可比拟的优势, 如标定时不需要物体

与图像、图像与图像之间进行匹配.然而,由于反射折射摄像机存在大的畸变,在该摄像机下对这一问题的研究还很不透彻且还有很多困难.2011年,Duan和Wu^[21]推导出了圆在反射折射摄像机下的像是一条四次曲线,并在此基础上统一了几何元在反射折射摄像机下的成像理论.此外,文中指出由于存在遮挡,仅仅圆像的部分封闭曲线在像平面上是可见的,且通过其可见部分无法拟合出圆像的方程,进而无法估计摄像机的内外参数.针对这一问题,当位率为1和斜率为0时,本文提出了一种抛物反射折射圆像的拟合方法,为研究基于圆的标定算法奠定了基础.首先,推导出了抛物反射折射圆像需要满足的条件;其次,在此基础上建立了一种目标函数,从而通过最小化该目标函数来优化得到圆像的方程;最后,利用拟合得到的圆像和抛物镜面的投影轮廓线估计的摄像机主点计算出摄像机焦距,以此来评价拟合方法的性能.模拟实验和真实实验均验证了我们方法的有效性.

本文第2节是一些预备知识;第3节推导出抛物反射折射圆像需要满足的条件;第4节给出一种抛物反射折射圆像的拟合方法;第5节是模拟实验和真实实验;最后给出本文的结论.

2 预备知识

2.1 透视摄像机

设摄像机的内参数矩阵为

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} r_c f_c & s & u_0 \\ & f_c & v_0 \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

其中, r_c 为位率, f_c 为焦距, s 为畸变因子, $[u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 为摄像机主点坐标记为 p .设空间点 $\mathbf{X}=[x \ y \ z]^T$ 对应的图像点为 $m=[x \ y \ 1]^T$,则空间点在像平面上的成像过程可表示为(如图1所示)

$$\alpha m = \mathbf{K}_c [\mathbf{R} \ t] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

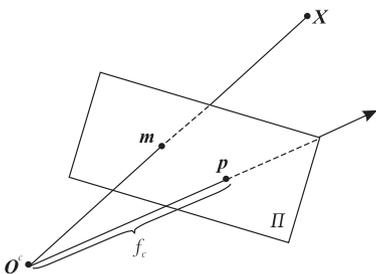


图1 透视摄像机成像模型

其中, α 是非零的常数因子, \mathbf{R} 是一个3阶的旋转矩阵, t 是长度为3的平移向量, $[\mathbf{R} \ t]$ 是摄像机外参数矩阵.

2.2 反射折射摄像机

Geyer和Daniilidis^[3]指出所有中心反射折射成像过程都等价于一个经过单位球的两步成像模型.如图2所示:首先,在视球坐标系 $O-X_s Y_s Z_s$ 下,空间点 \mathbf{X} 经过透视射影到以反射镜面焦点 O 为中心的单位球上的点 $\mathbf{X}_s=[x_s \ y_s \ z_s]^T$;然后,以空间点 O 为投影中心将 \mathbf{X}_s 投影到与直线 OO^c 垂直的平面 Π 上,从而形成图像点 m .其中 O^c 称为虚拟摄像机光心, O 称为视球中心.

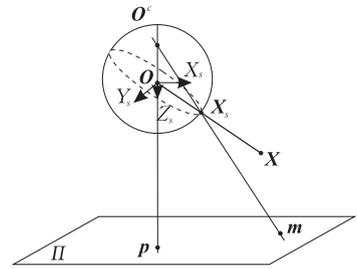


图2 反射折射摄像机成像模型

虚拟摄像机的光轴是直线 OO^c ,则直线 OO^c 与像平面 Π 的交 $p=[u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 为摄像机的主点. O 到 O^c 的距离 $\xi=\|O-O^c\|$ 称为镜面参数,不同的镜面参数对应不同类型的反射镜面:当 $0<\xi<1$ 时,对应的反射镜面是双曲面或椭球面;当 $\xi=1$ 时,对应的反射镜面是抛物面;当 $\xi=0$ 时,对应的反射镜面是平面镜.

反射折射摄像机的成像过程可表示为

$$\alpha m = \mathbf{K}_c \left(\frac{\mathbf{R}\mathbf{X} + t}{\|\mathbf{R}\mathbf{X} + t\|} + (0 \ 0 \ \xi)^T \right),$$

其中, \mathbf{K}_c 为摄像机内参数矩阵, $\|\cdot\|$ 为向量范数,且 ξ 表示镜面参数.其它参数见式(1).

2.3 对极图像点

中心反射折射摄像机下,吴福朝等人^[15]给出了对极图像点的定义及性质.

定义1. 如果 m 和 m' 分别是某条视球直径的两个端点的像,则 $\{m, m'\}$ 称为一对对极图像点(见图3).

命题1. 在中心反射折射摄像机下,如果

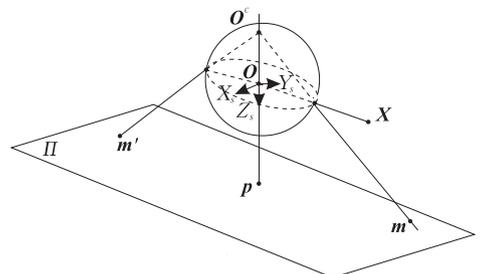


图3 $\{m, m'\}$ 是一对对极图像点

$\{m, m'\}$ 是一对对极图像点, 则

$$\frac{1 + \sqrt{1 + \tau m^T \omega m}}{m^T \omega m} m + \frac{1 + \sqrt{1 + \tau m'^T \omega m'}}{m'^T \omega m'} m' = 2p \quad (2)$$

其中, $\tau = (1 - \xi^2) / \xi^2$, $\omega = K_c^{-T} K_c^{-1}$. 在抛物反射镜面情况下, 式(2)简化为

$$\frac{1}{m^T \omega m} m + \frac{1}{m'^T \omega m'} m' = p \quad (3)$$

3 抛物反射折射圆像的性质

在现实生活中, 我们使用的摄像机近似为标准的透视摄像机, 即位率为 1 且斜率为 0. 因此, 我们只讨论当 $r_c = 1$ 且 $s = 0$ 时, 抛物反射折射圆像的性质.

圆在抛物反射折射摄像机下的像是一条四次曲线^[21] (如图 4 所示). 设 m 为四次曲线(圆像)上的点, 则

$$4\tilde{m}^T \hat{C} \tilde{m} - 4\tilde{m}^T \hat{C} e \tilde{m}^T \tilde{m} + e^T \hat{C} e (\tilde{m}^T \tilde{m})^2 = 0 \quad (4)$$

其中 $e = [0 \ 0 \ 1]^T$, $\tilde{m} = K_c^{-T} m$, K_c 为摄像机内参数矩阵, \hat{C} 是一个 3×3 的对称矩阵.

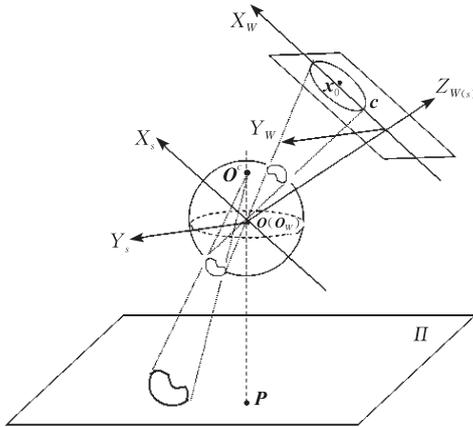


图 4 圆在反射折射摄像机下的像

当 $r_c = 1$ 且 $s = 0$ 时, 摄像机内参数矩阵为

$$K_c = \begin{bmatrix} f_c & 0 & u_0 \\ 0 & f_c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则

$$K_c^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_c} & 0 & -\frac{u_0}{f_c} \\ 0 & \frac{1}{f_c} & -\frac{v_0}{f_c} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为简化表达式, 记

$$K_c^{-1} = \begin{bmatrix} a & 0 & d \\ 0 & a & e \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}.$$

在抛物反射折射摄像机下, 圆的像是一条四次

曲线. 因为四次曲线有 14 个自由度(DOF), 则可以用一个 14 维射影空间中的一个点 C 来表示. 通过 Maple 程序展开式(4)得到抛物反射折射圆像的具体代数表达式, $m = [x \ y \ 1]^T$ 为圆像上的点, 则 $C(1)x^4 + C(2)x^3y + C(3)x^2y^2 + C(4)xy^3 + C(5)y^4 + C(6)x^3 + C(7)x^2y + C(8)xy^2 + C(9)y^3 + C(10)x^2 + C(11)xy + C(12)y^2 + C(13)x + C(14)y + C(15) = 0$.

C 的具体表达式为

$$C(1:9) = \begin{bmatrix} a^4 c_{33} \\ 0 \\ 2a^4 c_{33} \\ 0 \\ a^4 c_{33} \\ -4a^3 t_1 \\ -4a^3 t_2 \\ -4a^3 t_1 \\ -4a^3 t_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

且

$$\begin{cases} C(10) = -2a^2(6dt_1 + 2et_2 - 2t_3 + (d^2 + e^2 + 1)c_{33}) \\ C(11) = -8a^2(et_1 + dt_2 - t_5) \\ C(12) = -2a^2(2dt_1 + 6et_2 - 2t_4 + (d^2 + e^2 + 1)c_{33}) \\ C(13) = -4a((3d^2 + e^2 - 1)t_1 + 2t_2de - 2dt_3 - 2et_5) \\ C(14) = -4a(2t_1de + (d^2 + 3e^2 - 1)t_2 - 2et_4 - 2dt_5) \\ C(15) = -4(d^2 + e^2 - 1)(dt_1 + et_2) + 8d^2t_3 + 4e^2t_4 + 2t_5de + (d^2 + e^2 + 1)^2c_{33} \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} t_1 = c_{13} - dc_{33} \\ t_2 = c_{23} - ec_{33} \\ t_3 = c_{11} - d^2c_{33} \\ t_4 = c_{22} - e^2c_{33} \\ t_5 = c_{12} - dec_{33} \end{cases}.$$

定理 1. 假设圆在抛物反射折射摄像机下的像为四次曲线 C , 则有下列等式成立:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= C(2) = 0, \\ \delta_2 &= C(4) = 0, \\ \delta_3 &= C(3) - 2C(1) = 0, \\ \delta_4 &= C(5) - C(1) = 0, \\ \delta_5 &= C(6) - C(8) = 0, \\ \delta_6 &= C(7) - C(9) = 0. \end{aligned}$$

证明. 由式(5)可知, 结论成立. 证毕.

通常情况下, 由于反射镜面的投影轮廓线估计的摄像机主点是比较准确的. 因此, 当摄像机主点已知, 则有下列定理成立.

定理 2. 假设摄像机主点 $p = [u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 已知, 且圆在抛物反射折射摄像机下的像为四次曲线 C . 则有下列等式成立:

$$\delta_7 = (C(7) + 4v_0 C(1))\alpha_1 - (C(6) + 4u_0 C(1))\alpha_2 = 0$$

其中

$$\begin{cases} \alpha_1 = C(13) + 2u_0 v_0 C(7) + 2u_0^2 C(6) + 2u_0 C(10) + \\ v_0 C(11) \\ \alpha_2 = C(14) + 2u_0 v_0 C(6) + 2v_0^2 C(7) + 2v_0 C(12) + \\ u_0 C(11) \end{cases}$$

证明. 由 K_c^{-1} 知

$$\frac{1}{a} = f_c, \quad \frac{d}{a} = -u_0, \quad \frac{e}{a} = -v_0.$$

记

$$\tau_1 = f_c \frac{t_1}{c_{33}}, \quad \tau_2 = f_c \frac{t_2}{c_{33}},$$

$$\tau_3 = f_c^2 \frac{t_3}{c_{33}}, \quad \tau_4 = f_c^2 \frac{t_4}{c_{33}}, \quad \tau_5 = f_c^2 \frac{t_5}{c_{33}}.$$

由式(5)可知

$$\begin{cases} \tau_1 = -\frac{1}{4} \frac{C(6)}{C(1)} \\ \tau_2 = -\frac{1}{4} \frac{C(7)}{C(1)} \end{cases} \quad (7)$$

由式(6)可知

$$\begin{cases} \frac{C(10)}{C(1)} = -(12u_0 \tau_1 + 4v_0 \tau_2 + 4\tau_3 - 2(u_0^2 + v_0^2 + f_c^2)) \\ \frac{C(11)}{C(1)} = -(8v_0 \tau_1 + 8u_0 \tau_2 + 8\tau_4) \\ \frac{C(12)}{C(1)} = -(4u_0 \tau_1 + 12v_0 \tau_2 + 4\tau_5 - 2(u_0^2 + v_0^2 + f_c^2)) \\ \frac{C(13)}{C(1)} = -4((3u_0^2 + v_0^2 - f_c^2)\tau_1 + 2u_0 v_0 \tau_2 + \\ 2u_0 \tau_3 + 2v_0 \tau_5) \\ \frac{C(14)}{C(1)} = -4(2u_0 v_0 \tau_1 + (u_0^2 + 3v_0^2 - f_c^2)\tau_2 + \\ 2v_0 \tau_4 + 2u_0 \tau_5) \end{cases} \quad (8)$$

把式(7)代入式(8)中前三项, 解得

$$\begin{cases} \tau_3 = \frac{1}{4} \left(\frac{C(10)}{C(1)} + 3u_0 \frac{C(6)}{C(1)} + v_0 \frac{C(7)}{C(1)} + \right. \\ \left. 2(u_0^2 + v_0^2 + f_c^2) \right) \\ \tau_4 = \frac{1}{8} \left(\frac{C(11)}{C(1)} + u_0 \frac{C(7)}{C(1)} + v_0 \frac{C(6)}{C(1)} \right) \\ \tau_5 = \frac{1}{4} \left(\frac{C(12)}{C(1)} + u_0 \frac{C(6)}{C(1)} + 3v_0 \frac{C(7)}{C(1)} + \right. \\ \left. 2(u_0^2 + v_0^2 + f_c^2) \right) \end{cases} \quad (9)$$

此外, 把式(7)和式(9)代入式(8)第 4 项得

$$\frac{C(13)}{C(1)} + (3u_0^2 + v_0^2 + f_c^2) \frac{C(6)}{C(1)} + 2u_0 v_0 \frac{C(7)}{C(1)} + 2u_0 \frac{C(10)}{C(1)} + v_0 \frac{C(11)}{C(1)} + 4u_0 (u_0^2 + v_0^2 + f_c^2) = 0,$$

由上式解出

$$f_c^2 = -\frac{\beta_1}{(C(6) + 4u_0 C(1))} \quad (10)$$

其中 $\beta_1 = C(13) + (3u_0^2 + v_0^2)C(6) + 2u_0 v_0 C(7) + 2u_0 C(10) + v_0 C(11) + 4u_0 (u_0^2 + v_0^2)C(1)$.

同理, 把式(7)和式(9)代入式(8)第 5 项得

$$\frac{C(14)}{C(1)} + (u_0^2 + 3v_0^2 + f_c^2) \frac{C(7)}{C(1)} + 2u_0 v_0 \frac{C(6)}{C(1)} + u_0 \frac{C(11)}{C(1)} + 2v_0 \frac{C(10)}{C(1)} + 4v_0 (u_0^2 + v_0^2 + f_c^2) = 0,$$

由上式解出

$$f_c^2 = -\frac{\beta_2}{(C(7) + 4v_0 C(1))} \quad (11)$$

其中 $\beta_2 = C(14) + (u_0^2 + 3v_0^2)C(7) + 2u_0 v_0 C(6) + u_0 C(11) + 2v_0 C(12) + 4v_0 (u_0^2 + v_0^2)C(1)$.

由式(10)和式(11)相等得

$$\frac{\beta_1}{(C(6) + 4u_0 C(1))} - \frac{\beta_2}{(C(7) + 4v_0 C(1))} = 0,$$

上式整理得

$$\delta_7 = (C(7) + 4v_0 C(1))\alpha_1 - (C(6) + 4u_0 C(1))\alpha_2 = 0,$$

其中,

$$\begin{cases} \alpha_1 = C(13) + 2u_0 v_0 C(7) + 2u_0^2 C(6) + \\ 2u_0 C(10) + v_0 C(11) \\ \alpha_2 = C(14) + 2u_0 v_0 C(6) + 2v_0^2 C(7) + \\ 2v_0 C(12) + u_0 C(11) \end{cases}$$

证毕.

假设 C 为抛物反射折射圆像, 则定理 1 和定理 2 成立, 从而可以用来优化抛物反射折射圆像的方程.

4 抛物反射折射圆像的拟合方法

本节, 我们利用 3 节得到的定理 1 和定理 2 优化估计抛物反射折射圆像的方程.

假设在像平面上抛物反射折射圆像为 C . m_i 是从 C 上提取的图像点, 其中 $i=1, 2, \dots, N$.

通常情况下, 反射镜面的投影轮廓线在像平面上是可见的且为一条二次曲线. 首先, 通过最小二乘法拟合得到抛物镜面的投影轮廓线 C_0 . 然后通过 C_0 对摄像机内参数进行初始化.

4.1 初始化

因为 $r_c=1$ 且 $s=0$, 则 C_0 的表达式为

$$C_0 = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & d_{13} \\ 0 & d_{11} & d_{23} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \end{bmatrix},$$

从而, 摄像机内参数 f_c, u_0, v_0 的初始估计为

$$\begin{cases} u_0 = \frac{d_{12}d_{23} - d_{22}d_{13}}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \\ v_0 = \frac{d_{12}d_{13} - d_{11}d_{23}}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \\ f_c = \mathbf{p}^T C_0 \mathbf{p} \end{cases} \quad (12)$$

其中 $[u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 为摄像机主点 \mathbf{p} . 接下来, 利用得到的初始内参数, 根据式(3)计算出 $\mathbf{m}_i = [x_i, y_i, 1]^T$ 的对极图像点 $\mathbf{m}'_i = [x'_i, y'_i, 1]^T, i=1, 2, \dots, N$. 然后利用点 $\{(\mathbf{m}_i, \mathbf{m}'_i), i=1, 2, \dots, N\}$ 通过最小化下面的目标函数来初始估计抛物反射折射圆像 C :

$$F_1 = \mathbf{M}^T \mathbf{M} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= [\tilde{\mathbf{m}}_1 \ \tilde{\mathbf{m}}_2 \ \dots \ \tilde{\mathbf{m}}_N \ \tilde{\mathbf{m}}'_1 \ \tilde{\mathbf{m}}'_2 \ \dots \ \tilde{\mathbf{m}}'_N]^T, \\ \tilde{\mathbf{m}}_i &= (x_i^4, x_i^3 y_i, x_i^2 y_i^2, x_i y_i^3, y_i^4, x_i^3, x_i^2 y_i, x_i y_i^2, y_i^3, x_i^2, \\ &\quad x_i y_i, y_i^2, x_i, y_i, 1), \\ \tilde{\mathbf{m}}'_i &= (x_i'^4, x_i'^3 y_i', x_i'^2 y_i'^2, x_i' y_i'^3, y_i'^4, x_i'^3, x_i'^2 y_i', x_i' y_i'^2, y_i'^3, \\ &\quad x_i'^2, x_i' y_i', y_i'^2, x_i', y_i', 1). \end{aligned}$$

到目前为止, 我们得到了四次曲线 C 的初始估计. 下面, 给出抛物反射折射圆像的拟合方法.

4.2 抛物反射折射圆像的拟合方法

拟合方法.

输入: 从抛物镜面的投影轮廓线和圆像上分别手动提取图像点 \mathbf{m}_i^0 和 $\mathbf{m}_i (i=1, 2, \dots, N)$

输出: 抛物反射折射圆像的方程 C

1. 通过 $\{\mathbf{m}_i^0, i=1, 2, \dots, N\}$ 估计抛物镜面的投影轮廓线, 从而得到摄像机内参数的初始估计;
2. 通过初始化的摄像机内参数和图像点 $\{\mathbf{m}_i, i=1, 2, \dots, N\}$, 利用 4.1 节提出的方法得到圆像 C 的初始估计;
3. 定义目标函数

$$F = \mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda \sum_{i=1}^7 \delta_i^2 \quad (14)$$

其中, λ 指 Lagrange 乘子, \mathbf{M} 见式(13), δ_i 见定理 1 和定理 2 ($i=1, 2, \dots, 7$). 通过最小化目标函数(14)优化得到圆像的方程 C .

5 实验结果

本节通过模拟和真实实验来验证我们拟合方法的性能.

首先, 用抛物镜面的投影轮廓线估计摄像机主点. 而由式(10)或式(11)可知, 通过优化得到的圆像

和摄像机主点可以直接计算出摄像机焦距, 以此来评价我们拟合方法的性能.

5.1 模拟实验

在模拟实验中, 假设反射折射摄像机内参数矩阵为

$$K_c = \begin{bmatrix} 600 & 0 & 500 \\ & 600 & 350 \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

其中, $[500 \ 350 \ 1]^T$ 为摄像机主点 \mathbf{p} , 600 为摄像机焦距 f_c .

图 5 是模拟生成的圆像. 其中大的二次曲线是抛物镜面的投影轮廓线, 小的封闭曲线是圆在抛物反射折射摄像机下的像. 在圆像上的每个图像点加入均值为 0, 标准差为 σ 的高斯噪声, σ 分别取为 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3. 由于图像边缘的分辨率比较低, 我们在抛物镜面投影轮廓线上的每个图像点加入均值为 0, 标准差为 2σ 的高斯噪声. 在每个噪声水平下分别做 100 次独立实验.

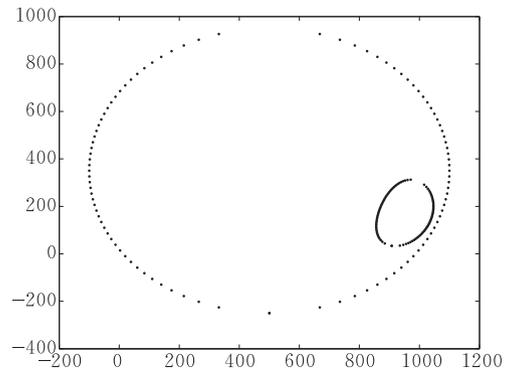


图 5 模拟生成的图像

利用第 4 节提出的方法来估计抛物反射折射圆像的方程. 图 6 给出了点到四次曲线(圆像)代数距离的均值和标准差. 从图 6 中可以看出, 抛物反射折射圆像得到了很好的估计, 从而说明了我们拟合方法的有效性.

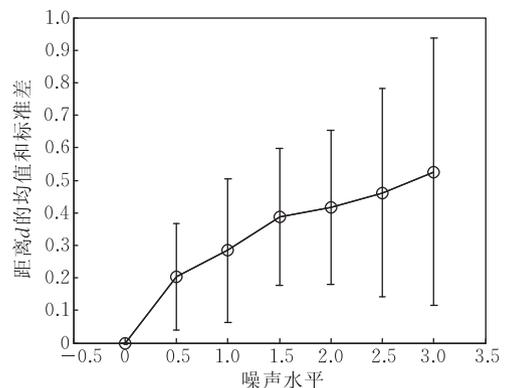


图 6 点到四次曲线代数距离的均值和标准差

此外,用拟合得到的四次曲线(圆像)和式(12)估计的摄像机主点,通过式(10)直接解出焦距 f_c . 然后,把求出的焦距 f_c 和通过式(12)初始化的焦距 f_{c0} 进行比较. 图 7 给出了比较结果,也说明了我们提出的方法可以较准确地拟合出抛物反射折射圆像的方程.

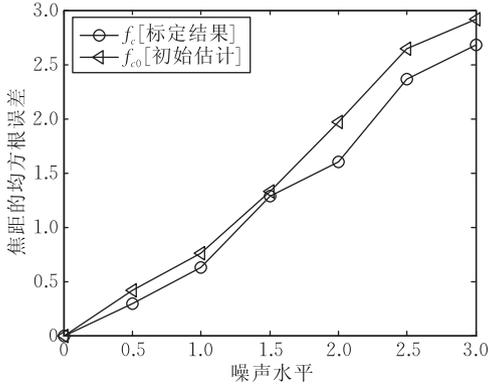


图 7 焦距 f_c 和焦距 f_{c0} 的比较结果

5.2 真实实验

我们用由捷克技术大学感知中心(The Center for Machine Perception, Czech Technical University)设计的旋转双曲镜面和 NIKON COOLPIX990 数码相机构成的反射折射摄像机进行实验. 该反射折射摄像机的镜面参数 $\xi=0.966$ 接近 1, 因此可以近似为抛物反射折射摄像机来进行实验. 用该摄像机拍摄杯子的图像(如图 8 所示), 图像分辨率为 1080×810 .



图 8 拍摄的真实图像

首先,利用以下网址上提供的方法分别手动提取反射镜面的投影轮廓线和圆像(即 A 杯子和 B 杯子的杯口)上的图像点: <http://mail.isr.uc.pt/~carloss/software/software.htm>. 然后,用本文提出的拟合方法对图 8 中 A 杯子和 B 杯子的杯口进行拟合. 把拟合得到的四次曲线反投影到图 8 中. 图 9

给出了放大后的反投影结果,可以看出圆像得到了较好的拟合. 此外,用拟合得到的四次曲线(抛物反射折射圆像)和式(12)估计的摄像机主点,通过式(10)计算出摄像机焦距 f_c . 由于缺乏参数的真值,我们用得到的摄像机内参数对图 10 进行校正,通过校正后的直线像是否保持直线来评价标定结果.

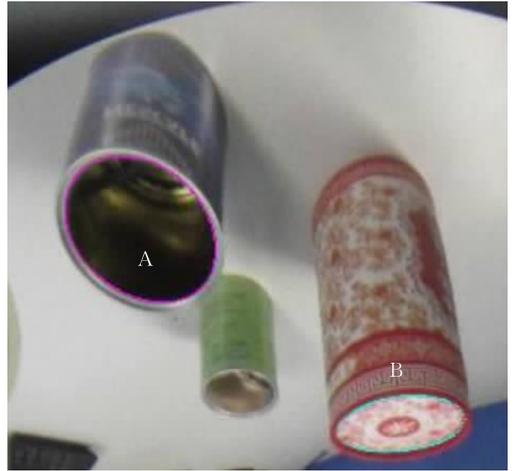


图 9 拟合抛物反射折射圆像得到的结果



图 10 检验图

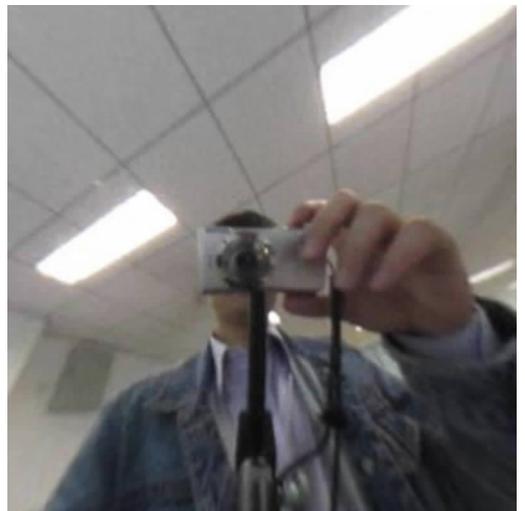


图 11 通过拟合 A 杯子的杯口得到的校正结果



图 12 通过拟合 B 杯子的杯口得到的校正结果

图 11 和图 12 分别为拟合 A 杯子和 B 杯子的杯口得到的校正结果. 从图 11 和图 12 中可以看出天花板上的直线得到了很好的校正, 从而说明了我们的拟合方法的有效性.

6 结 论

圆在反射折射摄像机下的像是一条四次曲线, 但由于存在遮挡, 通过其在像平面上的可见部分无法正确地拟合圆像的方程. 对此, 本文提出了一种抛物反射折射圆像的拟合方法, 为研究基于圆的摄像机标定奠定了基础. 首先, 推导出了抛物反射折射圆像需要满足的条件; 其次, 利用这些条件来优化得到圆像的方程; 最后, 利用拟合得到的抛物反射折射圆像和摄像机主点计算出摄像机焦距, 以此评价我们拟合方法的性能. 模拟实验和真实实验均验证了我们拟合方法的有效性. 从实验结果中也可以看出, 在没有高标定精度要求的情况下, 通过一个圆像可以直接计算出摄像机的焦距. 在以后的工作中, 我们将继续研究圆在双曲镜面或椭球反射折射摄像机下像的拟合方法及基于圆的摄像机标定方法.

参 考 文 献

- [1] Baker, S., Nayar, S. A theory of catadioptric image formation//Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision. Bombay, India, 1998; 35-42
- [2] Baker S., Nayar S. A theory of single-viewpoint catadioptric image formation. *International Journal of Computer Vision*, 1999, 35(2): 237-351
- [3] Geyer C., Daniilidis K. Catadioptric projective geometry. *International Journal of Computer Vision*, 2001, 45(3): 223-243
- [4] Geyer C., Daniilidis K. A unifying theory for central panoramic systems and practical implications//Proceedings of the 8th European Conference on Computer Vision. Dublin, Ireland, 2000; 445-461
- [5] Aliaga D. G. Accurate catadioptric calibration for real-time pose estimation in room-size environment//Proceedings of the 9th International Conference on Computer Vision. Vancouver, Canada, 2001; 127-134
- [6] Bastanlar Y., Puig L., Sturm P., Guerrero J. J., Barreto J. DLT-Like calibration of central catadioptric cameras//Proceedings of the Workshop on Omnidirectional Vision, Camera Networks and Non-Classical Cameras. Marseille, France, 2008; 12-18
- [7] Sturm P., Barreto J. P. General imaging geometry for central catadioptric cameras//Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision. Marseille, France, 2008; 609-622
- [8] Scaramuzza D., Martinelli A., Siegwart R. A flexible technique for accurate omnidirectional camera calibration and structure from motion//Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision Systems. New York, USA, 2006; 45-52
- [9] Mei C., Rives R. Single view point omnidirectional camera calibration from planar grids//Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Roma, Italy, 2007; 3945-3950
- [10] Deng Xiao-Ming, Wu Fu-Chao, Wu Yi-Hong. An easy calibration method for central catadioptric cameras. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 801-808
- [11] Zhang Lei, Du Xin, Zhu Yun-Fang, Liu Ji-Lin. Central catadioptric camera calibration with single image//Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Taipei, China, 2009; 1253-1256
- [12] Geyer C., Daniilidis K. Catadioptric camera calibration//Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision. Kerkyra, Greece, 1999; 398-404
- [13] Geyer C., Daniilidis K. Paracatadioptric camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(5): 687-695
- [14] Barreto J. P., Araujo H. Geometry properties of central catadioptric line images and application in calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(8): 1327-1333
- [15] Wu Fu-Chao, Duan Fu-Qing, Hu Zhan-Yi, Wu Yi-Hong. A new linear algorithm for calibration central catadioptric cameras. *Pattern Recognition*, 2008, 41(10): 3166-3172
- [16] Ying Xiang-Hua, Hu Zhan-Yi. Catadioptric camera calibration using geometric invariants. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(10): 1260-1271
- [17] Ying Xiang-Hua, Zha Hong-Bin. Identical projective geometric properties of central catadioptric lines images and sphere images with applications to calibration. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 78(1): 89-105

- [18] Duan Hui-Xian, Wu Yi-Hong. Paracatadioptric camera calibration using sphere images//Proceedings of the International Conference on Image Processing. Brussels, Belgium, 2011: 649-652
- [19] Duan Hui-Xian, Wu Yi-Hong. A calibration method for paracatadioptric camera from sphere images. Pattern Recognition Letters, 2012, 33(6): 677-684
- [20] Kang S B. Catadioptric self-calibration//Proceedings of the

Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Hilton Head, USA, 2000: 201-207

- [21] Duan Hui-Xian, Wu Yi-Hong. Unified imaging of geometric entities under catadioptric camera and camera calibration. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2011, 23(5): 891-898(in Chinese)
(段慧仙, 吴毅红. 反射折射几何元统一成像及标定性讨论. 计算机辅助与图形学学报, 2011, 23(5): 891-898)



DUAN Hui-Xian, born in 1983, Ph. D. . Her main research interests include camera calibration, 3D reconstruction.

LI Guang-Yao, born in 1965, Ph. D. , professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include graphics and image research work, virtual reality.

LI Chao, born in 1979, Ph. D. . His main research interests include graphics and image processing, virtual reality.

TAN Yun-Lan, born in 1972, Ph. D. . Her main research interests include virtual reality, visualization in scientific computation.

Background

In computer vision, catadioptric camera has a large field of view and can be widely used in virtual reality, robot navigation and visual surveillance etc. It is well known that the camera calibration is a prerequisite for the application of catadioptric camera. Now, in the literatures, there are many calibration algorithms from points, lines and spheres, which still cannot effectively estimate the camera parameters. In addition, circles are quite common in our life and camera calibration from circles has great advantages. However, due to the large distortions, there are still many problems on catadioptric camera calibration and little attention has been paid to catadioptric camera calibration from circle images.

In our past work, (1) we proposed a new catadioptric line fitting method, which is suitable to all kinds of central catadioptric cameras and has higher accuracy than state-of-the-art methods; (2) we proposed a calibration method for paracatadioptric camera from three sphere images and made calibration based on spheres for central catadioptric cameras be a complete system; (3) we proved that the catadioptric projection of a circle is a quartic curve, and established the theoretical foundation for calibration methods based on circles. However, due to the partial occlusion, only part of the quartic curve is visible on the image plane, and catadioptric

circle image cannot be estimated from the visible part. In this paper, we propose a fitting method of paracatadioptric circle image for the case that aspect ratio is 1 and skew is 0. First of all, we derive some conditions, which must be satisfied by the paracatadioptric circle image. Then, these conditions are used to optimize the equation of circle image. In addition, we show that the effective focal length can be computed from the principal point and circle image. Experimental results on both simulated and real image data have demonstrated the effectiveness of our method. In the future research, we will focus on the circle image fitting methods and camera calibration algorithms under other central catadioptric cameras.

We mainly study the 3D lunar terrain reconstruction and illustration method, which provides theoretical foundation for the optimization analysis and application system of lunar exploration data. Since catadioptric camera has a large field of view, it is widely used in the 3D large scene reconstruction which is quite critical in this project. As the camera calibration is a prerequisite for the application of catadioptric camera, our work in this paper plays an important role in the establishment of the theoretical foundation of the 3D lunar terrain reconstruction.