

生成矩形毛坯最优两段排样方式的确定型算法

季 君¹⁾ 陆一平¹⁾ 查建中¹⁾ 崔耀东²⁾ 王金敏³⁾

¹⁾(北京交通大学机械与电子控制工程学院 北京 100044)

²⁾(广西大学计算机与电子信息学院 南宁 530004)

³⁾(天津职业技术师范大学机械工程学院 天津 300222)

摘 要 排样价值、切割工艺和计算时间是排样问题主要考虑的 3 个因素. 文中提出一个新的基于排样模式的确定型排样算法——同质块两段排样算法, 此算法适合剪冲下料工艺, 在实现工艺简化的同时提高了排样价值时间比. 首先通过动态规划算法生成最优同质块, 然后求解一维背包问题生成块在级中的最优排样方式和级在段中的最优排样方式, 最后选择两个段生成最优的两段排样方式. 通过 3 组经典测题对该文算法进行了测试, 将算法与 4 种著名算法进行了比较. 实验结果表明, 该文算法的优化结果好于以上 4 种著名算法, 有效地提高了板材利用率, 并且计算时间合理.

关键词 下料; 二维无约束排样; 同质块; 背包问题; 动态规划算法

中图法分类号 TP391

DOI 号: 10.3724/SP.J.1016.2012.00183

A Deterministic Algorithm for Optimal Two-Segment Cutting Patterns of Rectangular Blanks

Ji Jun¹⁾ LU Yi-Ping¹⁾ CHA Jian-Zhong¹⁾ CUI Yao-Dong²⁾ WANG Jin-Min³⁾

¹⁾(School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

²⁾(School of Computer, Electronics and Information, Guangxi University, Nanning 530004)

³⁾(School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222)

Abstract Packing problem should consider three factors of pattern value, cutting techniques and computation time. A new deterministic algorithm is proposed for generating the optimal two-segment cutting patterns for rectangular blanks based on the homogenous block. This paper's algorithm is appropriate for the shearing and punching process. Both simple patterns can be obtained and value-to-time can be improved. This algorithm uses a dynamic programming to generate optimal homogenous blocks, solves one-dimensional knapsack problems to obtain the homogenous block layouts on the sections and the section layout on segments, and optimally selects two segments to compose the cutting pattern. The algorithm is tested through three group classic problems, and compares with three famous algorithms. The computational results indicate that this paper's algorithm is better than the above four algorithms. The algorithm is efficient in improving material usage, and the computation time is reasonable.

Keywords cutting stock; unconstrained two-dimensional cutting; homogenous blocks; knapsack problem; dynamic programming recursion

收稿日期: 2010-01-03; 最终修改稿收到日期: 2011-12-21. 本课题得到国家自然科学基金(61063031, 60975046)资助. 季 君, 女, 1979 年生, 博士研究生, 主要研究方向为优化计算技术、CAD. E-mail: 08116293@bjtu.edu.cn. 陆一平, 男, 1965 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为智能设计及布局. 查建中, 男, 1947 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为智能工程、先进制造技术. 崔耀东, 男, 1957 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为优化计算技术、CAD. 王金敏, 男, 1963 年生, 博士, 教授, 主要研究领域为智能布局/CAD.

1 引言

在许多建设行业中,都会遇到材料分割问题.而矩形零部件排样是制造行业经常涉及的问题,有效的排样方案不仅可以提高材料利用率,而且可以简化切割工艺.虽然很多学者对矩形件排样问题进行了研究,但从计算复杂性理论上,矩形件排样问题已经被证明属于相当困难的组合优化问题^[1-3];而且企业下料环节影响排样问题特性的因素很多,随着生产的发展,这些因素在不断变化,具有新特性的排样问题不断出现,需要研究新算法予以解决,以满足生产的需要.

本文讨论矩形毛坯二维无约束剪切排样(UTDC)问题^[4-5]:将板材 $L \times W$ 切割成 m 种毛坯,第 i 种毛坯的尺寸为 $l_i \times w_i$, 价值为 c_i ($i=1, \dots, m$), 对每种毛坯在板材中出现的次数无约束,排样目标是使板材所含毛坯的总价值最大.对于 UTDC 问题的排样方式称为普通排样方式.尽管此种排样方式存在精确算法^[6-7],但其解决大规模问题所花费的时间是不能容忍的.因此,很多学者致力于研究特定类型的排样方式,如 Hifi^[8] 提出了经典两阶段和经典三阶段排样方式,崔耀东提出了普通 T 型^[9]、T 型同质块排样方式^[10]、普通两段排样方式^[11],文献^[12]提出了同质块两阶段排样方式.文献^[13]提出了 3 块排样方式,文献^[14]提出了 4 块排样方式.虽然这些排样方式材料利用率可能稍低,但其计算时间短,下料工艺也较简单.另外,分析可知,T 型同质块排样方式包含经典两阶段、普通 T 型、普通两段、同质块两阶段、三块、四块排样方式.

本文提出一种新的排样方式——同质块两段(2SHB)排样方式来解决 UTDC 问题.一条剪切线将一个同质块两段排样方式分成两个段,每个段既可以是 X 向段,也可以是 Y 向段,图 4 为两种形式的段,第 2 节将进行详细的定义.需要说明的是:(1)当限制两个段中分别为 X 向段和 Y 向段时,同质块两段排样方式就成为 T 型同质块排样方式,也就是说,同质块两段排样方式是 T 型同质块排样方式的超集,因此,最优同质块两段排样方式所含毛坯的价值,不会小于最优 T 型同质块排样方式所含毛坯的价值;(2)当限制每个同质块只能由一个毛坯组成时,同质块两段排样方式就成了普通两段排样方式,也就是说,同质块两段排样方式是普通两段排样方式的超集,因此,最优同质块两段排样方式所含毛坯的价值,不会小于最优普通两段排样方式的所含毛

坯的价值;(3)同质块两段排样方式不是经典三阶段排样的子集,换句话说,经典三阶段排样方式不能包含同质块两段排样方式.因此,最优同质块两段排样方式可能好于最优经典三阶段排样方式.

本文给出了生成同质块两段排样方式的确定型算法,并以大量测试例题来验证此算法的有效性.在这些测试例题中,本文的同质块两段排样方式的解决方案确实好于 T 型同质块排样方式、普通两段排样方式和经典三阶段排样方式的解决方案,而且计算时间合理.另外,本文排样方式的解决方案等于或接近于普通 UTDC 问题的解决方案.这些结果的证明将在论文的第 4 节详细列出.

2 同质块两段排样方式中的概念

2.1 同质块

图 1 为生成排样方式的 3 种类型的条带,数字表示毛坯种类号.其中,(a)是由不同宽度的毛坯组成的普通条带,(b)是由相同宽度的毛坯组成的均匀条带,(c)是由相同尺寸的毛坯组成的同质块条带.

图 2 为两个同质块.同质块是由同质块条带组成,所有同质块条带都是由相同尺寸的毛坯组成.通



图 1 3 种类型的条带

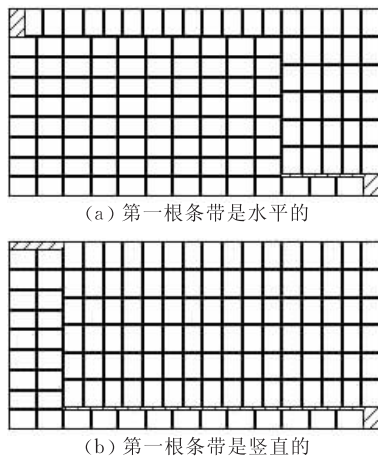


图 2 同质块

3 算法实现

假设板材的尺寸和矩形毛坯的尺寸都为整数, 毛坯允许转向 90° . 因此, 尺寸 $L \times W$ 的板材与尺寸 $W \times L$ 的板材是一样的. 假设 $L \geq W$.

这里将只介绍生成 2SX 排样方式的方法, 包括以下步骤: (1) 生成最优同质块; (2) 确定同质块在级上的最优排样方式; (3) 确定级在段上的最优排样方式; (4) 确定垂直剪切线将板材分割成两段后的最优排样方式. 所有步骤将在介绍完规范尺寸后, 进行逐一介绍.

3.1 规范尺寸

规范尺寸已经被许多作者使用^[5,8-10,12-14]. 对于本文的规范尺寸, 采用文献[9]中的相关定义. 以同质块为例, 基本思想是让所有的同质块紧密的排列在一起, 因此, 同质块的长度和宽度可以从一个有限的集合中取值, 这些值被称为规范长度和规范宽度. 其中一个重要的结论在文献[17]中已经被证实: 假定 $g(x)$ 为不大于 x 的最大规范尺寸, $h(y)$ 为不大于 y 的最大规范尺寸, $f(x, y)$ 为板材 $x \times y$ 所包含毛坯的最大价值, 则 $f(x, y) = f(g(x), h(y))$. 对于不同类型的排样方式, 应该根据自己的特点定义恰当的规范尺寸, 以加快求解速度. 本文定义了两种类型的规范尺寸.

定义 1. 同质块的规范尺寸.

根据前面的定义, 同质块是由相同尺寸的毛坯组成, 因此, 同质块的规范尺寸是通过各种毛坯来定义的. 设 $R_b^{(i)}$ 为第 i 种毛坯规范尺寸的集合, $i = 1, \dots, m$.

$$R_b^{(i)} = \{x = n_1 l_i + n_2 w_i; n_1, n_2 \in N\} \quad (1)$$

上式中, $0 \leq x \leq L$. 同质块的规范尺寸是毛坯的长度和宽度的线性组合. 若 L 和 W 不在集合 R_b 中, 就把它们加入到 R_b 中. 如果一个同质块的长度和宽度都是规范尺寸, 那么就被称为规范同质块.

定义 2. 级的规范尺寸.

图 3 所示, 级是由同质块组成. 根据 2.2 节中的描述, 级的方向可能是水平的 (X 向级) 或者竖直的 (Y 向级), X 向级的宽度是竖直衡量的, Y 向级的宽度是水平衡量的. 因此, 级的最大长度和宽度都为 L . 若级的宽度不等于同质块的规范宽度, 则可以减少宽度至最接近的同质块规范宽度, 而级上同质块的布局不会改变. 因此, 级的规范宽度的集合描述为

$$S_{\text{section}} = \bigcup_{i=1}^m R^{(i)} = \{s_1^{\text{sec}}, s_2^{\text{sec}}, \dots, s_N^{\text{sec}}\} \quad (2)$$

式中 N 为集合中元素的个数.

级的规范长度是所有毛坯的长度和宽度的线性组合, 其集合为

$$E_{\text{section}} = \left\{ x = \sum_{i=1}^m (n_{1i} l_i + n_{2i} w_i); n_{1i}, n_{2i} \in N \right\} \\ = \{e_1^{\text{sec}}, e_2^{\text{sec}}, \dots, e_M^{\text{sec}}\} \quad (3)$$

式中, $0 \leq x \leq L$, M 为集合中元素的个数.

若一个级的长度属于集合 E_{section} , 宽度属于集合 S_{section} , 则这个级就是规范级.

定义 3. 段的规范尺寸.

段是由方向相同的级组成, 因此, 段的长度等于级的长度. 假设 Q_{segment} 是段的规范尺寸的集合, $Q_{\text{segment}} = E_{\text{section}}$. 若一个段的长度和宽度都属于集合 Q_{segment} , 则这个段就是规范段.

3.2 最优同质块

设 $B(x, y)$ 为同质块 $x \times y$ 的最大价值, $x, y \in R_b$ 且 $y \leq W$, 则通过以下步骤求得 B :

步 1: 应用动态规划算法求解各种尺寸的同质块中含每种毛坯数量的最大值 F , 其中, $F_i(x, y)$ 为同质块 $x \times y$ 所含第 i 种毛坯数量的最大值:

$$F_i(x, y) = \max\{F_i(x, y - l_i) + \text{int}(x/w_i), \\ F_i(x - l_i, y) + \text{int}(y/w_i)\} \quad (4)$$

步 2: 求解同质块 $x \times y$ 的最大价值 $B(x, y)$:

$$B(x, y) = \max[F_i(x, y) \times c_i]; i = 1, \dots, m, \\ 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq W \quad (5)$$

3.3 同质块在级上的最优排样方式

设级 $x \times y$ 的价值为 $u(x, y)$, $x \in E_{\text{section}}$, $y \in S_{\text{section}}$, 则有如下递推公式:

$$u(x, y) = \left\{ \max \left[\sum_{i=1}^M z_i B(e_i^{\text{sec}}, y) \right]; \sum_{i=1}^M z_i e_i^{\text{sec}} \leq x; z_i \in N \right\} \quad (6)$$

式(6)是个无界的背包问题, 在文献[18]中提出了很好的解决方法.

3.4 级在段中的最优排样方式

假设 $f_X(x, W)$ 是 X 向段 $x \times W$ 的价值, $f_Y(x, W)$ 是 Y 向段 $x \times W$ 的价值, 则由下面的公式确定 $f_X(x, W)$, $x \in Q_{\text{segment}}$:

$$f_X(x, W) = \left\{ \max \left[\sum_{i=1}^N z_i u(x, s_i^{\text{sec}}) \right]; \sum_{i=1}^N z_i s_i^{\text{sec}} \leq W; z_i \in N \right\} \quad (7)$$

由下面的公式确定 $f_Y(x, W)$:

$$f_Y(x, W) = \left\{ \max \left[\sum_{i=1}^N z_i u(W, s_i^{\text{sec}}) \right]; \sum_{i=1}^N z_i s_i^{\text{sec}} \leq x; z_i \in N \right\} \quad (8)$$

3.5 最优 2SHB 排样方式

对于 2SX 排样方式, 假设竖直分割线的位置为 $x, x \in Q_{\text{segment}}$, 这里有 3 种排样方式: (1) 左侧为 X 向段 $x \times W$, 右侧为 X 向段 $(L-x) \times W$; (2) 左侧为 X 向段 $x \times W$, 右侧为 Y 向段 $(L-x) \times W$; (3) 左侧为 Y 向段 $x \times W$, 右侧为 Y 向段 $(L-x) \times W$. 这 3 种排样方式的价值分别为 $U_{XX}(x)$ 、 $U_{XY}(x)$ 和 $U_{YY}(x)$, 则有

$$U_{XX}(x) = \max\{f_X(x, W) + f_X(L-x, W)\} \quad (9)$$

$$U_{XY}(x) = \max\{f_X(x, W) + f_Y(L-x, W)\} \quad (10)$$

$$U_{YY}(x) = \max\{f_Y(x, W) + f_Y(L-x, W)\} \quad (11)$$

设最优 2SX 排样方式的价值为 V_X :

$$V_X = \max\{U_{XX}(x), U_{XY}(x), U_{YY}(x)\} \quad (12)$$

设最优 2SY 排样方式的价值为 V_Y , 按照上面同样的方式可以确定 V_Y . 设最优 2SHB 排样方式的价值为 V^* , 则 $V^* = \max(V_X, V_Y)$.

3.6 生成最优 2SHB 排样方式的步骤

1. 由式(1)、(2)和(3)确定同质块、级和段的规范尺寸;
2. 由式(4)和(5)确定最优同质块;
3. 由式(6)确定最优级;
4. 由式(7)和(8)确定最优段;
5. 由 3.5 节确定最优 2SHB 排样方式.

4 实验计算

据作者了解, 目前尚没有关于生成同质块两段排样方式的算法的报道. 前面已经提出, 本文的同质块两段排样方式包括 T 型同质块排样方式和普通两段排样方式, 但不包括经典三阶段排样方式. 本节通过前两组测题将本文的同质块两段排样方式与经典三阶段排样方式、T 型同质块排样方式和普通排

样方式进行比较, 通过第 3 组测题将本文的同质块两段排样方式与普通两段排样方式进行比较, 对于每一道测题, 本文的算法可生成最优同质块两段排样方式, 文献[8]中的算法可生成最优经典三阶段排样方式, 文献[10]中的算法可生成最优 T 型同质块排样方式, 文献[19]中的算法可生成最优普通排样方式, 文献[11]中的算法可生成最优普通两段排样方式, 这 5 种算法称为: 同质块两段算法、经典三阶段算法、T 型同质块算法、普通排样算法和普通两段排样算法. 其中, <http://www.laria.u-picardie.fr/hifi/OR-Benchmark/> 前两组测题数据可以从上网址获得, 第 3 组测题数据可从以下网址获得 <http://www.gxnu.edu.cn/Personal/ydcui>, 以上 5 种算法计算所使用的计算机为 Pentium 4 CPU, 主频 2.8GHz, 内存 512MB.

4.1 第 1 组测题的实验结果

第 1 组测题包含 41 道测题, 具体参考文献[8]. 表 1 和表 2 为实验的统计结果, 表 3 为具体的实验结果.

表 1 4 种算法比较的统计结果

	最优化结果的测题数 (41 道测题)	平均计算 时间/s	计算时间 方差/s
普通排样算法	41	41.67	27555.93
本文算法	36	0.51	3.19
经典三阶段算法	26	0.78	7.62
T 型同质块算法	34	0.46	1.82

表 2 3 种算法比较的统计结果

	本文算法与 经典三阶段算法相比		本文算法与 T 型同质块算法相比	
	好于 测题数	等于 测题数	好于 测题数	等于 测题数
优化结果测题数 (41 道测题)	12	29	2	39

表 3 第 1 组测题的实验结果

ID	价值				计算时间/s			
	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法
H	12387	达到最优	12348	达到最优	0.031	0.000	0.000	0.000
HZ1	5226	达到最优	达到最优	达到最优	0.016	0.000	0.000	0.000
M1	15550	达到最优	15468	达到最优	0.000	0.000	0.000	0.000
M2	73176	达到最优	73080	达到最优	0.046	0.000	0.016	0.000
M3	147366	达到最优	147054	达到最优	0.000	0.000	0.000	0.000
M4	273991	达到最优	273991	达到最优	0.047	0.015	0.015	0.000
M5	590012	588315	586879	588315	0.062	0.000	0.016	0.016
B	9000000	达到最优	达到最优	达到最优	295.313	3.671	2.906	2.704
U1	22435030	22419021	22416630	22419021	408.062	2.312	1.500	1.844
U2	20446684	达到最优	20382215	达到最优	28.938	0.657	0.563	0.765
UU1	246046	达到最优	达到最优	达到最优	0.047	0.031	0.031	0.015
UU2	595655	达到最优	达到最优	达到最优	0.141	0.031	0.047	0.031

(续 表)

ID	价值				计算时间/s			
	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法
UU3	1089308	达到最优	达到最优	达到最优	0.156	0.032	0.047	0.047
UU4	1188638	达到最优	达到最优	达到最优	0.328	0.046	0.125	0.078
UU5	1878253	达到最优	达到最优	达到最优	0.578	0.109	0.219	0.125
UU6	2951202	达到最优	达到最优	达到最优	0.250	0.093	0.187	0.110
UU7	2949043	达到最优	达到最优	达到最优	0.891	0.188	0.328	0.188
UU8	3974828	达到最优	3964638	3964638	0.859	0.141	0.360	0.203
UU9	6117826	达到最优	6110442	达到最优	1.000	0.203	0.437	0.282
UU10	12004474	11996982	11996982	11996982	2.094	0.469	0.797	0.547
UU11	13170382	13169380	13161640	13169380	958.547	10.844	3.937	8.203
HZ2	8523	达到最优	8394	达到最优	0.000	0.000	0.000	0.000
MW1	3916	达到最优	达到最优	达到最优	0.000	0.000	0.000	0.000
MW2	24950	达到最优	达到最优	达到最优	0.015	0.000	0.016	0.000
MW3	39637	达到最优	达到最优	达到最优	0.000	0.000	0.000	0.000
MW4	64044	达到最优	达到最优	达到最优	0.032	0.000	0.016	0.015
MW5	190937	达到最优	达到最优	达到最优	0.031	0.015	0.015	0.015
BW	2379786	达到最优	2370620	达到最优	3.266	0.671	17.313	0.686
W1	168834	168289	168289	168289	4.234	0.734	1.156	1.267
W2	37621	达到最优	达到最优	达到最优	0.656	0.156	0.250	0.281
UW1	6696	达到最优	达到最优	达到最优	0.016	0.000	0.016	0.016
UW2	9732	达到最优	达到最优	达到最优	0.047	0.000	0.015	0.015
UW3	7188	达到最优	达到最优	6500	0.031	0.000	0.032	0.016
UW4	8452	达到最优	达到最优	达到最优	0.125	0.047	0.062	0.062
UW5	8398	达到最优	达到最优	达到最优	0.110	0.031	0.063	0.047
UW6	6937	达到最优	达到最优	达到最优	0.156	0.031	0.093	0.110
UW7	11585	达到最优	达到最优	达到最优	0.297	0.063	0.172	0.156
UW8	8088	达到最优	达到最优	达到最优	0.547	0.094	0.297	0.266
UW9	7527	达到最优	达到最优	达到最优	0.390	0.172	0.234	0.281
UW10	8172	达到最优	达到最优	达到最优	0.875	0.219	0.454	0.438
UW11	18200	达到最优	达到最优	达到最优	0.031	0.016	0.031	0.016

从表中可以得出:(1)本文的算法的计算时间远远少于普通排样算法,且得出的优化结果等于或接近普通排样算法;(2)本文算法在优化结果和计算时间上都优于经典三阶段算法;(3)在计算时间上,虽然本文的算法略长于 T 型同质块算法,但优化结果本文算法好于 T 型同质块算法。

从表 1 可以得出,在 41 道测题中:(1)本文的算法的计算时间远远小于普通排样算法,且有 36 道测题达到普通排样算法的最优化结果,其余的 5 道接近于最优化结果;(2)与经典三阶段算法相比,最优化结果的测题数有 10 道多余经典三阶段算法,且计算时间少于经典三阶段算法;(3)与 T 型同质块相比,最优化结果的测题数有 2 道多于 T 型同质块算法,计算时间略长于 T 型同质块算法。

由表 2 可以得出,在 41 道测题中:(1)与经典三阶段算法相比,本文算法的优化结果有 12 道测题好于经典三阶段算法,其余的 29 道与经典三阶段算法相等;(2)与 T 型同质块算法相比,本文算法的优化结果有 2 道测题好于 T 型同质块算法,其余的 39 道相等于 T 型同质块算法。

4.2 第 2 组例题的实验结果

第 2 组例题包含 20 道测题,具体参考文献[20].表 4 和表 5 为统计结果,表 6 为具体的实验结果.由表中可以得出:(1)本文的算法的计算时间远小于普通排样算法,且得出的优化结果等于或很接近普通排样算法;(2)本文算法在优化结果和计算时间上都优于经典三阶段算法;(3)本文算法在优化结果上优于 T 型同质块算法,且计算时间相当。

表 4 4 种算法比较的统计结果

	最优化结果的测题数 (20 道测题)	平均计算 时间/s	计算时间 方差/s
普通排样算法	20	92.08	10176.29
本文算法	5	2.18	3.52
经典三阶段算法	2	32.86	7239.68
T 型同质块算法	5	2.18	4.52

表 5 3 种算法比较的统计结果

	本文算法与 经典三阶段算法相比		本文算法与 T 型同质块算法相比	
	好于 测题数	等于 测题数	好于 测题数	等于 测题数
优化结果测题数 (20 道测题)	16	4	4	16

表 6 第 2 组例题的实验结果

ID	价值				计算时间/s			
	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法	普通排样算法	本文算法	经典三阶段算法	T 型同质块算法
APT10	3 591 980	3 591 813	3 591 395	3 591 813	208. 172	5. 140	3. 797	6. 017
APT11	4 190 481	4 189 730	4 189 406	4 189 704	241. 579	5. 140	1. 922	5. 797
APT12	5 162 097	5 157 858	5 157 280	5 157 782	93. 297	1. 766	7. 031	1. 391
APT13	3 498 302	3 498 240	3 496 776	3 498 240	220. 719	4. 610	0. 875	5. 751
APT14	4 466 844	4 466 098	4 466 098	4 466 098	124. 656	2. 187	3. 000	1. 937
APT15	6 054 955	6 054 230	6 053 226	6 054 230	172. 156	3. 313	3. 922	2. 844
APT16	7 573 596	7 573 404	7 571 638	7 573 404	237. 359	4. 626	4. 000	3. 954
APT17	4 537 842	达到最优	4 536 836	达到最优	253. 047	5. 391	2. 782	6. 141
APT18	5 835 996	5 834 928	5 834 516	5 834 516	75. 313	1. 812	2. 546	1. 328
APT19	6 833 281	6 832 852	6 831 801	6 832 852	180. 062	3. 203	31. 344	2. 328
APT20	5 717 092	达到最优	5 691 316	达到最优	3. 484	0. 656	125. 796	0. 875
APT21	3 582 310	3 578 150	3 556 714	3 573 678	1. 531	0. 531	1. 469	0. 530
APT22	4 190 116	4 185 891	4 179 696	4 185 891	5. 969	0. 672	21. 641	0. 735
APT23	3 568 354	3 567 248	3 557 391	3 567 248	5. 156	1. 234	3. 457	0. 672
APT24	4 078 132	达到最优	达到最优	达到最优	3. 219	0. 609	373. 235	0. 641
APT25	3 546 813	3 538 507	3 531 646	3 538 507	6. 141	0. 750	46. 859	0. 594
APT26	2 723 840	2 723 248	2 694 022	2 723 248	1. 406	0. 345	0. 594	0. 421
APT27	2 458 038	达到最优	达到最优	达到最优	2. 610	0. 359	5. 000	0. 406
APT28	4 113 349	4 112 224	4 112 224	4 112 224	3. 672	0. 656	14. 203	0. 719
APT29	3 688 965	达到最优	3 676 018	达到最优	1. 984	0. 516	3. 797	0. 594

从表 4 可以看出,在 20 道测题中:(1) 本文的算法的计算时间远远小于普通排样算法,且本文算法有 5 道测题达到普通排样算法的最优化结果,其余的 15 道非常接近于最优化结果;(2) 与经典三阶段算法相比,最优化结果的测题数有 3 道多余经典三阶段算法,且计算时间少于经典三阶段算法;(3) 与 T 型同质块算法相比,最优化结果的测题数相等,计算时间也相当。

从表 5 可以看出,在 20 道测题中:(1) 与经典三阶段算法相比,本文算法的优化结果有 16 道好于经典三阶段算法,其余的 4 道与经典三阶段算法相等;(2) 与 T 型同质块算法相比,本文算法的优化结果有 4 道测题的排样价值好于 T 型同质块算法,其余的 16 道相等于 T 型同质块算法。

4.3 第 3 组测题的实验结果

第 3 组测题包含 50 道测题,具体参考文献[11]. 表 7 为实验的统计结果. 从表中可以得出:本文算法在优化结果好于普通两段排样算法,计算时间略长于普通两段排样算法。

表 7 两种算法比较的统计结果

	平均板材利用率/%	平均计算时间/s
本文算法	99. 8623	0. 616
普通两段排样算法	99. 6442	0. 449

得到的第 26 道测题的排样图. 从图中可以得出,本文算法计算得出的测题 26 的毛坯总价值为 4 497 306,普通两段排样算法为 4 490 668,本文算法的最优化结果好于普通两段排样算法。

7	7	7	7	7	27	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7		7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	27	7	7	7	7	7
24	24					7	7	7	7	7
24	24					27	7	7	7	7
							7	7	7	7

本文算法(价值4497306)

5	5	5	5	5	5	5	7	15
5	5	5	5	5	5	5	7	15
5	5	5	5	5	5	5	7	15
2	2	2	2	2	2	2	2	2

普通两段排样算法(价值4490668)

图 6 测题 26 在两种算法下的排样图

4.4 生产实例

表 8 为桂林客车厂的排样例题数据. 板材尺寸为 4000×3000,49 种毛坯,设每种毛坯的价值等于其面积. 本文算法和普通排样算法都来解决这个问题. 由表 9 可以看出:两种算法都能达到最优化结果,但计算时间本文算法大大短于普通排样算法。

图 6 为分别通过本文算法和普通两段排样算法

表 8 桂林客车厂的毛坯的数据($l_i \times w_i$)

990 × 235, 220 × 113, 288 × 250, 1160 × 868, 1000 × 868, 868 × 598, 1160 × 258, 1000 × 96, 1000 × 152, 185 × 160, 1183 × 521, 815 × 521, 1012 × 571, 455 × 180, 540 × 192, 555 × 210, 253 × 143, 442 × 420, 240 × 90, 330 × 182, 800 × 133, 800 × 403, 803 × 333, 778 × 116, 778 × 78, 1200 × 241, 1020 × 262, 1300 × 121, 1300 × 83, 800 × 120, 700 × 133, 1200 × 85, 480 × 480, 965 × 705, 800 × 390, 680 × 185, 840 × 410, 800 × 73, 800 × 40, 930 × 78, 930 × 50, 600 × 88, 1200 × 146, 822 × 465, 876 × 318, 755 × 147, 460 × 180, 270 × 117, 215 × 145
--

表 9 两种算法比较的结果

	优化结果	计算时间/min
本文算法	达到最优	1.6
普通排样算法	达到最优	57.0

5 结 论

尽管对 UTDC 问题存在普通排样方式的精确算法,但计算时间无法让人容忍.为此,人们常采用符合实际切割工艺的特定排样方式,此类排样方式可在合理时间取得好的优化结果,例如普通两段排样方式、经典三阶段排样方式和 T 型同质块排样方式等.本文算法生成的同质块两段排样方式就是一种典型的特定排样方式,此排样方式的优化结果好于以上 3 种排样方式,有效地提高了板材利用率,在解决大规模 UTDC 问题上具有高效性.

参 考 文 献

- [1] Gilmore P C, Gomory R E. Multistage cutting stock problem of two and more dimensions. *Operations Research*, 1965, 13: 94-120
- [2] Wang Yi-Shou, Shi Yan-Jun, Teng Hong-Fei. An improved scatter search for circles packing problem with the equilibrium constraint. *Chinese Journal of Computers*, 2009, 32(6): 1214-1221(in Chinese)
(王奕首, 史彦军, 滕弘飞. 用改进的散射搜索法求解带平衡约束的圆形 Packing 问题. *计算机学报*, 2009, 32(6): 1214-1221)
- [3] Huang Wen-Qi, Liu Jing-Fa. A deterministic heuristic algorithm based on Euclidian distance for solving the rectangles Packing problem. *Chinese Journal of Computers*, 2006, 29(5): 734-739(in Chinese)
(黄文奇, 刘景发. 基于欧氏距离的矩形 Packing 问题的确定性启发式求解算法. *计算机学报*, 2006, 29(5): 734-739)
- [4] Cui Yao-Dong, Huang Jian-Ming, Zhang Xian-Quan. Recursive algorithm for unconstrained two-dimensional guillotine cutting problem of rectangular pieces. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2006, 18(7): 948-951

(in Chinese)

(崔耀东, 黄健民, 张显全. 矩形毛坯无约束二维剪切排样的递归算法. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2006, 18(7): 948-951)

- [5] Cui Yao-Dong, Zhang Xian-Quan. Two-stage general block patterns for the two-dimensional cutting problem. *Computers & Operations Research*, 2007, 34: 2882-2893
- [6] Young-Gun G, Seong Y J, Kang M K. A best-first branch and bound algorithm for unconstrained two-dimensional cutting problems. *Operations Research Letters*, 2003, 31(4): 301-307
- [7] Hifi M, Zissimopoulos V. A recursive exact algorithm for weighted two-dimensional cutting. *European Journal of Operational Research*, 1996, 91(3): 553-564
- [8] Hifi M. Exact algorithm for large-scale unconstrained two and three staged cutting problems. *Computers Optimization and Application*, 2001, 18: 63-88
- [9] Cui Y. Generating optimal T-shape cutting patterns for rectangular blanks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2004, 218: 857-866
- [10] Cui Yao-Dong, Liu Zhi-Yong. T-shape homogenous block patterns for the two-dimensional cutting problem. *Journal of Global Optimization*, 2008, 41: 267-281
- [11] Cui Yao-Dong, Ji Jun, Zeng Tiao-Jun. Recursive algorithm for generating optimal two-segment cutting patterns of rectangular blanks. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2006, 38(1): 111-114(in Chinese)
(崔耀东, 季君, 曾窈俊. 生成矩形毛坯最优两段排样方式的递归算法. *南京航空航天大学学报*, 2006, 38(1): 111-114)
- [12] Ji Jun. Optimal two-staged cutting patterns for rectangular-blanks based on the block[M. S. dissertation]. Guangxi Normal University, Guilin, 2006(in Chinese)
(季君. 基于块结构的矩形件两阶段优化排样[硕士学位论文]. 广西师范大学, 桂林, 2006)
- [13] Yang Yu-Li. An exact algorithm for generating optimal three-block patterns for rectangular blanks[M. S. dissertation]. Guangxi Normal University, Guilin, 2007(in Chinese)
(杨玉丽. 生成矩形毛坯最优三块排样方式的精确算法[硕士学位论文]. 广西师范大学, 桂林, 2007)
- [14] Yu Peng. An exact algorithm for generating optimal four-block patterns for rectangular blanks[M. S. dissertation]. Guilin: Guangxi Normal University, 2008(in Chinese)
(余鹏. 生成矩形毛坯最优四块排样方式的精确算法[硕士学位论文]. 桂林: 广西师范大学, 2008)
- [15] Agrawal P K. Minimizing trim loss in cutting rectangular blanks of a single size from a rectangle sheet using orthogonal guillotine cuts. *European Journal of Operational Research*, 1993, 64: 410-422
- [16] Arslanov M Z. Continued fractions in optimal cutting of a rectangular sheet into equal small rectangles. *European Journal of Operational Research*, 2000, 125: 239-248

- [17] Cui Y. Dynamic programming algorithms for the optimal cutting of equal rectangles. *Applied Mathematical Modelling*, 2005, 29: 1040-1053
- [18] Kellerer H, Pferschy U, Pisinger D. *Knapsack Problems*. Berlin: Springer, 2004
- [19] Cui Y, Wang Z, Li J. Exact and heuristic algorithms for staged cutting problems. *Proceedings of the Institution of*

Mechanical Engineers, Part B; Journal of Engineering Manufacture, 2005, 219(B2): 201-208

- [20] Alvarez-Valdes R, Parajon A, Tamarit J M. A TABU search algorithm for large-scale guillotine (un)constrained two-dimensional cutting problems. *Computers & Operations Research*, 2002, 29: 925-947



JI Jun, born in 1979, Ph. D. candidate. Her research interests include optimization and computation techniques, computer added design.

LU Yi-Ping, born in 1965, Ph. D., associate professor. His main research interests include intelligence design and layout.

Background

This research is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 61063031, 60975046.

The UTDC problems appear in many industries, such as the industries of mechanical manufacturing, furniture, leather, and so on. Improving material usage may reduce the costs of production and thus it is an efficient way to increase the profits of the enterprises. Although a lot of papers have focused on the two-dimensional cutting problems of rectangular items, there are many factors that affect the cutting stock process. These factors are changing continuously with the advances of the production. As a consequence, cutting problems with new features also come continuously. New algorithms must be developed for these cutting problems to meet the demand of the production.

In practice, the shearing and punching process is often used to cut the metal plate into finished items in two stages. The first stage is referred to as the shearing stage, at which a guillotine shear cuts the plate into strips. The second stage is referred to as the punching stage, at which a stamping press cuts the strips into finished items. The algorithms are used in

CHA Jian-Zhong, born in 1947, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include intelligence engineering, and advanced manufacturing technology.

CUI Yao-Dong, born in 1957, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include optimization and computation techniques, computer added design.

WANG Jin-Min, born in 1963, Ph. D., professor. His main research interests include intelligence layout, computer added design.

the shearing stage to arrange the strips on the plate optimally, so as to maximize the material utilization. Algorithms that are appropriate for the shearing and punching process have been rarely reported in the literature.

This paper proposes an algorithm generating the optimal two-segment cutting patterns for rectangular blanks based on the homogenous block. The algorithm is appropriate for the shearing and punching process. A vertical cut divides the stock sheet into two segments. Each segment consists of sections that have the same length and direction. A section contains a row of homogenous blocks. A homogenous block consists of homogenous stripes of the same piece type. Computational results indicate that the algorithm is efficient in both the computation time and the material usage, and the algorithm can perform better than the general two-segment pattern, the classic three-staged pattern and the famous T-shape homogenous block patterns in improving material usage. Finally the solution to an example is given to be proved that the material usage is higher.