基于分组可调度性的实时 QoS 保证性能评价

王高才[1)]　李　伟[2)]　赖明星[1)]

[1)]（广西大学计算机与电子信息学院　南宁　530004）

[2)]（德州南方大学计算机科学系　休斯顿 美国德州 77004）

摘　要　文中运用随机网络演算中统计流量包络和统计服务曲线表征网络中实时分组到达和服务的随机变化，提出概率可调度性的新概念，刻画某些弹性实时应用对 QoS 延时要求，通过研究某一时间间隔到达网络系统的累积分组的最坏情况延时，测试其是否满足相应的概率可调度性条件来实现实时 QoS 保证性能评价. 概率可调度性是与实时分组到达时间相关的，因此，提出的方法能实现实时 QoS 保证下的瞬时特性研究以及研究某一时间间隔累积到达分组的概率可调度性. 文中研究了 FIFO 网络系统中指数分布和一般分布服务时间下的分组概率可调度性特征，基于理论结论的数值结果和基于模型的模拟结果是一致的. 同时，数值和模拟结果表明概率可调度性在实时分组的 QoS 保证性能评价中具有较好的适应性.

关键词　实时 QoS 保证；随机网络演算；概率可调度性；性能评价

中图法分类号　TP302　　**DOI 号**：10.3724/SP.J.1016.2010.01653

Performance Evaluation of Real-Time QoS Guarantee Based on Schedulability of Packets

WANG Gao-Cai[1)]　LI Wei[2)]　LAI Ming-Xing[1)]

[1)]（*School of Computer and Electrical Information*, *Guangxi University*, *Nanning*　530004）

[2)]（*Department of Computer Science*, *Texas Southern University*, *Houston*, *TX*　70022）

Abstract　In this paper, the authors describe stochastically change of arrival and serving of real-time packets by a statistical traffic envelope and statistical service curve. To characterize the requirement of some elastically real-time applications for delay, a novel concept named probabilistic schedulability is proposed. The probabilistic schedulability is related to time t at packets arrival, so instantaneous characteristic can be analyzed and cumulative packets would be scheduled at any given real-time interval by the method. The paper investigates the probabilistic schedulability of real-time packets under exponential distribution and general distribution service time in a FIFO network. The numerical analysis based on the theoretic results is consistent with the simulation analysis. The results show that the method has more flexibility to characterize the schedulability of real-time packets.

Keywords　real-time QoS guarantee; stochastic network calculus; probabilistic schedulability; performance evaluation

---

收稿日期：2010-04-25；最终修改稿收到日期：2010-08-08. 本课题得到国家自然科学基金(60763013，60963022，61063045)、国家“九七三”重点基础研究发展规划项目基金(2009CB320504，2010CB328105)和广西自然科学基金(2010GXNSFC013013)资助. **王高才**，男，1976 年生，博士，教授，主要研究领域为计算机网络技术及系统性能评价、随机方法等. E-mail：wanggaocai@yahoo.com.cn. **李　伟**，男，1961 年生，博士，教授，主要研究领域为网络模型、安全和可靠性等. **赖明星**，女，1985 年生，硕士研究生，主要研究方向为随机网络演算和服务性能分析.

1 引 言

在过去几十年中,网络 QoS 这一关键和核心的主题一直是互联网研究的热点.随着互联网的广泛应用和深入研究,对网络系统提供的 QoS 保证进行性能(如延时和队列长度等)分析就显得非常重要了,网络 QoS 保证性能分析对于 QoS 保证设计、接纳控制和网络规划等有着重要的指导意义[1].特别地,新一代互联网对 QoS 实时控制和保证提出了更高的要求和标准[2-3],因此,根据网络业务的分布特点和构成要素的演化特点,为新一代网络中的弹性实时业务提供适合的 QoS 保证性能评价方法是不可回避的研究课题.

目前,对于 QoS 保证有两种基本的性能评价方法:确定型和随机型(或统计型).基于确定的分析网络 QoS 保证就是要计算并给出服务性能确定的上界,以此为基础提供保证的 QoS 传输,称为确定型服务[4].如果计算评估网络所能提供服务容量的剩余分布,从概率意义上分析 QoS,并以此为基础提供相应的 QoS 保证,称为随机型服务[5].由于网络系统中的业务到达通常为突发性较强的随机过程,因此,网络所提供的服务容量也是变化的;而确定型服务以概率 1 保证服务性能的上界,即提供最坏情况下的 QoS 保证,这样会极大地浪费网络资源.随机型服务则允许业务中极小部分的传输违背设定的服务性能上界,如延时超出某一设定的概率,从而能显著提高网络资源的利用率[5].尽管实时 QoS 需要网络保证传输过程中确定的分组延时界限来满足用户要求的最坏情况延时,即保证分组在给定的截止期限内被接纳调度,但实际上,大多数弹性实时业务分组都能容忍延时超出最坏情况而接受随机型的 QoS 保证服务,如 IP 电话分组的延时小于 150ms 及 HDTV 分组延时在 250ms 以内时,用户不会感觉到明显的断续.因此,网络能以一定的概率满足这些弹性业务对 QoS 延时要求,即实时 QoS 可在容忍范围内得到控制和保证.

通常,当分组到达网络系统后,CQS(Classification, Queuing, Scheduling)结构根据分组优先级或业务类别等参数确定其所应进入的队列,满足业务 QoS 级别要求.网络系统为不同级别的 QoS 分组设定一个概率延时界是非常有实际意义的:一方面,能充分利用网络资源,提高系统的利用率;另一方面,又能使延时在可控的范围内,即不会导致到达的实时业务分组的延时超过截止期限而缺乏实际的使用价值.因此,网络系统通过设置分组可调度性测试机制,测试接收的分组能否在给定的截止期限内接纳调度,并做出相应的动作响应(如舍弃分组或杀死该进程等).本文提出分组概率可调度性新概念,通过研究某一时间间隔到达网络系统的累积分组的最坏情况延时,测试其是否满足概率可调度性条件,实现实时 QoS 保证性能评价.这一概念是非常有实际意义的,例如能接受概率 QoS 保证服务的实时弹性业务通常能容忍一定的延时,而某些数据流对丢失率要求较高,因此运用概率可调度性分析就不需要满足所有业务中最严格的丢失率和延时要求,能为 QoS 保证提供更为灵活的性能评价方法.另一方面,我们提出的概率可调度性评价方法也为网络系统 QoS 保证的性能评价提供了一种新的途径与新的研究角度.

本文结构如下:在第 2 节我们给出 QoS 保证随机分析的相关研究工作;第 3 节中提出基于随机网络演算的分组概率可调度性模型和新概念;在第 4 节中我们基于概率可调度性的新概念,研究 FIFO 调度策略下,指数分布和一般分布服务时间的分组概率可调度性的特征;在第 5 节中给出数值和模拟结果;最后在第 6 节中给出我们的结论和未来的研究方向.

2 QoS 保证随机分析的相关工作

由于排队论、有效带宽(effective bandwidth)理论[6]等在分析网络服务性能方面的局限性(如不能用于运行常见类型调度算法,难以用于多节点的网络系统以及缺乏通用性等),推动了实时 QoS 保证服务性能分析的进一步研究.在网络中有效地提供随机型服务必须以服务性能随机分析为基础,从概率意义上计算、分析实时业务在网络系统中的服务性能.特别是新一代互联网中多媒体业务和其它的实时应用日益增长,这些应用对延时和丢失虽然都是敏感的,但它们一般能够容忍少量的延时和丢失,因此,提供随机型 QoS 保证更能适合这类应用.

随机网络演算(Stochastic Network Calculus, SNC)克服了传统理论和方法在对网络性能进行定量和定性分析时表现出的不足,已广泛应用于网络 QoS 性能的建模和理论分析中[5,7-11].SNC 是网络演算(Network Calculus, NC)随机意义的扩展.NC

基本模型为到达曲线(Arrival Curve,AC)和服务曲线(Service Curve,SC)[4],到达曲线表征业务在任意时间间隔累积到达的确定意义的上界,其物理意义源于网络 QoS 的流量整形;服务曲线则对应网络系统提供给业务的服务容量的确定意义的下界,其物理意义来自实际网络节点中实现区分服务的调度器,例如运行 GPS、EDF、FIFO 等调度算法的网络节点对业务的服务容量都能用服务曲线模型抽象. 在 NC 中,通过 Min-Plus 代数能得到延时和队列长度的上界以及多节点网络的服务曲线. 但是,NC 只适用于网络服务性能确定分析,即分析计算网络对业务服务性能(如时延和队列长度)的确定意义的上界. 在 SNC 中,对于 NC 的扩展主要体现在将到达曲线和服务曲线两个基本模型扩展到概率意义,分别称为统计流量包络(Statistical Traffic Envelope,STE)[5]和统计服务曲线(Statistical Service Curve,SSC)[7,12]. 基于这两种扩展的模型,SNC 将 Min-Plus 代数分析方法扩展到概率意义,能给出较为简洁的时延和队列长度的剩余分布.

在基于 SNC 服务性能分析中,研究者主要关注的是服务性能的界、流量模型和服务模型的表示方法及相应的性能特征. 如最早提出的流量模型是 EBB[13]模型,其基函数 $\alpha(\tau)=\rho\tau+\sigma$ 为线性函数,违背概率函数 $f(\sigma)=Me^{\theta\sigma}$ 为负指数形式. SBB[9]则不再限定违背概率函数 f 为负指数函数,只要求函数 f 的任意重积分收敛. LEE[3]则把基函数由线性函数扩展为通用函数,当 $\varepsilon=f(\sigma)$,统计流量包络 $\mathcal{G}(\tau)=\rho\tau+f^{-1}(\varepsilon)$ 时,LEE 就转化为 SBB. SBB 可应用于高斯-自相似输入过程,如分布布朗运动. 然而实际网络中的流量过程很多情况下并非高斯过程,如 α-stable 自相似过程,其突发量的分布为幂函数,并不满足 SBB 和 LEE 的积分收敛条件. gSBB[11]则包含了非高斯-自相似输入过程,是 SBB 的扩展,只需要违背概率函数 f 为非负递减函数即可,对 f 的要求较 EBB、SBB 和 LEE 宽松很多,GEE[5]则是 gSBB 的一个特例,但其在实际应用中需要预先得到忙期的界,对于含有延时的网络难以满足. 基于最大虚拟积压的 m.b.c 随机到达曲线[8]不仅具有和 gSBB 一样的优点,还能用于推导解析性能较好的随机服务模型,但在文献[8]中并没有给出相应的数值结果.

服务模型包括输出特性、级联属性、随机积压和延时保证以及聚合的单流服务等. 与服务曲线不同,统计服务曲线对应于网络系统服务容量概率意义下的统计下界. 弱随机服务曲线 wSSC[14]是确定性服务曲线在概率意义上的扩展,与 EBB 对应的 EBF[15]的界函数是负指数形式,EBF 和有效服务曲线 ESC[12]都是 wSSC 的一个特例. wSSC 与 SBB 和 gSBB 相互组合起来可得到单节点上和整个网络中的随机积压和延时界,但 wSSC 没有输出特征、级联属性和单流服务的性质[16]. 随机服务曲线 SSC[17]则能很好地解析以上性质. 在随机网络演算的研究过程中,一种基于 MGF(Moment Generating Function)的 SNC 占有非常重要的地位,它不属于上述各类随机到达和服务曲线,与同样基于 MGF 的有效带宽具有一定的联系. Fidler 提出了一种基于 MGF 的随机网络演算[18],解决了该类随机网络演算难以满足级联属性的问题. 总之,分组调度和队列技术使得各业务获得与其要求相适应的服务性能,从而最大限度地满足用户的 QoS 保证,而 SNC 在研究网络 QoS 保证的概率意义上的延时和队列长度时具有很好的优势,更能体现网络服务的实际性能.

3　基于 SNC 的分组概率可调度性模型

我们用到达过程 $A(t)$ 表示时间间隔 $[0,t)$ 内到达网络系统的累积分组总量大小(用毫秒度量),即实时业务分组对网络系统的资源请求. 为刻画网络系统中业务分组到达的随机变化过程,我们使用任意时间区间的累积分组大小(同样用毫秒度量)来表示,定义类似文献[5]的统计流量包络.

定义 1.　统计流量包络 $\mathcal{G}(s)$. 给定业务分组到达过程 $A(t)$,在时间间隔 $[t,t+s]$ 内到达网络系统的实时业务累积分组大小 $A(t,t+s)$ 对于任意 $s,t\geq 0$ 均满足概率不等式

$$Pr\{A(t+s)-A(t)\leq \mathcal{G}(s)\}\geq 1-\varepsilon_g \tag{1}$$

则称 $\mathcal{G}(s)$ 为该业务分组的统计流量包络,其中 ε_g 表示相应的最大违背概率.

类似地,为表征网络系统对到达业务分组服务的随机变化过程及网络系统对业务的服务容量的概率意义的下界,我们用 $R(t)$ 表示时间 $[0,t)$ 内离开网络系统的累积分组大小(用毫秒来度量),定义类似文献[7,12]的统计服务曲线.

定义 2.　统计服务曲线 $\mathcal{S}(t)$. 给定业务分组的到达和离开过程 $A(t)$ 和 $R(t)$,若存在非负非减函数 $\mathcal{S}(t)$ 对于任意 $t\geq 0$ 均满足

$$Pr\{R(t)\geq A(t)\otimes \mathcal{S}(t)\}\geq 1-\varepsilon_s \tag{2}$$

则称 $\mathcal{S}(t)$ 为该业务分组的统计服务曲线,其中 ε_s 表

示相应的最大违背概率.

上述定义中，$\otimes$为 Min-Plus 代数中的卷积，其中两个实值函数 f 和 g 的卷积定义为对于任意$t\geq 0$均满足$f\otimes g(t)=\inf\limits_{0\leq s\leq t}\{f(s)+g(t-s)\}$. 特别地，当最大违背概率 $\varepsilon\to 0$ 时，上述统计流量包络和统计服务曲线转化具有概率 1 的确定型服务的到达曲线和服务曲线. 为了研究网络系统为分组服务的性能，必须得到分组的虚拟延时界，我们有以下引理.

引理 1[16]. 对于任意的随机变量 X 和 Y，如果 $Pr\{X>x\}\leq f(x)$ 且 $Pr\{Y>x\}\leq g(x)$，则有 $Pr\{X+Y>x\}\leq f\otimes g(x)$.

上述引理的证明可参见文献[16]，我们用 d^* 表示分组在网络系统的虚拟延时 $V(t)$的上界，

$$d^*=\sup_{t\geq 0}\{\inf_{\tau\geq 0}\{\tau\,|\,\mathcal{G}(t)\leq\mathcal{S}(t+\tau)\}\}\tag{3}$$

因此，我们有如下定理.

定理 1. 给定网络系统中实时业务分组到达过程 $A(t)$的统计流量包络$\mathcal{G}(t)$和统计服务曲线$\mathcal{S}(t)$，则有

$$Pr\{V(t)\leq d^*\}\geq 1-(\varepsilon_g+\varepsilon_s)\tag{4}$$

证明. 对于 $V(t)=\inf\{d\geq 0:A(t)\leq R(t+d)\}$，如果式(4)成立，则有 $Pr\{V(t)>d^*\}\leq(\varepsilon_g+\varepsilon_s)$，同时

$$\begin{aligned}&A(t)-R(t+d)\\&=A(t)-A\otimes\mathcal{S}(t+d)+A\otimes\mathcal{S}(t+d)-R(t+d)\\&=A(t)-\inf\{s\geq 0:A(s)+\mathcal{S}(t+d-s)\}+\\&\quad A\otimes\mathcal{S}(t+d)-R(t+d)\\&\leq A(t)+\sup\{s\geq 0:-A(s)-\mathcal{S}(t+d-s)\}+\\&\quad A\otimes\mathcal{S}(t+d)-R(t+d)\\&\leq A(t)-A(s)-\mathcal{G}(t-s)+\mathcal{G}(t-s)-\\&\quad\mathcal{S}(t-s+d)+A\otimes\mathcal{S}(t+d)-R(t+d)\\&\leq(A(s,t)-\mathcal{G}(t-s))^++(A\otimes\mathcal{S}(t)-R(t))^++\\&\quad\sup\{\mathcal{G}(t)-\mathcal{S}(t+d)\},\end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned}&V(t)-d^*\leq A(t)-R(t+d)-\sup\{\mathcal{G}(t)-\mathcal{S}(t+d)\}\\&\qquad\leq(A(s,t)-\mathcal{G}(t-s))^++(A\otimes\mathcal{S}(t)-R(t))^+.\end{aligned}$$

由定义 1、2 及引理 1，得到 $Pr\{V(t)>d^*\}\leq\varepsilon_g\otimes\varepsilon_s=\varepsilon_g+\varepsilon_s$. 证毕.

在传统的分组可调度性研究中，研究者通常使用最坏情况执行时间或最坏情况延时执行可调度性分析. 为提高系统的利用率及更为真实地描述弹性业务对网络系统的资源要求，同时放松分组所要求的最坏情况延时，我们引入概率可调度性的概念研究实时 QoS 保证的性能评价与分析，我们定义如下.

定义 3. 概率可调度性. 给定实时业务分组的截止期限 D，在时间间隔$[0,t)$内，如果到达网络系统的业务累积分组的虚拟延时界 $d^*\leq D$，则该累积分组具有最大违背概率为 $\varepsilon_g+\varepsilon_s$的概率可调度性.

值得指出的是概率可调度性这一概念对于网络实时 QoS 保证的性能评价具有非常重要的意义. 分组如果是在一种确定性的条件下，即分组有确定的到达时间和确定的服务时间，能通过可调度性测试机制的分组将被接纳调度，网络系统提供了确定型服务. 然而，对于某些应用(如 VoD、IP 电话和高清电视等)，分组的延时和丢失都是敏感的，但是它们又能够容忍少量的延时和丢失. 因此，为了提高网络系统的资源利用率，对于分组的最坏情况延时可以适当放松. 在随机环境下，如分组具有随机的到达过程和服务时间，实时分组的虚拟延时界 d^* 在概率意义上满足给定的截止期限，仍然是可以接受的. 例如，定义 3 保证了实时分组能以 $1-(\varepsilon_g+\varepsilon_s)$的成功概率完成接纳调度，上述的定义和以下的相关结论很容易推广到多节点网络系统，通过使用 Min-Plus 代数能得到多节点网络中概率意义上的延时上界以及相应的统计服务曲线.

下面我们通过具体的例子说明定义 3 的应用. 相当多的研究者使用 EBB 业务模型描述统计流量包络，其基函数 $\alpha(t)=\rho t+\sigma$ 为线性函数，相应的违背概率 ε 表示为函数 $\varepsilon(\sigma)=M\mathrm{e}^{-\theta\sigma}$为负指数形式. 如文献[7]研究了单节点网络系统中的随机服务特征，节点中的直行业务流(Through Flow)的统计流量包络和统计服务曲线以及相应的违背概率由下式表示.

$$\mathcal{G}(t)=\rho t,\ \ \varepsilon_g(\sigma)=M\mathrm{e}^{-\theta\sigma}\tag{5}$$

$$\mathcal{S}(t)=(C-\rho_c-\delta)t,\ \ \varepsilon_s(\sigma)=\frac{M}{1-\mathrm{e}^{-\theta\delta}}\mathrm{e}^{-\theta\sigma}\tag{6}$$

在式(5)和式(6)中，ρ、σ、C 分别为直行业务流的平均到达速率、突发量、节点服务容量，ρ_c为交叉业务流(Cross Flow)到达速率，$\delta\leq(C-(\rho+\rho_c)/2$，则我们通过式(3)得

$$\mathcal{G}(t)\leq\mathcal{S}(t+\tau)\Rightarrow\rho t\leq(C-\rho_c-\delta)(t+\tau)\tag{7}$$

我们用 $\tau_{\min}$表示满足式(7)中最小的 τ 值，如果在时间间隔$[0,t)$内，存在 $\tau_{\min}\leq D$，则到达的累积业务流量具有概率可调度性，其成功的概率为 $1-(\varepsilon_g+\varepsilon_s)$.

统计服务曲线$\mathcal{S}(t)$能表征网络系统随机变化的服务容量特征，但其分析相对复杂. 而确定型的服务

曲线尽管为确定意义，不能抽象网络系统的统计资源共享，但所表征的是网络系统服务容量绝对下界，通常与其它业务流量过程无关，只与分组到达和网络系统本身提供的服务能力有关，使得相应的服务性能分析更为简洁清晰. 因此，我们引入服务曲线 $\beta(t)$ 来定义延时的概率上界以及概率可调度性，令

$$d_{-}^{*}=\sup_{t\geq 0}\{\inf_{\tau\geq 0}\{\tau\,|\,\mathcal{G}(t)\leq\beta(t+\tau)\}\}\tag{8}$$

则相应的概率可调度性条件为 $d_{-}^{*}\leq D$，累积分组概率可调度性的最大违背概率为 ε_g. 更为一般的情况是，为研究在时间间隔 $[0,t)$ 内累积到达的分组对 QoS 延时要求的均匀概率分布情况，同时考虑概率可调度性的瞬时特征，我们用 $d_{-}^{*}(t)$ 表示分组中最坏情况延时（或者最坏响应）期望值，则我们有

$$d_{-}^{*}(t)=\inf\{\tau\geq 0:E[\mathcal{G}(t)]\leq E[\beta(t+\tau)]\}\tag{9}$$

式(9)的物理意义在于：如果通过时间 $t+\tau$，随机到达的分组期望被服务的时间不小于 $E[\mathcal{G}(s)]$，则在时间 t 到达网络系统的分组应该期望通过不多于时间 τ 的延时能服务完成. 例如，对于给定的时间 t_1，$0\leq t_1\leq t$，我们能找到最小值 τ_1 并使得 $E[\mathcal{G}(t_1)]\leq E[\beta(t_1+\tau_1)]$，则 τ_1 是最坏延时期望值 $d_{-}^{*}(t)$. 如果我们考虑分组的截止期限 D 为具有随机分布的随机变量，表示为 $D(t)$，相应的概率可调度性条件为 $d_{-}^{*}(t)\leq E[D(t)]$，至少成功调度的概率为 $1-E[\varepsilon_g]$.

4　FIFO 调度策略下分组概率可调度性

文献[19]研究了 FIFO 网络系统中有限数量业务流的网络分解，通过考虑统计 EBB 包络构造 FIFO 网络节点上的输出包络，研究结果表明在相对较小流数目情况下，输出包络和输入包络也是基本吻合的，因此在有限的状态下网络分解是可行的分析方法，大大简化了端到端的网络性能分析，并考虑了 M/M/1 和 M/G/1 模型的服务特征. 下面基于 FIFO 网络，我们研究 M/M/1 和 M/G/1 模型业务分组概率可调度性的特征. 在 FIFO 网络模型中，我们做如下假设.

(1) 实时分组在时间间隔 $[0,t)$ 内进入网络系统的队列，到达服从参数 λ 的随机过程. 网络系统服务分组的速度为 μ. 在后续的讨论中，我们假设网络系统的服务时间服从指数分布和一般分布，该结论也很容易推广到其它分布.

(2) 分组到达网络系统就会被服务，并且必须在它们的绝对截止期限 $t+D(t)$ 内完成. 这里 $D(t)$ 为分组在 t 时刻的相对截至期限，我们假设其为随机分布的随机变量. 这一截止期限对于实时 QoS 保证的性能评价是非常有意义的，如某些实时分组因为无法按时交付而影响交互式应用的使用，因此，我们引入绝对截止期限测试分组的概率可调度性，实现实时 QoS 保证性能评价.

此外，分组的延时是指从分组到达网络系统至被服务完成的时间；队列的缓冲区是无限的；系统的工作是持续型的，即只要队列系统中有作业，系统就不会空闲. 对于具有泊松到达过程的分组来说，我们使用统计流量包络 $E[\mathcal{G}(t)]=\lambda t/\mu$，该函数与 EBB 业务模型具有相同的包络功能，给定的违背概率为 $\varepsilon_g=10^{-6}$.

4.1　M/M/1 模型下分组概率可调度性

我们首先研究 M/M/1 模型中网络系统的服务性能，如前所述，确定型的服务曲线 $\beta(t)$ 表征的是网络系统服务容量绝对下界，通常与其它业务流量过程无关，只与分组到达和网络系统本身提供的服务能力有关. 为了获得服务容量绝对下界 $\beta(t)$ 的期望值，我们做如下分析：当分组到达网络系统时，定义一个忙期开始，如果网络系统中没有分组（包括队列中的和正在处理的分组），则一个忙期结束. 因此，传统的忙期是网络系统一直不空闲且没有干扰的一个持续时间. 然而，我们所提到在时间间隔 $[0,t)$ 内的网络系统服务容量下界是不同于传统的系统忙期的，网络系统的服务容量绝对下界为该段时间内到达的业务分组提供的服务时间，可能包括多个忙期或者少于一个忙期. 下面我们给出 M/M/1 模型下实时分组概率可调度性的重要结论，我们有如下定理.

定理 2.　令 $p=\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}$，$q=\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}$，$\tau(t)$ 表示满足下列表达式的最小的 τ 值

$$t\leq\frac{1}{\lambda+\mu}\sum_{n=1}^{+\infty}\left\{\left[1-\mathrm{e}^{-(\lambda+\mu)(t+\tau)}\sum_{j=0}^{n}\frac{(\lambda+\mu)^j(t+\tau)^j}{j\,!}\right]\times\left[\sum_{k=2}^{\left\lfloor\frac{n-1}{2}\right\rfloor}\frac{(2k)\,!}{k\,!\,k\,!}\cdot\frac{p^k q^{(k+1)}}{k+1}\right]\right\}\tag{10}$$

如果在时间间隔 $[0,t)$ 内，存在 $\tau(t)\leq E[D(t)]$，则到达的累积分组具有概率可调度性.

证明.　令 $P_{0,0}(x)$ 表示在时间 x 网络系统处于空闲的概率，$B(x)$ 为其忙期分布，则我们有

$$P_{0,0}(x)=1-\frac{\lambda}{\mu}B(x)\tag{11}$$

因为在时间 x 网络系统处于空闲的概率为

$P_{0,0}(x)$，则在时间间隔$[0,t)$内，网络系统处于空闲时间的期望值为$\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x$. 因此，网络系统所提供服务容量绝对下界$\beta(t)$的期望值可表示为

$$E[\beta(t)]=t-\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x=\frac{\lambda}{\mu}\int_0^t B(x)\mathrm{d}x \quad (12)$$

很明显，我们有

$$E[\mathcal{G}(t)]\le E[\beta(t+\tau)]\Rightarrow t\le\int_0^{t+\tau}B(x)\mathrm{d}x \quad (13)$$

为计算方便，我们做进一步简化. 从文献[20]，我们容易得到传统忙期的分布如下：

$$B(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}\left\{\left[\mathrm{e}^{-(\lambda+\mu)\tau}\frac{(\lambda+\mu)^n x^n}{n!}\right]\times\left[\sum_{k=2}^{\left\lfloor\frac{n-1}{2}\right\rfloor}\frac{(2k)!}{k!k!}\cdot\frac{p^k q^{(k+1)}}{k+1}\right]\right\} \quad (14)$$

把式(14)代入式(13)，化简即得到式(10). 如满足该表达式的最小τ值用$\tau(t)$表示，我们有

$$\tau(t)=\inf_{\tau\ge 0}\{\tau: E[\mathcal{G}(t)]\le E[\beta(t+\tau)]\} \quad (15)$$

根据式(9)，我们有$d_{-}^{*}(t)=\tau(t)$. 通过相关定义，我们得到M/M/1模型下累积到达的分组在时间间隔$[0,t)$内具有概率可调度性的条件. 证毕.

定理2表明了这样一个简单的事实：即对于任意时间间隔累积到达的业务分组，我们都能应用该定理研究其分组的概率可调度性. 特别地，随着时间的流逝，某些实时分组所要求的QoS延时变得越来越紧急，我们通过设置$d_{-}^{*}(t)\le E[D(t)]$进行概率可调度性分析，保证QoS延时在概率意义上满足业务的QoS延时要求.

4.2 M/G/1模型下分组概率可调度性

在4.1节中，我们基于M/M/1模型研究了分组的概率可调度性，通常，网络中的分组达到为泊松过程，而服务为一般分布的服务时间更具有实际和应用意义. 因此，下面我们给出M/G/1模型下分组概率可调度性结论，即服务时间具有概率密度函数$G(t)$及均值$1/\mu$，我们有如下定理3.

定理3. 令$\tau(t)$表示满足下列表达式的最小的τ值

$$\frac{\lambda t}{\mu}\le\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{t+\tau}\mathrm{e}^{-\lambda(t+\tau-x)}\frac{[\lambda(t+\tau-x)]^n}{n!}[1-B_n(x)]\mathrm{d}x \quad (16)$$

这里$B_0(x)=1$，$B_n(x)$为$B(x)$自身的n重卷积，$B(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\int_{0-}^{x}\mathrm{e}^{-\lambda u}\frac{(\lambda u)^{k-1}}{k!}\mathrm{d}G_k(u)$，$G_k(u)$为$G(u)$自身的$k$重卷积. 如果在时间间隔$[0,t)$内有$\tau(t)\le E[D(t)]$，则到达的累积分组具有概率可调度性.

证明. 与定理2类似，令$P_{0,0}(x)$为网络系统在时间x处于空闲的概率，则在时间间隔$[0,t]$内网络系统处于空闲的均值为$\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x$. 因此，网络系统对分组提供的服务容量绝对下界$E[\beta(t)]$的期望值为

$$E[\beta(t)]=t-\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x \quad (17)$$

为进一步计算需要，我们令$P_{0,0}^{*}(s)$表示$P_{0,0}(x)$的拉普拉斯变换，即$P_{0,0}^{*}(s)=L[P_{0,0}(x)]$. 我们可从相关文献得到$P_{0,0}^{*}(s)$如下：

$$P_{0,0}^{*}(s)=\frac{1}{s+\lambda-\lambda b^{*}(s)} \quad (18)$$

这里，$b^{*}(s)$为忙期密度函数$b(x)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}B(x)$的拉普拉斯变换.

因此，我们有

$$\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x=\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^t\mathrm{e}^{-\lambda x}\frac{(\lambda x)^n}{n!}B_n(t-x)\mathrm{d}x \quad (19)$$

这里，B_n为B自身的n重卷积.

$$E[\beta(t)]=t-\int_0^t P_{0,0}(x)\mathrm{d}x$$
$$=t-\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^t\mathrm{e}^{-\lambda x}\frac{(\lambda x)^n}{n!}B_n(t-x)\mathrm{d}x \quad (20)$$

综合式(9)和(20)，我们用$\tau(t)$表示满足下式的最小值.

$$\tau(t)=\inf_{\tau\ge 0}\{\tau: E[\mathcal{G}(t)]\le E[\beta(t+\tau)]\} \quad (21)$$

式(21)左边等价于

$$E[\mathcal{G}(t)]\le E[\beta(t+\tau)]\Rightarrow\frac{\lambda t}{\mu}\le(t+\tau)-\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{t+\tau}\mathrm{e}^{-\lambda x}\frac{(\lambda x)^n}{n!}B_n(t+\tau-x)\mathrm{d}x,$$

经过化简，得到

$$\frac{\lambda t}{\mu}\le\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^{t+\tau}\mathrm{e}^{-\lambda(t+\tau-x)}\frac{[\lambda(t+\tau-x)]^n}{n!}[1-B_n(x)]\mathrm{d}x \quad (22)$$

根据式(9)，我们有$d_{-}^{*}(t)=\tau(t)$. 因此，我们得到M/G/1模型下累积到达的分组在时间间隔$[0,t)$内具有概率可调度性的条件. 证毕.

总之，通过上述定理，我们有如下结论.

结论1. 总的来说，如果实时分组的最坏情况延时期望值小于或等于给定的相对截止期限期望值，则该分组是概率可调度的. 在我们的上述研究中，我们假设相对截止期限是与时间t相关的，具有不同的分布函数. 例如对网络中的某些实时应用，当

时间消逝的时候，截止期限变得非常紧急；相反，某些实时应用为完成分组的调度而延长截止期限. 此外，定理 2 和 3 也提供了强有力的证明：如果通过时间 $t+\tau$，分组期望接收到的服务不小于 $E[\mathcal{G}(t)]$，则在时间 t 到达的分组应该期望通过不多于时间 τ 的延时能完成. 因此，我们可使用这一定理验证累积分组是否具有概率可调度性.

结论 2. 如果网络系统的服务时间是服从 N-Erlang 分布或 Gamma 分布 $\Gamma(N,\mu;t)$ 的随机变量. 也就是如下式：

$$G(x)=\Gamma(N,\mu;x)=1-\mathrm{e}^{-\mu x}\sum_{i=0}^{N-1}\frac{(\mu x)^i}{i!}\qquad(23)$$

则基于定理 3，$B(x)$ 由下式给出：

$$\begin{aligned}B(x)&=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}\mu^{Nk}(Nk+k-2)!}{k!(Nk-1)!(\lambda+\mu)^{Nk+k-1}}\times\\&\quad\Gamma(Nk+k-1,\lambda+\mu;x)\\&=\sum_{n=N}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-(\lambda+\mu)x}[(\lambda+\mu)x]^n}{n!}\times\\&\quad\sum_{k=1}^{\left\lfloor\frac{n+1}{N+1}\right\rfloor}\frac{(Nk+k-2)!}{k!(Nk-1)!}p^{k-1}q^{Nk}\end{aligned}\qquad(24)$$

这里，$p=\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}$，$q=\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}$. 当 $N=1$，上述结果就类似定理 2.

上述结论表明在时间间隔 $[0,t)$ 内，如果有 $\tau(t)\leq E[D(t)]$，则到达的累积分组具有概率可调度性，即实时 QoS 保证在概率意义上得到有效的控制. 在下一节中，我们将表明如何使用上述定理研究分组的概率可调度性.

5　数值和模拟结果

本节中，我们通过使用数学工具 Maple 和 Matlab分别给出数值和模拟结果. 由于方法和结论类似的关系，下面只考虑定理 3 研究分组的概率可调度性，我们观察到下列参数会影响分组概率可调度性的分析：分组到达率 λ 和服务率 μ，另外，我们选择 3-Erlang 分布作为服务时间.

我们研究不同的 λ、μ 和 m 值对分组概率可调度性的影响. 事实上式(24)中的求和对于给点范围的 λ 和 μ，其值随着 m 的增加而趋向收敛，这意味着对于给定的 λ 和 μ，我们只需要考虑一个固定合理的足够大的整数值 m. 在下面的数值计算中，基于我们的经验和计算，固定 $m=1000$，其结果已经达到了 1E－12 数量级，已经完全满足我们的分析和模拟需要.

对于 M/G/1 系统稳定的充分条件是系统的利用率 $\rho=3\lambda/\mu<1$. 在下面的数值计算中，我们给定 $\mu=1.8$，$\lambda=0.4$，0.45，0.55 和 0.59，网络系统的利用率分别为$\rho=66.67\%$，75%，91.67%和 98.33%. 我们应用式(21)获得时间间隔 $[0,t)$ 内最坏情况延时的期望值 $d_{-}^{*}(t)$，该值是满足式(9)的分组的最坏情况延时的最小值，我们给出模拟和数值结果如图 1.

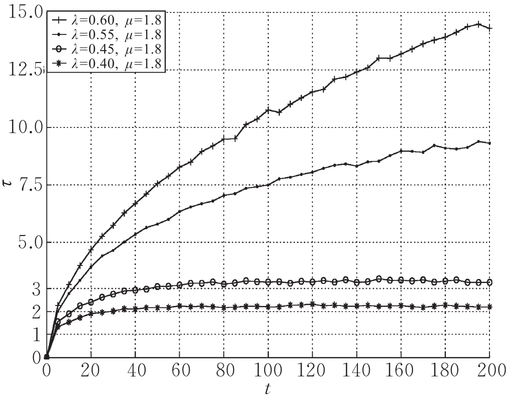

图 1　最坏情况延时期望值 $d_{-}^{*}(t)$

从图 1 我们得到：对于固定的 $\mu=1.8$，$\lambda=0.4$ 和 0.45 时，最坏情况延时期望值 $d_{-}^{*}(t)$ 趋向于一个常数. 这意味着在任意时间间隔 $[0,t)$ 内，如果相对截止期限小于某一特定的常数，累积分组具有概率可调度性. 然而，当 $\mu=1.8$，$\lambda=0.55$ 和 0.59 时，如果相对截止期限是一特定的常数，则对于任何累积分组都不具有概率可调度性. 这里，我们指出：在我们的随机模型中，概率可调度性的利用率要大于 69%(如 $\lambda=0.45$ 时，利用率为 75%)，这比基于确定型模型的 RMS(Rate-Monotonic Scheduling)调度算法的系统利用率的最大值 69%稍大. 其原因是我们的模型是随机模型，比确定性模型具有更大的弹性；另一方面，也表明我们的模型不是确定性模型的直接随机扩展. 因此，在评价实时 QoS 的性能时具有更好的优势. 这一观察也导致一个开放的问题：如何确定一个最大的利用率以及在随机的情况下会有什么样的结果.

如前所述，我们假定相对截止期限 $D(t)$ 是具有随机分布的随机变量，下面我们考虑 $D(t)$ 的期望值具有 3 种不同的分布情形.

情形 1. $E[D(t)]=1/(d_1 t)$. 例如，随机变量 $D(t)$ 有一概率密度函数 $p_1(x)=d_1 t\mathrm{e}^{-d_1 tx}$，这表明截止期限随着时间的增加而减少.

情形 2. $E[D(t)]=d_2$. 例如，随机变量 $D(t)$ 有一概率密度函数 $p_2(x)=\dfrac{1}{2d_2}$，这表明截止期限随着时间的增加是一常数.

情形 3. $E[D(t)]=t/d_3$. 例如，随机变量 $D(t)$ 有一概率密度函数 $p_3(x)=\frac{d_3}{t}e^{\frac{-d_3}{t}x}$，这表明截止期限随着时间的增加而增加.

下面基于 Maple 给出一些计算实例，此外，我们使用Matlab获得模型的模拟结果，所有结果在图 2～图 4 中给出. 在图 2 中，我们假设 $\mu=1.8$，$\lambda=0.4$，相对截止期限期望值分别为 $E[D(t)]=1/(d_1 t)=1/(0.02t)$、$E[D(t)]=d_2=2.4$ 和 $E[D(t)]=t/d_3=t/20$.

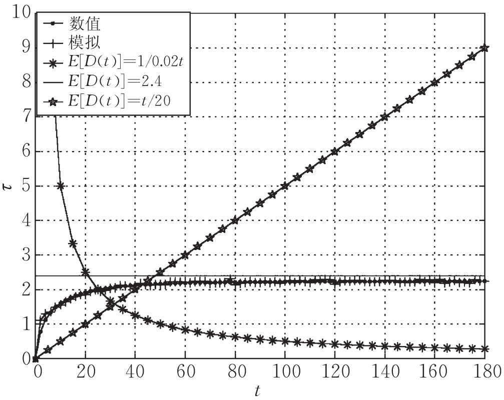

图 2 当 $\mu=1.8$，$\lambda=0.4$ 的结果比较

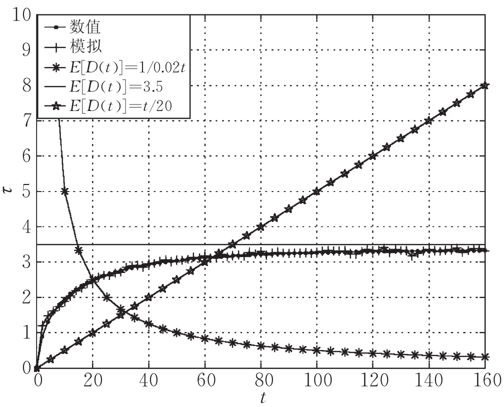

图 3 当 $\mu=1.8$，$\lambda=0.45$ 的结果比较

从图 2 观察到如下结果：

(1) 在初始阶段，对于数值和模拟结果，我们观察到当时间 t 从 0 增加到 40 的时候，$d_-^*(t)$ 增加非常快. 当 $t>40$ 时，$d_-^*(t)$ 趋向于一个稳定值 2.4. 这意味着网络系统是稳定的，所有到达的分组通过一个常数延时 2.4 就具有概率可调度性，即 QoS 在概率意义上得到控制.

(2) 对于不同的相对截止期限函数，累积分组具有不同的概率可调度性结论. 在情形 1 中，参数 d_1 是 0.02，$D(t)$ 的期望值随时间的增加而减小；在情形 2 中，$D(t)$ 的期望值是一常数；在情形 3 中，随时间的增加而增加. 通常地，对某些网络系统，在低负载情况下，到达的大多数分组都能满足它们的相对截止期限. 例如，在我们的模型中，只要分组的截止期限大于 2.4(情形 2)，分组都具有概率可调度性.

(3) 随着时间的增加，在情形 1 中，截止期限期望值趋向于 0，这也暗示到达的分组应该立即被接纳调度，但总的来说，这是不可能的. 因此，在情形 1 中，分组不具有概率可调度性. 在情形 2 和情形 3 中，因为截止期限期望值或是一常数(情形 2)或是非常大的值(情形 3)，分组一般具有概率可调度性.

在图 3 中，我们假设 $\mu=1.8$，$\lambda=0.45$. 相对截止期限的期望值分别为 $E[D(t)]=1/(d_1 t)=1/(0.02t)$、$E[D(t)]=d_2=3.5$ 和 $E[D(t)]=t/d_3=t/20$. 从图 3 我们观察到类似图 2 的结论.

最后，考虑 $\mu=1.8$，$\lambda=0.55$ 和 0.59 时的情况. 在图 4 中和图 5 中，我们分别设置 $E[D(t)]=d_2=9$ 和 $E[D(t)]=d_2=13$. 我们观察到即使增加相对截止期限的时间，一些分组依然不具有概率可调度性. 这可以解释如下：当到达的分组增加的时候，越来越多的分组进入网络系统，同时服务率却没发生变化，造成更多到达的分组被积压和延时，因此不具有概率可调度性.

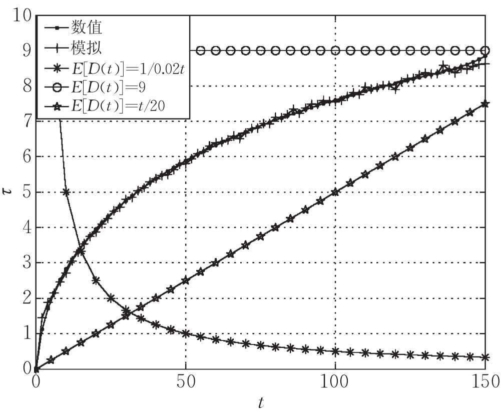

图 4 当 $\mu=1.8$，$\lambda=0.55$ 的结果比较

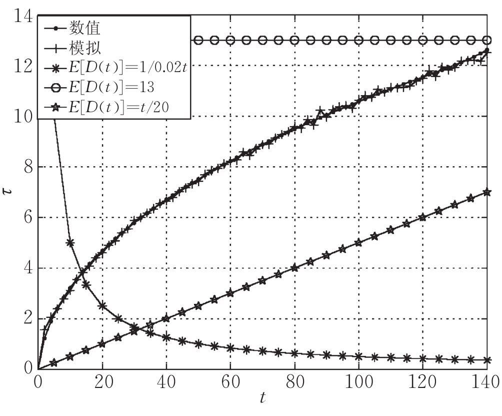

图 5 当 $\mu=1.8$，$\lambda=0.59$ 的结果比较

6 结论及下一步工作

实时 QoS 保证性能评价是新一代网络中非常重要的研究主题.本文基于分组可调度性研究实时 QoS 保证性能评价,运用随机网络演算中的统计流量包络和统计服务曲线表征实时分组的累积到达和服务的随机变化,提出概率可调度新概念来刻画某些弹性实时应用对延时的要求,通过研究某一时间间隔到达网络系统的累积分组的最坏情况延时,测试其是否满足概率可调度性来实现实时 QoS 保证性能评价;研究了 FIFO 网络中指数服务时间和一般服务时间下分组的概率可调度性特征,数值和模拟结果表明概率可调度性在实时分组的 QoS 保证性能评价中具有更好的适应性.

该理论的进一步研究包括多节点网络系统上的分组概率可调度性分析以及对于实时分组服务具有不同的分布的研究.我们的结果不论在理论上还是在实际上都很有意义.从理论方面来看,我们的方法在确定分组概率可调度性时是一种具有普遍意义的技术.而从实际应用方面来看,我们的方法给出了概率可调度性的瞬时特征,因此,对于目前流行的边缘接入网络,如无线自组网、无线传感器网络等具有时间约束和实时 QoS 保证的相关主题研究中也有一定的理论和实际意义.

参 考 文 献

[1] Chang C S. Performance Guarantees in Communication Networks. New York: Springer-Verlag, 2000

[2] Lin Chuang, Wang Yuan-Zhuo, Ren Feng-Yuan. Research on QoS in next generation network. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(9): 1525-1535(in Chinese)
(林闯,王元卓,任丰原. 新一代网络 QoS 研究. 计算机学报,2008,31(9):1525-1535)

[3] Wu Jian-Ping, Wu Qian, Xu Ke. Research and exploration of next generation Internet architecture. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(9): 1536-1548(in Chinese)
(吴建平,吴茜,徐恪. 新一代互联网体系结构基础研究及探索. 计算机学报,2008,31(9):1536-1548)

[4] Cruz R L. A calculus for network delay, Part I: Network elements in isolation. IEEE Transactions on Information Theory, 1991, 37(1): 114-131

[5] Boorstyn R, Burchard A, Liebeherr J, Oottamakorn C. Statistical services assurances for traffic scheduling algorithms. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2000, 18(12): 2651-2664

[6] Hui J Y. Resource allocation for broadband networks. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1988, 6(9): 1598-1608

[7] Ciucu F, Burchard A, Liebeherr J. A network service curve approach for the stochastic analysis of networks//Proceedings of the ACM Sigmetrics. Alberta, Canada, 2005: 279-290

[8] Jiang J. A basic stochastic network calculus//Proceedings of ACM SIGCOMM. Pisa, Italy, 2006: 123-134

[9] Starobinski D, Sidi M. Stochastically bounded burstiness for communication networks. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(1): 206-212

[10] Liu Yong, Tham Chen-Khong, Jiang Yuming. A calculus for stochastic QoS analysis. Performance Evaluation. 2007, 64(6): 547-572

[11] Yin Q, Jiang Y, Kong P Y. Analysis on generalized stochastically bounded bursty traffic for communication networks//Proceedings of the IEEE Local Computer Networks. Washington, DC, USA, 2002: 141-149

[12] Burchard A, Liebeherr J, Patek S D. A calculus for end-to-end statistical service guarantees. Computer Science Department, University of Virginia, Virginia, USA: Technical Report: CS-2001-19, 2002

[13] Yaron O, Sidi M. Performance and stability of communication networks via robust exponential bounds. IEEE/ACM Transactions on Networking, 1993, 1(3): 372-385

[14] Cruz R L. Quality of service management in integrated services networks//Proceedings of the 1st Semi-Annual Research Review. CWC, University of California at San Diego, USA, 1996

[15] Lee K. Performance bounds in communication networks with variable-rate links//Proceedings of the ACM SIGCOMM. Cambridge, MA USA, 1995: 126-136

[16] Liu Y, Tham C-K, Jiang Y. A stochastic network calculus. National University of Singapore, Singapore: Technical Report ECE-CCN-0301, 2003

[17] Jiang Y, Emstad P J. Analysis of stochastic service guarantees in communication networks: A server model//Proceedings of the 13th International Workshop on Quality of Service (IWQoS). Passau, Germany. 2005: 233-245

[18] Fidler M. An end-to-end probabilistic network calculus with moment generating functions//Proceedings of the 14th International Workshop on Quality of Service. New Haven, CT, USA, 2006: 261-270

[19] Florin Ciucu, Jörg Liebeherr. A case for decomposition in FIFO networks//Proceedings of the IEEE INFOCOM. Rio de Janeiro, Brazil, 2009: 1071-1079

[20] Ross S M. Stochastic Process. New York: Wiley, 1983

WANG Gao-Cai, born in 1976, Ph. D., professor. His current research interests include computer networks, system performance evaluation and stochastic methods.

LI Wei, born in 1961, Ph. D., professor. His current research interests include network model, security and reliability.

LAI Ming-Xing, born in 1985, M. S. candidate. Her current research interests include stochastic network calculus and service performance analysis.

Background

This research is supported in part by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 60763013, 60963022, and 61063045 in part by the National Science Foundation of Guangxi under grant No. 2010GXNSFC013013, and in part by the Projects of Development Plan of the State Key Fundamental Research under grant Nos. 2010CB328105, 2009CB320504.

Network QoS is always a key and hot topic in Internet. The performance analysis of QoS guarantee has guidable significance for QoS design, admission schedule and network programming. In current, there are two methods for the performance analysis of QoS guarantee: deterministic and stochastic. Stochastic analysis can provide probabilistic meaning for QoS analysis. It is suitable for stochastic process with bursttiness flow in Internet. In order to take full advantage of network resource and make packet's delay to be under control, this paper investigates performance evaluation of real-time QoS based on schedulability of packets. The authors describe stochastically change of arrival and serving of real-time packets by a statistical traffic envelope and statistical service curve. To characterize the requirement of some elastically real-time applications for delay, a novel concept named probabilistic schedulability is proposed. The probabilistic schedulability is related to time t at packets arrival, so instantaneous characteristic can be analyzed and cumulative packets would be scheduled at any given real-time interval by the method. The paper investigates the probabilistic schedulability of real-time packets under exponential distribution and general distribution service time in a FIFO network. The results show that the new method has more flexibility to characterize the schedulability of real-time packets.