

一种基于粒子的牛顿流体与粘弹性流体统一模拟方法

常元章¹⁾ 柳有权²⁾ 鲍凯³⁾ 朱鉴¹⁾ 吴恩华^{1),3)}

¹⁾(澳门大学科技学院电脑与资讯科学系 澳门)

²⁾(长安大学信息工程学院 西安 710064)

³⁾(中国科学院软件研究所计算机科学国家重点实验室 北京 100190)

摘 要 在越来越受到人们关注的基于物理流体动画领域,目前分别模拟牛顿流体或粘弹性流体的方法很多,但很少有统一模拟两者的方法.文中基于光滑粒子流体动力学方法,通过对传统纳维-斯托克斯方程添加弹性应力项,提出了一种新的统一模拟牛顿流体和粘弹性流体的方法.通过实验说明该方法不仅有效,易于实现,而且具有良好的可控性,仅仅通过调节参数就可以模拟不同粘弹性、不同类型的流体现象.

关键词 光滑粒子流体动力学;牛顿流体;粘弹性流体;纳维-斯托克斯方程;弹性应力

中图法分类号 TP391 DOI号: 10.3724/SP.J.1016.2010.01286

A Unified Particle-Based Method for Newtonian and Viscoelastic Fluids Animation

CHANG Yuan-Zhang¹⁾ LIU You-Quan²⁾ BAO Kai³⁾ ZHU Jian¹⁾ WU En-Hua^{1),3)}

¹⁾(Department of Computer and Information Science, University of Macau, Macao)

²⁾(School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064)

³⁾(State Key Laboratory of Computer Science, Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

Abstract In more and more popular physically-based fluid animation field, there are many methods for individually simulating Newtonian fluid or viscoelastic fluid, but few unified techniques are available for both. Based on Smoothed Particle Hydrodynamics, this paper presents a novel unified method for animating both fluids by introducing an additional elastic stress term to the traditional Navier-Stokes equation. The experimental results demonstrate that this new method is not only effective and easy to implement, but also has good controllability. Different viscoelastic and various kinds of fluids behaviors can be obtained easily by adjusting the very few experimental parameters.

Keywords Smoothed Particle Hydrodynamics; Newtonian fluid; viscoelastic fluid; Navier-Stokes equation; elastic stress

1 引 言

流体现象广泛存在于日常生活、工业生产和计

算机动画作品中.近20年来,在计算机图形学领域,基于物理的流体动画受到越来越多人的关注,成为目前的一个研究热点和重要方向.实际中存在的流体都是有粘性的,如果流体的流动行为满足牛顿粘性

收稿日期:2009-09-25;最终修改稿收到日期:2010-06-18.本课题得到国家自然科学基金重点项目(60833007)、国家自然科学基金(60773030)、澳门大学研究基金以及研究生奖学金资助.常元章,男,1985年生,博士研究生,主要研究方向为基于物理的计算机动画. E-mail: changyuanzhang@gmail.com; ya87406@umac.mo.柳有权,男,1976年生,博士,副教授,主要研究方向为真实感图形成像、基于物理的计算机动画.鲍凯,男,1981年生,博士研究生,主要研究方向为基于物理的动画技术及其在灾害模拟中的应用.朱鉴,男,1982年生,博士研究生,主要研究方向为基于图像的绘制、图形硬件加速与基于物理的动画.吴恩华,男,1947年生,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为真实感图形、科学计算可视化与虚拟现实等.

定律,即剪应力与剪切应变率之间满足线性关系,粘性不随速度而变,称为牛顿流体(Newtonian fluid),如水、空气等;而把不满足线性关系的流体称为非牛顿流体(non-Newtonian fluid),如胶状物、牙膏等。粘弹性流体(viscoelastic fluid),属于非牛顿流体,它同时具有固体和流体的特征。该流体受到应力较小时表现出固体的特征,但应力超过阈值而产生较大应变时又体现出流体的特点。很多物质具有这样的特点,如黏液、胶、鸡蛋白、生面团、尚未凝固的混凝土、牙膏、黏土、洗手液、果冻、番茄酱等。

在计算机模拟流体现象的方法中,“无网格”的光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)是近年来一种比较流行的方法。这种方法不仅容易体现流体的细节,诸如浪花、泡沫和飞溅的效果,而且能很自然地处理有较大拓扑变形的流动,所以得到越来越广泛的应用。

目前分别模拟牛顿流体或粘弹性流体的方法很多,但很少有统一模拟两者的方法。本文基于 SPH 方法,通过对传统 Navier-Stokes(NS)方程添加弹性应力项,提出了一种新的统一模拟牛顿流体和粘弹性流体的方法。在实验中,从不同角度对所模拟流体的绘制结果和速度进行了对比、分析,充分说明了本方法的有效性。

本文第 2 节介绍图形学领域中牛顿流体和粘弹性流体的相关工作;第 3 节提出模拟的统一方法;第 4 节说明绘制流体场景的方法;第 5 节对绘制结果从不同角度进行讨论与分析;最后一节总结并提出未来工作。

2 相关工作

在计算机图形学领域,基于物理的流体模拟方法大致可以分为两大类:基于网格的欧拉方法和基于粒子的拉格朗日方法。欧拉方法将流体所占据空间离散成固定的网格,分析网格上每一固定点的流体速度、压强和密度等参数随时间的变化。该方法很容易保持流体不可压却不容易保证质量守恒;拉格朗日法则通过研究流体中每一微团的相应物理参数随时间的运动变化,来描述整个流体的运动。下面将分别对牛顿流体和粘弹性流体的相关工作做介绍。

2.1 牛顿流体

欧拉法。1996 年,Foster 等人^[1]首次在图形学领域通过有限差分的方法,在规则网格上求解三维 Navier-Stokes 方程。接着,Stam^[2]引入了半拉格朗

日机制和隐式积分求解的方法,使得计算能够采用较大的时间步长。为了准确捕捉流体表面的细节,Foster 等人^[3]引入了 level set 方法,由于该方法体积损失比较严重,作者在流体内部分布一些无质量的粒子来弥补该缺陷。不久,Enright 等人^[4]提出了 particle level set 方法,通过在流体外部同样增加粒子来改进 level set 方法;且通过将速度外推到空气中来正确处理自由表面处的边界条件,从而获得更加精确的界面和视觉效果。

粒子法。SPH 是目前最为常用的一种拉格朗日粒子法,该方法利用离散的粒子来表示流体,由于每个粒子包含着各自的质量,且粒子数目在模拟过程中保持不变,使得该方法容易保证流体质量守恒。不过由于通常用理想气体状态方程来求解压强,使得 SPH 方法存在弱可压的缺点,Desbrun 等人^[5]首次将该方法引入图形学领域来计算物体较大变形时的受力。接下来,Müller 等人^[6-7]推广了该方法,实现了交互级的流体模拟。Adams 等人^[8]通过对 SPH 粒子定义重要度为依据来使其自动合并和分裂,从而有效地加快了模拟的速度。最近,越来越多的人将目光投注在更加复杂的流体现象上,例如:流体在疏松多孔物质上的流动^[9]、流体与颗粒状物质(如沙粒)的交互^[10-11]、多相流自然灾害场景的真实模拟^[12]等。关于 SPH 的全面介绍可以查看文献^[13]。粒子法里,还有一些其他的方法,如 Premoze 等人^[14]引入了 MPS(Moving Particle Semi-implicit)方法,通过解全局泊松方程来求解压强,从而使得流体不可压。由于各方法有各自的优势和局限性,目前也出现了一些混合表示的方法,如 Losasso 等^[15]提出了一种双向耦合的模拟框架来同时利用 SPH 和 particle level set 的优点。

2.2 粘弹性流体

欧拉法。Carlson 等人^[16]结合 Marker-and-Cell(MAC)方法模拟了任意粘性的流体,甚至固体也当作高粘性流体处理,其中粘性随温度、水分含量而变化,从而实现了融化、凝固和流动效果。通过将粒子分割到高分辨率的网格中来精确抽取表面。具体求解中,为了避免高粘性带来的稳定性问题,扩散项采用隐式欧拉代替显式格式,并采用共轭梯度法来迭代计算。Goktekin 等^[17]通过在 NS 方程中加入弹性应力项成功地模拟了粘弹性流动现象,并采用 von Mises 判据来判断是否会发生塑性流动,如果应变偏差的 Frobenius 范数值大于屈服点,则以正比于超出量的速度塑性流动^[18]。接着,文献^[19]通过考

虑旋转张量,对其公式进行了改进,可以真实模拟粘弹性流体的旋转效果.

粒子法. Stora 等^[20]采用 SPH 方法逼真地模拟了火山熔岩粘性流动的过程. 文献[21]基于拉格朗日粒子方法,将流体与物体间的力表示成粘附矩阵的形式,同时将物体表面也作粒子化表示,从而可以很方便地描述粘性流体与物体的相互作用. Mao 等^[22]为了避免文献[17]模拟粘弹性流体旋转时候存在的问题,在 NS 方程弹性应力张量项加入旋转张量,并使用 SPH 对流体进行模拟,但其所模拟的现象仍然很有限. 接着,作者在此基础上真实地模拟了互不溶粘性流体的碰撞及其响应^[23]. Paiva 等^[24]继承了文献[16]的想法,使用 SPH 较为真实地再现了物体的熔化,但其模拟的熔化物体和现象较为单一. 与此同时,越来越多的研究者通过对粒子间增加弹簧来达到粘弹性的效果. Nixon 等^[25]对物体表面采用质点弹簧模型来表示,内部利用 NS 流体运动方程求解变形,从而可以模拟柔性物体运动变形情况. Clavet^[26]通过修改弹簧的静止长度来达到不同的粘弹性、塑性效果. 而 Tamura^[27]则通过随机连接的两种不同的弹簧来模拟粘弹性流体的表面. 近年来,越来越多的工作^[28-30]集中在通过有限元方法计算应变张量(strain tensor)来模拟粘弹性流体.

其他方法. Desbrun 等^[31]使用隐式曲面来模拟柔性物体的融合. Wei 等^[32]采用三维自动格子机(Cellular Automata)的方法,通过重力和传播两个规则来传递热量和流体,该方法的计算量相对于完全基于物理的方法要小很多.

3 统一的流体模拟方法

本节阐述统一模拟牛顿流体和粘弹性流体的方法. 该方法是通过在 NS 方程添加弹性应力张量项来实现的. 本节重点对该项的求解进行剖析,并讨论流体运动时与障碍物的碰撞处理及模拟流程.

3.1 统一的模拟方法

SPH 是一种完全无网格的拉格朗日方法,流体运动用跟随流动的粒子运动来描述. 流动的粒子储存了自己的质量、速度和位置等物理信息. 空间任一位置 \mathbf{r} 处的属性 A 可通过周围粒子插值来计算:

$$A(\mathbf{r}) = \sum_j A_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \frac{m_j}{\rho_j} \quad (1)$$

其中,下标 j 表示将位置 \mathbf{r} 周围支持域内的所有粒

子求和, $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h)$ 是半径为 h 的光滑核函数, \mathbf{r}_j , m_j 和 ρ_j 分别为粒子 j 的位置矢量、质量和密度.

属性 A 的梯度值和拉普拉斯值也可以通过对光滑核函数 $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h)$ 求相应值得到:

$$\nabla A(\mathbf{r}) = \sum_j A_j \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \frac{m_j}{\rho_j} \quad (2)$$

$$\nabla^2 A(\mathbf{r}) = \sum_j A_j \nabla^2 W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \frac{m_j}{\rho_j} \quad (3)$$

与传统的欧拉方法相同, SPH 也是通过求解流体力学方程来对流体进行模拟的. 对于恒温的不可压流体,描述其运动的主要方程包括质量守恒方程(连续性方程)和动量守恒方程(Navier-Stokes 方程):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = & -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mu_s \nabla \cdot \mathbf{S}^{\text{elastic}} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}^{\text{surface}} \\ = & \mathbf{f}^{\text{pressure}} + \mathbf{f}^{\text{viscosity}} + \mathbf{f}^{\text{elastic}} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}^{\text{surface}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{v} , p , ρ , \mathbf{g} , μ 分别为速度矢量、压强、密度、重力加速度矢量和动力粘度系数. $\mu_s \nabla \cdot \mathbf{S}^{\text{elastic}}$ 为本文为了统一模拟牛顿流体和粘弹性流体而对传统 NS 方程添加的弹性应力项, μ_s 为弹性应力系数, $\mathbf{S}^{\text{elastic}}$ 为弹性应变张量,其求解方法下一小节具体介绍. $\mathbf{f}^{\text{pressure}}$ 、 $\mathbf{f}^{\text{viscosity}}$ 、 $\mathbf{f}^{\text{elastic}}$ 和 $\mathbf{f}^{\text{surface}}$ 为对应的压强项、粘滞力项、弹性应力项和表面张力项. 由于 SPH 采用的粒子数目在模拟过程中保持不变,且每个粒子质量不变,因此 SPH 能够自动保证质量守恒.

压强项、粘滞力和表面张力的计算采用文献[6]的方法:

$$\mathbf{f}_i^{\text{pressure}} = -\sum_j \frac{m_j p_i + p_j}{\rho_j} \nabla W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (6)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{viscosity}} = \mu \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \nabla^2 W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (7)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{surface}} = \begin{cases} -\sigma \frac{\mathbf{n}_i}{\|\mathbf{n}_i\|} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla^2 W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h), & \|\mathbf{n}_i\| \geq \delta \\ 0, & \|\mathbf{n}_i\| < \delta \end{cases} \quad (8)$$

其中 σ 为表面张力系数, δ 为预定义的阈值,当超过该阈值时表明粒子位于流体表面. \mathbf{n}_i 为表面法向,计算为

$$\mathbf{n}_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (9)$$

为了求解式(6)和(7),需要首先求得粒子的密度和压强,密度计算如下:

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (10)$$

接着,粒子的压强可以通过理想气体状态方程得到^[5]:

$$p_i = k(\rho_i - \rho_0) \quad (11)$$

公式中 k 为与流体声速相关的常数, ρ_0 为预先设定的平衡密度常数。

弹性应力项可以通过 SPH 插值表示为

$$\mathbf{f}_i^{\text{elastic}} = \mu_s \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} S_i^{\text{elastic}} \cdot \nabla W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (12)$$

3.2 弹性应力项的求解

本部分推导弹性应变张量 S^{elastic} 的计算公式. 如果能够获得流体的显式变形函数, 则该值可以通过变形函数的空间导数求得. 然而, 由于流体运动变形的复杂性, 几乎不可能找到一个有效描述的公式. 因此, 我们通过将弹性应变张量分解为总应变张量与塑性应变张量的差来间接求解:

$$S^{\text{elastic}} = S^{\text{total}} - S^{\text{plastic}} \quad (13)$$

由于后两项也较难获得, 可以转化为求其时间导数的方式:

$$S^{\text{total}} = S_0^{\text{total}} + \int_0^t \frac{dS^{\text{total}}}{dt} dt \quad (14)$$

$$S^{\text{plastic}} = S_0^{\text{plastic}} + \int_0^t \frac{dS^{\text{plastic}}}{dt} dt \quad (15)$$

其中 S_0^{total} 和 S_0^{plastic} 分别为程序初始化时的总应变张量与塑性应变张量, 本文实现过程中将其设定为零矩阵. 上述公式后半部分带有积分运算, 在数值求解过程中需要将其离散化:

$$\frac{dS^{\text{elastic}}}{dt} = \frac{dS^{\text{total}}}{dt} - \frac{dS^{\text{plastic}}}{dt} \quad (16)$$

$$S_{t+\Delta t}^{\text{elastic}} = S_t^{\text{elastic}} + \frac{dS^{\text{elastic}}}{dt} \Delta t \quad (17)$$

公式中 Δt 为时间步长. 下面分别求解 $\frac{dS^{\text{total}}}{dt}$ 和 $\frac{dS^{\text{plastic}}}{dt}$. 前者即为应变率张量, 可通过速度的梯度来求得

$$\frac{dS^{\text{total}}}{dt} = (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) / 2 \quad (18)$$

其中 $\nabla \mathbf{v}$ 为雅可比矩阵, 在 SPH 计算中可求解如下

$$\nabla \mathbf{v} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}) \otimes \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (19)$$

塑性应变张量导数的求解需要引入另外一个量, 弹性应变偏差 S' , 其数值可通过弹性应变张量 S^{elastic} 求得

$$S' = S^{\text{elastic}} - \frac{\text{Tr}(S^{\text{elastic}})}{3} \mathbf{I} \quad (20)$$

公式中 $\text{Tr}(S^{\text{elastic}})$ 为张量方阵的迹, \mathbf{I} 为单位矩阵. 根据冯·米赛斯屈服准则 (von Mises's yield

criterion), 当 S' 的 Frobenius 范数值低于阈值 τ 时, 没有塑性流动. 当超过该值时, 流动的速率将会正比于所超出的数值, 表达为

$$\frac{dS^{\text{plastic}}}{dt} = \lambda \frac{S'}{\|S'\|_f} \max(0, \|S'\|_f - \tau) \quad (21)$$

其中 λ 为所模拟流体的弹性衰减系数. $\|S'\|_f$ 为张量 S' 的 Frobenius 范数, 定义为张量矩阵内部各元素平方和的平方根:

$$\|S'\|_f = \sqrt{\sum_i \sum_j S'^2_{ij}} \quad (22)$$

这样, 式(16)可以变为

$$\frac{dS^{\text{elastic}}}{dt} = (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) / 2 - \lambda \frac{S'}{\|S'\|_f} \max(0, \|S'\|_f - \tau) \quad (23)$$

将式(23)代入式(17)就可以求得每一时间步的弹性应变张量 S^{elastic} .

3.3 障碍物碰撞处理及模拟流程

本节讨论流体粒子运动时与边界固体障碍物的碰撞处理, 采用的方法与文献[26]类似但略有改动. 为了检测粒子与边界固体的碰撞, 程序初始化之前需预先对模拟场景进行距离场采样并保存到背景网格中. 接着, 在模拟过程中, 对每个粒子插值计算出符号距离值 d , 并判断该值与边界固体碰撞阈值 T 的大小, 如果小于该阈值表明发生碰撞. 同时, 碰撞点表面法向 \mathbf{n}_o 可通过距离场梯度求得. 当检测到碰撞且粒子已进入障碍物内部时, 则将粒子位置沿着表面法向 \mathbf{n}_o 垂直投影到表面; 同时修改其速度如下: 假设碰撞粒子相对于障碍物的速度为 \mathbf{v} (本文实现设定障碍物固定不动, 相对速度等于粒子自身速度), 将其沿障碍物界面的法切向分解为

$$\mathbf{v}^{\text{normal}} = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_o) \mathbf{n}_o \quad (24)$$

$$\mathbf{v}^{\text{tangent}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}^{\text{normal}} \quad (25)$$

碰撞后的法向和切向速度将变为

$$\mathbf{v}_{\text{new}}^{\text{normal}} = -\alpha \mathbf{v}^{\text{normal}} \quad (26)$$

$$\mathbf{v}_{\text{new}}^{\text{tangent}} = \beta \mathbf{v}^{\text{tangent}} \quad (27)$$

其中, α 为法向速度修改系数, 实验取值 0.05, 碰撞后法向速度反向. β 为表面摩擦系数, 控制障碍物表面的滑移特性, 可以获得自由滑移边界条件 ($\beta=1$) 和无滑移边界条件 ($\beta=0$), 本文取值 0.9. 碰撞后的总速度为切法向两速度之和.

以上各节已经讨论了统一模拟牛顿流体和粘弹性流体的 SPH 方法. 实际流程主要分为以下步骤:

1. 程序初始化. 包括参数、几何场景、初始粒子分布等

的初始化.

2. 对每个粒子查找周围粒子并求解光滑核函数 $W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, h)$ 及对应的梯度和拉普拉斯值.
3. 对每个粒子计算密度和压强.
4. 计算压强力、粘滞力、弹性应力和表面张力, 并代入式(5)求解粒子的加速度.
5. 通过数值积分计算粒子的速度和位置, 本文采用显式欧拉积分, 为保证计算稳定, 时间步长应满足 CFL 条件^[33].
6. 判断粒子是否进入固体障碍物内部, 如进入, 进行碰撞处理. 继续运行, 转步 2.

4 场景绘制

第 3 节计算出流体粒子运动的位置、速度等物理信息, 接下来需要构建流体表面. 我们采用文献[8]的隐式表面定义方法:

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{\sum_j d_j W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, h)}{\sum_j W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, h)} - \left\| \frac{\sum_j \mathbf{r}_j W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, h)}{\sum_j W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, h)} - \mathbf{r} \right\| \quad (28)$$

其中 d_j 为粒子 j 到表面的距离, 计算方法、核函数定义均与文献[8]相同. 接着, 我们采用 marching cubes^[34] 算法来对定义好的隐式表面进行三角形化, 并用渲染引擎 POV-Ray^① 来对提取出的三角形

网格进行绘制.

5 绘制结果与讨论

为了验证本文方法的有效性和通用性, 我们实现了立方体流体块降落、穿山甲降落、兔子斜坡滑落和立方体流体穿越障碍物 4 个实验的真实感建模与绘制. 实验平台为 Intel Core2 Duo E8400 3.0GHz CPU, 3GB 内存和 GeForce 8800 GT GPU 的 PC 机. 实验程序采用 C++ 开发. 实验中采用的数值计算时间步长为 0.001s, 每 5 个时间步输出一帧渲染数据.

5.1 模拟现象比较

本节主要通过 4 组实验从不同角度对比模拟的牛顿流体(实验中为水)和粘弹性流体的异同. 式(5)中参数 μ 和 μ_s 用来控制模拟流体的种类和粘滞度, 水的参数 μ 和 μ_s 设定为 8×10^4 和 0, 粘弹性流体相应为 8×10^5 和 8×10^6 , 其它模拟参数都相同. 图 1 对比了立方体流体块从空中降落到地面的过程. 可以看到, 表面张力使得水块在降落过程中变成球体, 但该力对于粘弹性流体的影响较小. 落到地面后, 前者会形成水花飞溅起来并最终落地归于平静; 而后者会先水平撑开接着弹性回拢并最终平衡于棱台状. 图 2 说明了本文提出的方法同样适用于复杂的

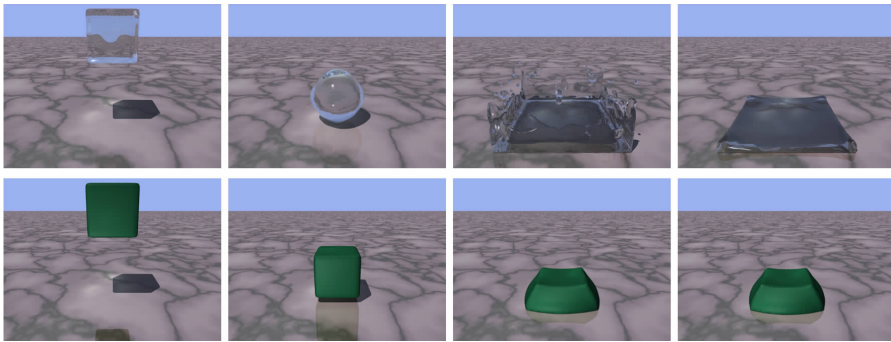


图 1 立方体流体块降落实验结果(从左到右时刻为 0s, 0.33s, 0.58s, 2s)

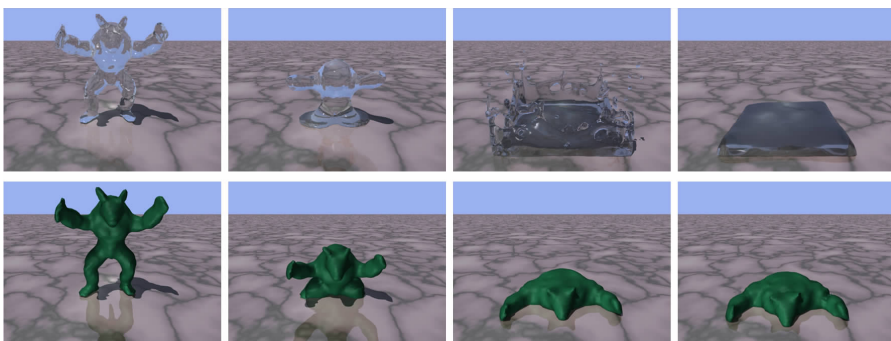


图 2 穿山甲降落实验结果(从左到右时刻为 0s, 0.25s, 0.57s, 2s)

① POV-Ray url: <http://www.povray.org/>

几何形体. 穿山甲水体会溅起更多的水花, 在 2s 时静止于方形边界内, 而粘弹性体则“下蹲”并“趴”在地上. 图 3 与图 4 用来说明边界障碍物的滑移特性, 由于本文设定式(27)的 β 取值 0.9, 即边界面近似光滑, 本特征可以从图 4 看到. 图 5 和图 6 描述了流

体如何经过复杂边界, 从图中可以看到两种流体均部分穿越井字形障碍, 之后水块溅起大量水花, 并最终几乎全部落到地上; 粘弹性流体块则沿着未被遮挡的空隙一点点断断续续地降落, 5.4s 时仍有部分滞留于障碍物上.

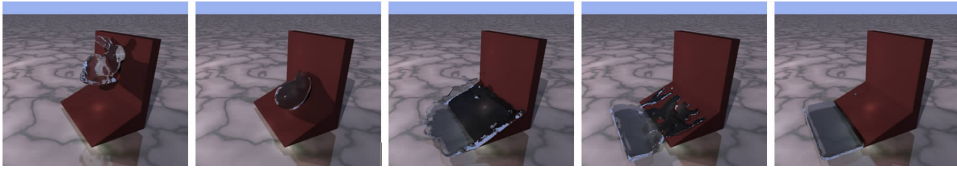


图 3 水兔子斜坡滑落实验结果(从左到右时刻为 0s, 0.25s, 0.53s, 1.2s, 4.09s)

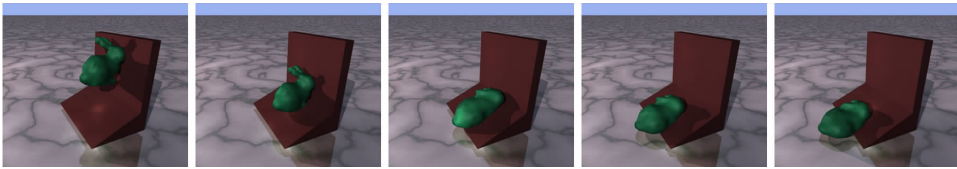


图 4 粘弹性兔子斜坡滑落实验结果(从左到右时刻为 0s, 0.25s, 0.4s, 0.55s, 1.5s)

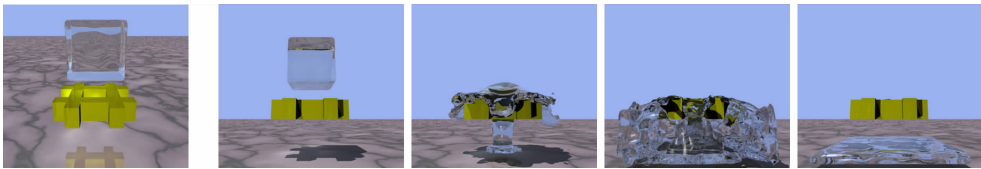


图 5 水立方体穿越障碍物实验结果(从左到右依次为俯视图、仰视 0s, 0.3s, 0.5s, 3.46s 时刻)



图 6 粘弹性立方体穿越障碍物实验结果(从左到右依次为俯视图、仰视 0s, 0.525s, 1.85s, 5.4s 时刻)

5.2 实验参数比较

实验参数对于本文实验起着至关重要的作用, 通过调整参数值能够模拟各种不同特性的流体, 其中, 式(5)的参数 μ 、 μ_s 和式(23)的 τ 最为重要. 鉴于立方体流体块降落实验具有简单、效果对参数较为敏感的特点, 接下来将通过该实验来对这 3 个参数的作用作对比分析. 参数 μ 越大, 流体粘性越大. 图 7 说明当 μ_s 、 τ 一定时, 流体粘性随着 μ 的增大而

增大, 同一时刻溅起的水花越来越少. 参数 μ_s 越大, 流体越具有粘弹性. 图 8 说明了 μ 、 τ 值一定时, 随着 μ_s 的增大, 流体粘性和弹性增大, 模拟平衡状态时, 从左到右棱台的形状越来越高瘦. 参数 τ 对于粘弹性流体较重要, 它影响棱台的形状, 其值越大, 棱台越高瘦, 流体弹性越大(图 9), 其值为 0.05 时, 可以在视频中看到立方体居然反复地弹性“跳动”.

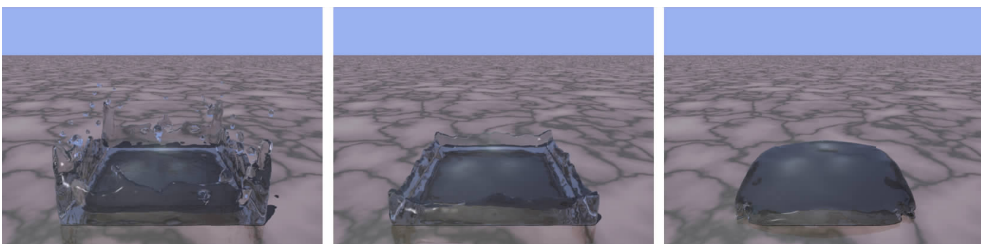


图 7 参数作用实验 1(参数 μ_s 为 0, τ 为 0.005, μ 从左到右依次为 8×10^4 , 2×10^5 和 8×10^5 , 时刻为 0.6s)

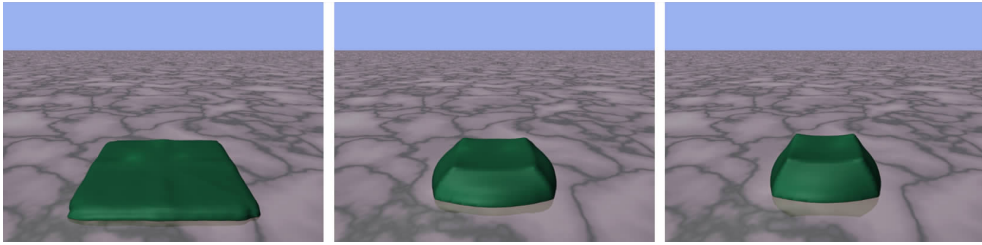


图 8 参数作用实验 2(参数 μ 为 8×10^5 , τ 为 0.005, μ_s 从左到右依次为 $0, 5 \times 10^6$ 和 8×10^6 , 时刻为 1.5s)

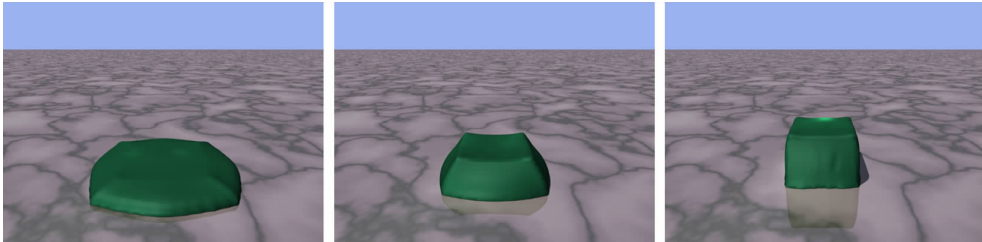


图 9 参数作用实验 3(参数 μ 为 8×10^5 , μ_s 为 8×10^6 , τ 从左到右依次为 0, 0.005 和 0.05, 时刻为 1.5s)

5.3 运行速度比较

表 1 列出 5.1 节各实验的粒子数及运行速度, 可以看到, 粒子数越多, 运行越慢. 而相同粒子数情况下, 粘弹性流体比牛顿流体的计算速度(平均每秒帧数 Fps, 不包含渲染时间)要慢 15%~20% 左右. 对比实验 1 与实验 4, 可以发觉障碍物对于计算速度的影响较小.

表 1 实验粒子数及运行速度

实验名称		粒子数	速度/Fps
1 立方体块降落	水	6084	1.92
	粘弹性	6084	1.60
2 穿山甲降落	水	6523	1.76
	粘弹性	6523	1.49
3 兔子斜坡滑落	水	2374	5.03
	粘弹性	2374	3.97
4 立方体过障碍物	水	6084	1.90
	粘弹性	6084	1.56

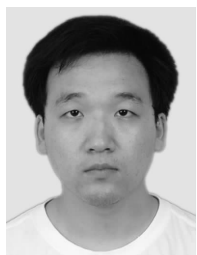
6 结论与未来工作

本文基于 SPH 方法, 通过对传统 Navier-Stokes 方程添加弹性应力项, 提出了一种统一模拟牛顿流体和粘弹性流体的方法. 实验从不同角度对所模拟流体的渲染结果和速度进行了对比、分析, 充分说明了本方法的有效性, 且通过调整参数可以模拟不同粘弹性、不同类型的流体. 本文方法还具有易于实现的特点, 可以很方便地添加到其它流体现象模拟中. 今后, 我们将进一步拓展本方法所能模拟的现象, 并考虑采用 GPU 进行并行加速.

参 考 文 献

- [1] Foster N, Metaxas D. Realistic animation of liquids. *Graphical Models and Image Processing*, 1996, 58(5): 471-483
- [2] Stam J. Stable fluids//Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH '99). New York: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999: 121-128
- [3] Foster N, Fedkiw R. Practical animations of liquids//Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH '01). New York: ACM, 2001: 23-30
- [4] Enright D, Marschner S, Fedkiw R. Animation and rendering of complex water surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 736-744
- [5] Desbrun M, Cani M P. Smoothed particles: A new paradigm for animating highly deformable bodies//Proceedings of the Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation. Springer-Verlag, 1996: 61-76
- [6] Müller M, Charypar D, Gross M. Particle-based fluid simulation for interactive applications//Proceedings of the SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Eurographics Association, 2003: 154-159
- [7] Müller M, Solenthaler B, Keiser R, Gross M. Particle-based fluid-fluid interaction//Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation (SCA'05). New York, USA: ACM, 2005: 237-244
- [8] Adams B, Pauly M, Keiser R, Guibas L J. Adaptively sampled particle fluids//Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2007. New York, USA: ACM, 2007: 48
- [9] Lenaerts T, Adams B, Dutré P. Porous flow in particle-based fluid simulations//Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2008. New York, USA: ACM, 2008: 1-8

- [10] Rungjiratananon W, Szego Z, Kanamori Y, Nishita T. Real-time animation of sand-water interaction. *Computer Graphics Forum*, 2008, 27: 1887-1893
- [11] Lenaerts T, Dutré P. Mixing fluids and granular materials. *Computer Graphics Forum*, 2009, 28(2): 213-218
- [12] Yang Zhi-Liang, Wang Zhang-Ye, Ke Xiao-Di, Peng Qun-Sheng. Realistic modeling and rendering of multi-phase flow catastrophic scenes. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2008, 20(8): 1023-1032(in Chinese)
(杨志亮, 王章野, 柯晓棣, 彭群生. 多相流灾害场景的真实感建模与绘制. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2008, 20(8): 1023-1032)
- [13] Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 2005, 68(8): 1703-1759
- [14] Premoze S, Tasdizen T, Bigler J, Lefohn A, Whitaker R T. Particle-based simulation of fluids. *Computer Graphics Forum*, 2003, 22(3): 401-410
- [15] Losasso F, Talton J, Kwatra N, Fedkiw R. Two-way coupled SPH and particle level set fluid simulation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2008, 14(4): 797-804
- [16] Carlson M, Mucha P J, Horn III B V, Turk G. Melting and flowing//*Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2002 Symposium on Computer Animation*. New York, USA: ACM, 2002: 167-174
- [17] Goktekin T G, Bargteil A W, O'Brien J F. A method for animating viscoelastic fluids//*Proceedings of the SIGGRAPH 2004*. New York: ACM, 2004, 23(3): 463-468
- [18] Liu You-Quan, Liu Xue-Hui, Zhu Hong-Bin, Wu En-Hua. Physically based fluid simulation in computer animation. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2005, 17(12): 2581-2589(in Chinese)
(柳有权, 刘学慧, 朱红斌, 吴恩华. 基于物理的流体模拟动画综述. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2005, 17(12): 2581-2589)
- [19] Losasso F, Shinar T, Selle A, Fedkiw R. Multiple interacting liquids//*Proceedings of the SIGGRAPH 2006*. New York: ACM, 2006, 25(3): 812-819
- [20] Stora D, Agliati P O, Cani M P, Neyret F, Gascuel J D. Animating lava flows//*Proceedings of the Graphics Interface'99*. 1999: 203-210
- [21] Steele K, Cline D, Egbert P K, Dinerstein J. Modeling and rendering viscous liquids. *Journal of Computer Animation and Virtual Worlds*, 2004, 15(3-4): 183-192
- [22] Mao H, Yang Y-H. A particle-based model for non-Newtonian fluid animation. Department of Computing Science, University of Alberta; Technical Report TR05-21, 2005
- [23] Mao H, Yang Y-H. Particle-based immiscible fluid-fluid collision//*Proceedings of the Graphics Interface 2006*. Toronto, Ont., Canada, 2006: 49-55
- [24] Paiva A, Petronetto F, Lewiner T, Tavares G. Particle-based non-Newtonian fluid animation for melting objects//*Proceedings of the 19th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, 2006: 78-85
- [25] Nixon D, Lobb R. A fluid based soft-object model. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2002, 22(4): 68-75
- [26] Clavet S, Beaudoin P, Poulin P. Particle-based viscoelastic fluid simulation//*Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. New York: ACM, 2005: 219-228
- [27] Tamura N, Tsumura N, Nakaguchi T, Miyake Y. Spring-bead animation of viscoelastic materials. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2007, 27(6): 87-93
- [28] Müller M, Keiser R, Nealen A, Pauly M, Gross M, Alexa M. Point based animation of elastic, plastic and melting objects//*Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Switzerland, 2004: 141-151
- [29] Bargteil A W, Wojtan C, Hodgins J K, Turk G. A finite element method for animating large viscoplastic flow//*Proceedings of the SIGGRAPH 2007*. New York: ACM, 2007, 26(3): 16
- [30] Wojtan C, Turk G. Fast viscoelastic behavior with thin features//*Proceedings of the SIGGRAPH 2008*. New York: ACM, 2008, 27(3): 47-1-47-8
- [31] Desbrun M, Gascuel M-P. Animating soft substances with implicit surfaces//*Proceedings of the SIGGRAPH 1995*. New York: ACM, 1995: 287-290
- [32] Wei X, Li W, Kaufman A. Melting and flowing of viscous volumes//*Proceedings of the International Conference on Computer Animation and Social Agents (CASA'03)*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2003: 54-59
- [33] Courant R, Friedrichs K, Lewy H. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal*, 1967, 11(2): 215-234
- [34] Lorensen W E. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 163-169



CHANG Yuan-Zhang, born in 1985, Ph. D. candidate. His research interests focus on physically-based computer animation.

LIU You-Quan, born in 1976, Ph. D., associate professor. His research interests include realistic image synthesis and physically-based computer animation.

BAO Kai, born in 1981, Ph. D. candidate. His research interests include physically-based computer animation technique and its application in natural disaster simulation.

ZHU Jian, born in 1982, Ph. D. candidate. His re-

search interests include image-based rendering, graphics hardware acceleration and physically-based computer animation.

Background

Over last two decades, physically-based fluid simulations are becoming increasingly popular in computer graphics community for its capacity of photo-realistic simulation. There are many methods for individually simulating Newtonian fluid or viscoelastic fluid, which are mainly categorized into Euler grid method and Lagrangian particle method. Smoothed Particle Hydrodynamics is a Lagrangian approach, which has been widely used since it can not only deal with small-scale features like splashes or foams, but also naturally handle problems with large topological changes.

Even so, little attention has been paid on a unified model for both fluids. Based on Smoothed Particle Hydrodynamics,

WU En-Hua, born in 1947, Ph. D. , professor, Ph. D. supervisor. His research interests include realistic image synthesis, scientific visualization and virtual reality.

this paper presents a novel unified method for animating both fluids by simply introducing an additional elastic stress term into the traditional Navier-Stokes equation. Compared with earlier works, this new method is easy to implement, and has good controllability. Different viscoelastic and various kinds of fluids behaviors can be obtained easily by adjusting the very few experimental parameters.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China under grant No.60773030 and grant No.60833007, the Studentship and Research Grant of University of Macau.