第 32 卷 第 8 期　　计 算 机 学 报　　Vol. 32 No. 8
2009 年 8 月　　CHINESE JOURNAL OF COMPUTERS　　Aug. 2009

支持模糊数据类型表示的模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G)

王海龙[1)]　马宗民[1)]　严　丽[2)]　程经纬[1)]

[1)](东北大学信息科学与工程学院计算机应用技术研究所　沈阳　110004)

[2)](东北大学软件学院软件工程研究所　沈阳　110004)

摘　要　分析了现有描述逻辑在模糊知识和数据类型表示方面存在的问题,提出了一种新的模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G). F-SHOIQ(G)不仅能够表示模糊知识,而且能够表示含有自定义模糊数据类型及自定义模糊数据类型谓词的模糊数据信息.首先,给出了模糊数据类型域的概念和模糊数据类型表示的一般形式,在此基础上,定义了 F-SHOIQ(G)的语法、语义及相应的知识库,进而给出了基于模糊 Tableaux 的 F-SHOIQ(G)概念的可满足性推理算法.其次,将经典描述逻辑中的推理结构(该结构将 Tableaux 扩展规则推理和数据类型推理相分离)用于 F-SHOIQ(G)的推理问题,设计了相应的模糊数据类型推理机.最后,详细证明了 F-SHOIQ(G)概念的可满足性推理问题是可判定的.在数据类型表示方面, F-SHOIQ(G)具备比 FSHOIQ 更强的表达能力和推理能力,为语义 Web 表示和推理模糊数据信息提供了理论基础.

关键词　模糊描述逻辑;F-SHOIQ(G);模糊数据类型表示;Tableaux 算法;自定义模糊数据类型谓词

中图法分类号　TP301　　**DOI 号**:10.3724/SP.J.1016.2009.01511

Fuzzy Description Logic F-SHOIQ(G) Supporting Representation of Fuzzy Data Types

WANG Hai-Long[1)]　MA Zong-Min[1)]　YAN Li[2)]　CHENG Jing-Wei[1)]

[1)](*Institute of Computer Application Technology, College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang*　110004)

[2)](*Institute of Software Engineering, School of Software, Northeastern University, Shenyang*　110004)

Abstract　The shortcomings of existing description logics in the representation of fuzzy knowledge and data types are analyzed and a kind of new fuzzy description logic named F-SHOIQ(G) is proposed in the paper. F-SHOIQ(G) can support not only the representation of fuzzy knowledge, but also the representation of fuzzy data information with customized fuzzy data types and customized fuzzy data type predicates. Firstly, the concept of fuzzy data type group and a general formalism of the representation of fuzzy data types are introduced. Then, based on the fuzzy data type group, the syntax, semantics of F-SHOIQ(G) and the components of its corresponding knowledge base are defined. Furthermore, the satisfiability reasoning algorithm of F-SHOIQ(G)-concept based on the fuzzy Tableaux is presented. Secondly, the traditional reasoning architecture in which the reasoning of Tableaux expansion rules and data type can be divided is adopted for the reasoning of F-SHOIQ(G). The corresponding fuzzy data type reasoner is designed. Finally, the decidability of the satisfiability reasoning problem of F-SHOIQ(G)-concept is proved. The representation and reasoning capabilities of F-SHOIQ(G) go beyond the fuzzy description

收稿日期:2008-01-03;最终修改稿收到日期:2009-06-01.本课题得到国家自然科学基金(60873010)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0288)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20050145024)资助.**王海龙**,男,1983 年生,博士研究生,主要研究方向为描述逻辑与语义 Web. **马宗民**,男,1965 年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为智能数据与知识工程. E-mail: zongmin_ma@yahoo.com. **严　丽**,女,1964 年生,博士,副教授,主要研究领域为 XML 数据库. **程经纬**,男,1974 年生,博士研究生,主要研究方向为描述逻辑与语义 Web.

logic FSHOIQ in the representation of data information. F-SHOIQ(G) lays a theoretical foundation for the representation and reasoning of fuzzy data information in the Semantic Web.

Keywords fuzzy description logic; F-SHOIQ(G); representation of fuzzy data types; Tableaux algorithm; customized fuzzy data type predicate

1 引 言

为了让计算机能够理解 Web 资源信息并做推理,需要建立本体,并利用本体语言来表示语义 Web[1]中的知识和语义.描述逻辑[2]作为本体语言的逻辑基础,使语义 Web 具备了可推理的性质.经典描述逻辑如 ALC、ALCQI[2]等只能表示精确知识,不能对现实世界中大量存在的模糊知识进行处理.为了增强语义 Web 对模糊信息的处理能力,康达周提出了支持模糊隶属度比较的模糊描述逻辑 ALC_{fc}[3],Stoilos 提出了模糊描述逻辑 f-SHIN[4],蒋运承提出了面向语义 Web 表示的模糊描述逻辑 FSHOIQ[5].但是,上述模糊描述逻辑只能处理模糊知识(knowledge),并不能处理现实应用中大量存在的模糊数据(data)信息[6].

在实际应用中,一个本体不仅包含许多重要的知识,而且包括大量的数据信息,因此,语义 Web 需要能够以一种智能的方式来表示和处理这些信息.实际上,对数据类型表示的支持作为 OWL 自身设计的一个重要特征,已经引起了 SWBPD(W3C Semantic Web Best Practices and Deployment Working Group)的广泛讨论与关注.尽管 OWL DL 具有很强的表达能力,但最近的研究表明,它仍然缺乏对数据类型信息表示的支持,尤其是不支持自定义数据类型和自定义数据类型谓词,使得 OWL DL 难以满足用户需求①.为此,Pan 引入了数据类型域(data type group,缩写为 G),提出了描述逻辑 SHOQ(G)和 SHIQ(G)来支持精确情形下自定义数据类型和自定义数据类型谓词的表示[6],但 SHOQ(G)和 SHIQ(G)不能表示和推理模糊知识与模糊数据信息.作为处理模糊数据信息的一个尝试,Straccia 提出了模糊描述逻辑 fuzzy SHOIQ(D)[7],但没有给出推理算法,也没有给出有数量约束限制的模糊数据类型概念的定义,特别是它不能表示自定义模糊数据类型和自定义模糊数据类型谓词,而后者在实际应用中有时非常重要.例如,在电子商务中,电子商店用商品的长、宽、高之和来表示商品的大小,并据此对商品进行分类.如果应用中已经给定表示"三个整型数之和"的数据类型谓词 *sum* 和表示"小"的模糊数据类型谓词 *small*,那么要定义概念"小商品(*small item*)",就必须通过自定义模糊数据类型谓词 $p_{small\text{-}item}$.实际上,很多潜在的用户指出,如果不克服描述逻辑及 OWL 的上述局限性,他们将不会在应用中采用此语言.SWBPD 已经制定了一项课题致力于解决描述逻辑及 OWL 表达能力中存在的这些问题②.

为此,本文基于模糊描述逻辑 FSHOIQ[5],对描述逻辑 SHOQ(G)和 SHIQ(G)[6]进行模糊扩展,提出了一种新的模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G),它不仅能够表示模糊知识,而且能够表示含有自定义模糊数据类型及自定义模糊数据类型谓词的模糊数据信息.文中定义了 F-SHOIQ(G)的语法、语义及模糊 Tableaux 的概念,进而基于模糊 Tableaux 给出了 F-SHOIQ(G)的概念可满足性推理算法;然后,将 SHOQ(G)中的推理结构[6](该结构将 Tableaux 扩展规则推理和数据类型推理相分离)用于 F-SHOIQ(G)的推理问题,设计了关于 F-SHOIQ(G)的模糊数据类型推理机.在模糊扩展后的推理结构中,用户在内部支持的基本数据类型和模糊数据类型谓词的基础上,可以定义适合应用需求的新的模糊数据类型及模糊数据类型谓词,而新的模糊数据类型和模糊数据类型谓词加入后不必更改原有的模糊 Tableaux 扩展规则推理机.

2 模糊数据类型表示

2.1 模糊数据类型域

定义 1[6]. 一个数据类型 v 由词汇空间 $L(v)$、值空间 $V(v)$ 和词汇空间到值空间的映射函数 $L2V(v)$ 构成,其中,$L(v)$ 是非空的 Unicode 字符串集合,$V(v)$ 是非空的数据类型值的集合.

---

① http://lists.w3.org/Archives/Public/public-swbp-wg/2004Apr/0216.html, Re: [UNITS, OEP] FAQ: Constraints on data values range.

② http://lists.w3.org/archives/public/public-swbp-wg/, Mailing Lists, starts from 2004.

定义 2.　基本数据类型 d 是 XML Schema 规范中支持的所有数据类型的最基本构成单元，如 $xsd:integer$、$xsd:string$ 等.

所有的基本数据类型含有不同的值空间. 例如，对任意两个基本数据类型 d_1 和 d_2，$V(d_1)\cap V(d_2)=\varnothing$.

定义 3[6].　数据类型谓词 p 用于约束和限制相应的数据类型. 用 $a(p)$ 表示其元数，如果 p 是变元的，则用 $a_{\min}(p)$ 表示其最小元数.

定义 4.　根据 Zadeh 对模糊集的语义解释方法[8]，一个模糊数据类型谓词 p 的语义由 $(\Delta_{\mathrm{D}},\cdot^{\mathrm{D}})$ 给出，其中 Δ_{D} 是模糊数据类型域，$\cdot^{\mathrm{D}}$ 是模糊数据类型解释函数. $\cdot^{\mathrm{D}}$ 将每个 n 元模糊数据类型谓词 p 映射为 Δ_{D} 上的 n 元关系 $p^{\mathrm{D}}:\Delta_{\mathrm{D}}^{n}\to\alpha(\alpha\in[0,1])$，即 $\langle\Delta_{\mathrm{D}}^{n},\alpha\rangle\in p^{\mathrm{D}}$，这表明：$\Delta_{\mathrm{D}}$ 上的数据类型变量 $v_1,\cdots,v_n$ 之间的关系在 α 程度上满足谓词 p.

例如，用于表示"年轻"的 $young:\mathbf{N}\to[0,1]$ 是一个模糊数据类型谓词，可以根据经验定义如下：

$$young^{\mathrm{D}}(v)=\max(0,1-0.00075v^2)\tag{1}$$

并且 $a(young)=1$. 根据式(1)，整型值 18 属于谓词"$young$"的隶属度为 $(1-0.00075\times18^2)=0.76$.

根据上述定义，一个模糊数据类型实际上是一个特殊的一元模糊数据类型谓词；并且，数据类型可以看作是模糊数据类型的特例，数据类型谓词可以看作是模糊数据类型谓词的特例.

例如，sum 是一个变元的数据类型谓词，并且 $a_{\min}(sum)=3$，$sum(i_0,i_1,i_2,\cdots,i_n)$ 表示 $i_0=i_1+i_2+\cdots+i_n$，并限定 $i_0,i_1,i_2,\cdots,i_n$ 为整数. 实际上，sum 也可以看作是变元的模糊数据类型谓词，并有如下解释：

$$sum^{\mathrm{D}}(i_0,i_1,i_2,\cdots,i_n)=\begin{cases}\geq1, & i_0=i_1+i_2+\cdots+i_n\\ \leq0, & i_0\neq i_1+i_2+\cdots+i_n\end{cases}\tag{2}$$

模糊数据类型域是对经典数据类型域[6]的模糊扩展. 它提供了一个表示模糊数据类型和模糊数据类型谓词的统一机制.

定义 5.　一个模糊数据类型域 G 是一个三元组 $(\phi_{\mathrm{G}},D_{\mathrm{G}},dom)$，其中，$\phi_{\mathrm{G}}$ 是通过谓词统一资源定位符(predicate URI references)定义的模糊数据类型谓词的集合，它包含了当前模糊数据类型域中所支持的谓词；D_{G} 是 G 中的基本数据类型的集合；dom 是模糊数据类型谓词 p 的域函数，并且

$$dom(p)=\begin{cases}p, & p\in D_{\mathrm{G}}\\ (d_1,\cdots,d_n)，其中\ d_1,\cdots,d_n\in D_{\mathrm{G}}, & p\in\phi_{\mathrm{G}}\backslash D_{\mathrm{G}}\\ & 且\ a(p)=n\end{cases}.$$

因为基本数据类型是一类特殊的模糊数据类型谓词，所以 $D_{\mathrm{G}}\subseteq\phi_{\mathrm{G}}$. 由 dom 域函数可见，模糊数据类型域 G 中的每一个模糊数据类型谓词 p 都定义在一系列基本数据类型的基础上. 也就是说，对 G 中的每一个模糊谓词 p，总存在一系列基本数据类型 $d_1,\cdots d_n\in D_{\mathrm{G}}$，满足 $dom(p)\subseteq V(d_1)\times\cdots\times V(d_n)$.

下面给出一个模糊数据类型域的实例 G_1. 首先给定一系列模糊数据类型谓词如下：表示两个字符串相似匹配程度的模糊数据类型谓词 $strmatch(str_1,str_2)$；表示"小"的模糊数据类型谓词 $small(v)$ 以及前面介绍的模糊数据类型谓词 $young$，sum. 则 $\mathrm{G}_1=(\phi_{\mathrm{G}_1},D_{\mathrm{G}_1},dom_1)$ 定义如下：

$\phi_{\mathrm{G}_1}=\{xsd:string,\ xsd:integer,\ strmatch,\ small,young,sum\}$，

$D_{\mathrm{G}_1}=\{xsd:string,\ xsd:integer\}$，

$dom_1=\{\langle xsd:string,\ xsd:string\rangle,$
$\langle xsd:integer,\ xsd:integer\rangle,$
$\langle strmatch,\ (xsd:string,\ xsd:string)\rangle,$
$\langle small,\ xsd:integer\rangle,$
$\langle young,\ xsd:integer\rangle,$
$\langle sum,\ (xsd:integer,\ xsd:integer,\cdots,$
$xsd:integer)\rangle\}.$

定义 6.　给定一个模糊数据类型域 $\mathrm{G}=(\phi_{\mathrm{G}},D_{\mathrm{G}},dom)$ 和一个基本数据类型 $d\in D_{\mathrm{G}}$，一个关于 d 的模糊数据类型子域 sub-group(d,G) 定义如下：

$$\text{sub-group}(d,\mathrm{G})=\{p\in\phi_{\mathrm{G}}\mid dom(p)=\{d,\cdots,d\}(a(p)个)\}.$$

上面给出的模糊数据类型域 G_1 可被完全划分成两个模糊数据类型子域，其中

sub-group $(xsd:string,\mathrm{G}_1)=\{xsd:string,\ strmatch\}$，

sub-group $(xsd:integer,\mathrm{G}_1)=\{xsd:integer,small,young,sum\}$.

在一个模糊数据类型域 G 中，ϕ_{G} 已经定义了其支持的模糊数据类型及谓词，未定义的模糊数据类型及谓词则可以由用户在此基础上通过模糊数据类型表达式自行定义.

定义 7.　给定一个模糊数据类型域 G，关于 G 的模糊数据类型表达式集合记为 $Dexp(\mathrm{G})$，其中模

糊数据类型表达式 $E\in Dexp(\mathrm{G})$定义如下：

$$E:=\top_{\mathrm{D}}\,|\,\bot_{\mathrm{D}}\,|\,p\,|\,p^{-}\,|\,\{l_1,\cdots,l_s\}\,|$$
$$(E_1\wedge\cdots\wedge E_s)\,|\,(E_1\vee\cdots\vee E_s)\,|\,[u_1,\cdots,u_s],$$

其中，$\top_{\mathrm{D}}$、$\bot_{\mathrm{D}}$分别表示模糊全局数据类型表达式和模糊空数据类型表达式；p 是模糊数据类型谓词；p^{-}是关于 p 的逆谓词；$l_1,\cdots,l_s$是有型文字(typed literals[6])；u_i是形如 d，p_u或 p_u^{-} 的一元谓词，这里 $d\in D_{\mathrm{G}}$，p_u是一元模糊数据类型谓词，$1\le i\le s$.

由$(\Delta_{\mathrm{D}},\cdot^{\mathrm{D}})$给出对上述模糊数据类型表达式的语义解释如下：

(1) $\top_{\mathrm{D}}^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)=1$；

(2) $\bot_{\mathrm{D}}^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)=0$；

(3) $p^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)\rightarrow[0,1]$；

(4) $\{l_1,\cdots,l_s\}^{\mathrm{D}}(v)=\bigvee\limits_{i=1}^{s}(l_i^{\mathrm{D}}=v)$；

(5) $(E_1\wedge\cdots\wedge E_s)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)=$
$(E_1)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)\wedge\cdots\wedge(E_s)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)$；

(6) $(E_1\vee\cdots\vee E_s)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)=$
$(E_1)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)\vee\cdots\vee(E_s)^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_n)$；

(7) $([u_1,\cdots,u_s])^{\mathrm{D}}(v_1,\cdots,v_s)=$
$u_1^{\mathrm{D}}(v_1)\wedge\cdots\wedge u_s^{\mathrm{D}}(v_s)$.

特别地，对模糊数据类型域中模糊逆表达式 $\bar{p}$ 的语义解释作如下定义：

$$\bar{p}^{\mathrm{D}}=\begin{cases}(\Delta_{\mathrm{D}})^{n}\backslash p^{\mathrm{D}}, & p\in D_{\mathrm{G}}\\ (dom(p))^{\mathrm{D}}\backslash p^{\mathrm{D}}, & p\in\phi_{\mathrm{G}}\backslash D_{\mathrm{G}}\end{cases}.$$

在模糊数据类型域 G_1 中，如果要表示语义“v 年轻并且不小”，则可以利用定义 7 中的模糊合取表达式及逆表达式表示为$(young\wedge\overline{small})(v)$.

此外，为了保证模糊数据类型域的可判定性，对其做如下限定.

定义 8[6]. 一个模糊数据类型域 G 是一致的，当且仅当 G 满足

(1) 对任意 $p\in\phi_{\mathrm{G}}\backslash D_{\mathrm{G}}$，$a(p)=n(n\ge2)$，满足 $dom(p)=(d,\cdots,d)$(n 次)，其中 $d\in D_{\mathrm{G}}$，并且

(2) 对任意 $p\in\phi_{\mathrm{G}}\backslash D_{\mathrm{G}}$，总存在 $p'\in\phi_{\mathrm{G}}\backslash D_{\mathrm{G}}$使得 $p'^{\mathrm{D}}=\bar{p}^{\mathrm{D}}$，并且

(3) 关于 G 的每个 sub-group 上的有限个模糊数据类型谓词联合的可满足性问题是可判定的.

在该定义中，条件 1 保证了 ϕ_{G}可以被完全划分成若干个 sub-groups，即对于 G 中的每一个模糊谓词 p，总存在唯一的基本数据类型 $d\in D_{\mathrm{G}}$，满足 $dom(p)\subseteq V(d)^{a(p)}$. 条件 2 保证了可以等价替换掉逆谓词. 条件 3 保证了每一个 sub-group 是可判定的.

2.2 模糊数据类型概念的表示

模糊数据类型概念是对描述逻辑的一个模糊扩展，它通过模糊数据类型角色将抽象个体映射为模糊数据类型域 Δ_{D}上的值，如 *integer*、*string* 等，这些具体数值再被模糊数据类型谓词约束.

定义 9. 最一般的模糊数据类型概念表达形式包括数量限制、模糊数据类型角色和模糊数据类型谓词，形如格式：

$$mT_1,\cdots,T_n.E,$$

其中，m 是正整数，表示数量限制；T_i是复杂或简单模糊数据类型角色；E 是模糊数据类型表达式，并且 $E\in Dexp(\mathrm{G})$.

所谓的简单模糊数据类型角色，就是直接将抽象个体 x 映射为模糊数据类型域上的数据类型值 v，即$\langle x,v\rangle\in T_i$. 复杂模糊数据类型角色由简单模糊数据类型角色合成，如复杂模糊数据类型角色 $T=f_1{}^{\circ}\cdots{}^{\circ}f_n$，其中 f_i是简单模糊数据类型角色. 在以下讨论中，出于可判定性考虑[9]，T_i为简单模糊数据类型角色.

看一个例子，根据式(1)中对谓词“*young*”的定义，模糊数据类型概念“*youngperson*”可以定义为

$$youngperson=person\sqcap\exists age.young \qquad (3)$$

根据式(1)和(3)，一个 18 岁的少年将会以 0.76 的隶属度属于一个“*youngperson*”. 在式(3)中，$\exists age.young$ 是一个模糊数据类型概念，“*age*”是简单模糊数据类型角色.

3 F-SHOIQ(G)的语法语义及知识库表示

将一致性模糊数据类型域 G 引入到模糊描述逻辑 FSHOIQ[5]中，得到模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G). F-SHOIQ(G)不仅包含原有描述逻辑 FSHOIQ 中的概念构子，而且还增加了与模糊数据类型表达式相关的概念构子，从而能够表示模糊数据信息.

定义 10. 对于角色 R，定义其逆角色为 R^{-}. 其中，对于个体 x,y，$\langle x,y\rangle\in R$，当且仅当$\langle y,x\rangle\in R^{-}$；并且逆关系是对称的，为了避免出现 R^{--}，定义取逆函数 Inv，满足 $Inv(R_{\mathrm{N}}):=R^{-}$，如果 $R_{\mathrm{N}}=R$；$Inv(R_{\mathrm{N}}):=R$，如果 $R_{\mathrm{N}}=R^{-}$.

定义 11. 假设 $C,R_{\mathrm{A}},R_{\mathrm{D}},I$ 分别是 F-SHOIQ(G)的不相交的概念名、抽象角色名、数据类型角色名以及个体名的集合，$R=R_{\mathrm{A}}\cup R_{\mathrm{D}}$. 抽象角色 $R:=R_{\mathrm{N}}\,|$

R^-，其中 $R_N \in R_A$；$T \in R_D$ 叫做数据类型角色. 假设 A 是 C 中的原子概念，$T_1,\cdots,T_n \in R_D$，$o \in I$，G 是一致性模糊数据类型域，$E \in Dexp(\mathrm{G})$. F-SHOIQ(G) 概念遵循以下抽象语法：

$$C := \top \mid \bot \mid A \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \exists R.C \mid \forall R.C \mid \{o_1,\cdots,o_n\} \mid \geq n\, R.C \mid \leq n\, R.C \mid \exists T_1,\cdots,T_n.E \mid \forall T_1,\cdots,T_n.E \mid \geq m T_1,\cdots,T_n.E \mid \leq m T_1,\cdots,T_n.E.$$

在上述语法表示中，含有模糊数据类型表达式 E 的 F-SHOIQ(G) 概念，如 $\exists T_1,\cdots,T_n.E$、$\forall T_1,\cdots,T_n.E$、$\geq mT_1,\cdots,T_n.E$、$\leq mT_1,\cdots,T_n.E$，称之为模糊数据类型概念，其余的称之为模糊抽象概念.

描述逻辑 F-SHOIQ(G) 的语义由解释 $I=(\Delta^I,\cdot^I)$ 给出. I 包括非空域 Δ^I 和解释函数 $\cdot^I$，并且 Δ^I 与 Δ_D 互不相交. $\cdot^I$ 将每个抽象个体 $a \in I$ 映射为一个元素 $a^I \in \Delta^I$，将任意概念 $A \in C$ 映射为一个函数 $A^I:\Delta^I \to [0,1]$，将抽象角色 $R \in R_A$ 映射为一个函数 $R^I:\Delta^I \times \Delta^I \to [0,1]$，将数据类型角色 $T \in R_D$ 映射为函数 $T^I:\Delta^I \times \Delta_D \to [0,1]$. 进而，对模糊抽象概念的语义解释类似于文献[5]，对模糊数据类型概念的语义解释如下所示，其中 $x \in \Delta^I$，v 是数据类型变量.

(1) $(\exists T_1,\cdots,T_n.E)^I(x)=$

$$\sup_{v_1,\cdots,v_n \in \Delta_D}\Big(\big(\bigwedge_{i=1}^{n} T_i^I(x,v_i)\big) \wedge E^D(v_1,\cdots,v_n)\Big).$$

(2) $(\forall T_1,\cdots,T_n.E)^I(x)=$

$$\inf_{v_1,\cdots,v_n \in \Delta_D}\Big(\big(\bigwedge_{i=1}^{n} T_i^I(x,v_i)\big) \to E^D(v_1,\cdots,v_n)\Big).$$

(3) $(\geq mT_1,\cdots,T_n.E)^I(x)=$

$$\sup_{v_{11},\cdots,v_{1n},\cdots,v_{m1},\cdots,v_{mn} \in \Delta_D} \bigwedge_{i=1}^{m}\Big(\big(\bigwedge_{j=1}^{n} T_{ij}^I(x,v_{ij})\big) \wedge E^D(v_{i_1},\cdots,v_{i_n})\Big).$$

(4) $(\leq mT_1,\cdots,T_n.E)^I(x)=$

$$1-(\geq(m+1)T_1,\cdots,T_n.E)^I(x).$$

在上述语义解释中，模糊补操作采用 Lukasiewicz 算子，即 $\neg a=1-a$；模糊交和并操作采用 Gödel 算子，即 $a \wedge b=\min(a,b)$，$a \vee b=\max(a,b)$；模糊蕴含操作采用 Kleene-Dienes 算子，即 $a \to b=\max(\neg a,b)$，其中 $a,b \in [0,1]$.

一个 F-SHOIQ(G) 知识库 $\mathcal{K}$ 由模糊 TBox $\mathcal{T}$，模糊 RBox $\mathcal{R}$ 和模糊 ABox $\mathcal{A}$ 组成，即 $\mathcal{K}=\langle \mathcal{T},\mathcal{R},\mathcal{A}\rangle$，其中：

(1) 模糊 TBox 是有限个形如 $C \sqsubseteq D$ 的术语包含公理的集合，其中 C 和 D 是 F-SHOIQ(G) 概念. 形如 $C \equiv D$ 的模糊概念公理可以拆分为 $C \sqsubseteq D$ 且 $D \sqsubseteq C$.

(2) 模糊 RBox 是有限个模糊角色公理的集合. 对于角色 R，形如 Trans(R) 的模糊角色公理，叫做模糊传递公理；形如 $R \sqsubseteq S$，或 $T \sqsubseteq U$ 的模糊角色公理，叫做模糊包含公理，其中 R,S 是抽象角色，T,U 是数据类型角色. 支持 F-SHOIQ(G) 角色层次表示的 RBox $\mathcal{R}$ 定义为

$$\mathcal{R}=(\mathcal{R} \cup \{Inv(R) \sqsubseteq Inv(S) \mid R \sqsubseteq S \in \mathcal{R}\},\sqsubseteq^*),$$

其中 $\sqsubseteq^*$ 是 $\mathcal{R} \cup \{Inv(R) \sqsubseteq Inv(S) \mid R \sqsubseteq S \in \mathcal{R}\}$ 上关于 $\sqsubseteq$ 的自反传递闭包.

(3) 模糊 ABox 是有限个形如 $\langle \alpha,\bowtie,k\rangle$ 的模糊断言的集合，其中，$k \in [0,1]$，并且模糊断言 α 或者形如 $x:C$，或者形如 $(x,y):R$，或者形如 $(x,v):T$ ($x,y \in \Delta^I$，v 是数据类型变量).

一个 F-SHOIQ(G) 概念 C 是可满足的当且仅当存在一个解释 I 对某个 $x \in \Delta^I$，满足 $C^I(x)=k$，$k \in (0,1]$. 此时，解释 I 叫做概念 C 的一个模型. 一个解释 I 满足模糊 TBox $\mathcal{T}$ 中的一条公理 $C \sqsubseteq D$，当且仅当 $\forall x \in \Delta^I, C^I(x) \leq D^I(x)$. I 是 TBox $\mathcal{T}$ 的一个模型当且仅当 I 满足 $\mathcal{T}$ 中的所有公理. 一个解释 I 满足模糊 RBox $\mathcal{R}$ 当且仅当对 $\mathcal{R}$ 中的每条角色传递公理 Trans(R)，满足 $\forall x,y,z \in \Delta^I, R^I(x,z) \geq \sup_{y \in \Delta^I}(R^I(x,y) \wedge R^I(y,z))$；对 $\mathcal{R}$ 中的每条角色包含公理 $R \sqsubseteq S$，满足 $\forall \langle x,y\rangle \in \Delta^I \times \Delta^I, R^I(x,y) \leq S^I(x,y)$. 一个解释 I 满足 $\langle x:C,\bowtie,k\rangle$ 当且仅当 $C^I(x) \bowtie k$，满足 $\langle (x,y):R,\bowtie,k\rangle$ 当且仅当 $R^I(x,y) \bowtie k$，满足 $\langle (x,v):T,\bowtie,k\rangle$ 当且仅当 $T^I(x,v) \bowtie k$. I 叫做 ABox $\mathcal{A}$ 的一个模型当且仅当 I 满足 $\mathcal{A}$ 中的所有断言. 一个知识库 $\mathcal{K}$ 是可满足的当且仅当存在一个解释 I 同时满足 TBox $\mathcal{T}$，RBox $\mathcal{R}$ 和 ABox $\mathcal{A}$.

F-SHOIQ(G) 能够支持自定义模糊数据类型和自定义模糊数据类型谓词，具备更强的表达能力. 例如，在电子商务中，电子商店根据商品的大小来对其进行分类，并且对其中的“小商品(*small item*)”有相应的优惠政策，比如，对“小商品”可以免收邮寄费用，那么支付系统就可以根据这项政策免收所有“小商品”实例的邮寄费用. 现已给定模糊数据类型域 $G_2=(\phi_{G_2},D_{G_2},dom_2)$，其中 $sum,small \in \phi_{G_2}$，$p_{small\text{-}item} \notin \phi_{G_2}$，$xsd:integer \in D_{G_2}$. 在 ϕ_{G_2} 中，根据商店的统计，表示商品“小”的一元模糊数据类型谓词 *small* 定义为

$$small(v)=\max(0,1-0.00068v^2) \qquad (4)$$

数据类型谓词 *sum* 的定义如前所述. 假定用商

品的长、宽、高之和来表示商品的大小，那么要定义概念“*small item*”，就必须通过自定义模糊数据类型谓词 $p_{small\text{-}item}$. 这时，可以利用定义 7 中的模糊合取表达式自定义模糊数据类型谓词 $p_{small\text{-}item}$ 如下：

$p_{small\text{-}item}(i_0,i_1,i_2,i_3)=sum(i_0,i_1,i_2,i_3)\wedge small(i_0)$，并且 $a(p_{small\text{-}item})=4$；则模糊数据类型概念“*small item*”可以定义如下：

$$small\text{-}item=item\sqcap\exists sumInCM,\ heightInCM,\ widthInCM,\ lengthInCM.p_{small\text{-}item}\quad(5)$$

其中 $sumInCM$, $heightInCM$, $widthInCM$, $lengthInCM$ 是模糊数据类型角色. 假定一个商品长 8cm，宽 6cm，高 7cm，那么根据公式(4)和(5)，它隶属于“*small item*”的概率是 0.7，进而相应的价格优惠规则可以在此基础上进行推理和运用.

4 F-SHOIQ(G)的推理

F-SHOIQ(G)的推理算法可以在 FSHOIQ[5] 推理算法的基础上通过扩展对一致性模糊数据类型域 G 的推理而得到，所以在以下讨论中只关注对一致性模糊数据类型域 G 的推理.

4.1 F-SHOIQ(G)概念的可满足性推理算法

为了讨论问题的方便，假定所有的 F-SHOIQ(G)概念都是 NNF 范式的形式，即取反构子只出现在原子概念、个体名或者模糊数据类型表达式前. 每一个非 NNF 范式形式表示的 F-SHOIQ(G)概念可以等价地转化为 NNF 范式[6].

此外，在下面的叙述中，用符号 $\triangleright$ 表示 $>$ 和 $\geq$，用符号 $\triangleleft$ 表示 $<$ 和 $\leq$，用符号 $\bowtie(\infty)$ 表示 $>,\geq,<$ 和 $\leq$，用 $\bowtie^{-1},\triangleright^{-1},\triangleleft^{-1}$ 分别表示 $\bowtie,\triangleright,\triangleleft$ 的反射，其中 $\geq$ 和 $\leq$ 相互反射，$>$ 和 $<$ 相互反射. 如果 ψ 是 F-SHOIQ(G)中的断言公理，则记 ψ_i^C 为 ψ 的共轭公式. 在 F-SHOIQ(G)中，互为共轭的元组有以下 4 种形式：

$\{\langle\psi\geq n\rangle,\langle\psi<m\rangle,n\geq m\}$，$\{\langle\psi>n\rangle,\langle\psi<m\rangle,n\geq m\}$，$\{\langle\psi\geq n\rangle,\langle\psi\leq m\rangle,n>m\}$，$\{\langle\psi>n\rangle,\langle\psi\leq m\rangle,n\geq m\}$.

4.1.1 F-SHOIQ(G)概念 D 的模糊 Tableaux

概念可满足性问题是描述逻辑中最基本的推理问题，其它推理问题都可以转化为此问题. 对 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性检查就是看能否构造一个关于概念 D 的模糊 Tableaux，这个 Tableaux 实际上是关于概念 D 的一个模型. 在对模糊 Tableaux 的定义中，用到了形如 $\langle C/R/T,\bowtie,k\rangle$ 的成员函数三元组，元组内的元素 $C/R/T$ 分别表示概念、抽象角色或数据类型角色，k 表示相应的隶属度. 出现在三元组中的概念 C 的集合是 $cl(D)$ 的子集，其中 $cl(D)$ 表示概念 D 中出现的所有子概念[5]的幂集. 同时，用 $cl_G(D)$ 表示概念 D 中出现的所有模糊数据类型表达式及其子表达式.

定义 12. 给定一个用 NNF 形式表示的 F-SHOIQ(G)概念 D，$\mathcal{R}$ 是关于 F-SHOIQ(G)的 RBox，R_A^D 是关于 D 和 $\mathcal{R}$ 中出现的所有抽象角色及其逆角色的集合，R_D^D 是所有数据类型角色的集合，G 是一致性模糊数据类型域，并且 $E\in cl_G(D)$ 是模糊数据类型表达式，$X=\{\geq,>,<,\leq\}$. 相对于 $\mathcal{R}$ 的 F-SHOIQ(G)概念 D 的一个模糊 Tableaux

$$\boldsymbol{T}=(S_A,S_D,L,DC,\varepsilon_A,\varepsilon_D)$$

定义如下：

(1) S_A 是抽象个体的非空集合；

(2) S_D 是数据类型变量的非空集合；

(3) $L:S_A\to 2^{cl(D)}\times X\times[0,1]$ 将 S_A 中的个体映射为 $2^{cl(D)}\times X\times[0,1]$ 中的成员函数三元组；

(4) DC：是形如 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\bowtie,k\rangle$ 的模糊数据类型约束和形如 $(\langle v_{s_1},\cdots,v_{s_n}\rangle,\langle v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\rangle,\neq)$ 的不等式的集合，其中 $E\in cl_G(D)$，$v_1,\cdots,v_n$，$v_{s_1},\cdots,v_{s_n}$，$v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\in S_D$，$s,t$ 为整数，$k\in[0,1]$；

(5) $\varepsilon_A:R_A^D\to 2^{S_A\times S_A}\times X\times[0,1]$ 将 R_A^D 中的抽象角色映射为 $2^{S_A\times S_A}\times X\times[0,1]$ 中的成员函数三元组；

(6) $\varepsilon_D:R_D^D\to 2^{S_A\times S_D}\times X\times[0,1]$ 将 R_D^D 中的数据类型角色映射为 $2^{S_A\times S_D}\times X\times[0,1]$ 中的成员函数三元组；

存在一个 $x_0\in S_A$，使得 $\langle D,\bowtie,k\rangle\in L(x_0)$. 对所有的 $x\in S_A$, $v\in S_D$, $C,C_1,C_2\in cl(D)$, $R,S\in R_A^D$, $T,T'\in R_D^D$，模糊 Tableaux $\boldsymbol{T}$ 满足

(P0) 存在一个数据类型解释 $(\Delta_D,\cdot^D)$ 和一个从 S_D 到 Δ_D 的映射 δ，使得对于每一个 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\bowtie,k\rangle\in DC(x)$，有 $t_i=\delta(v_i)(1\leq i\leq n)$，并且满足 $\langle E^D\langle t_1,\cdots,t_n\rangle,\bowtie,k\rangle$，

(P1) 如果 $\langle\exists T_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，则存在 $v_1,\cdots,v_n\in S_D$，使得 $\langle\langle x,v_i\rangle,\triangleright,k\rangle\in\varepsilon_D(T_i)(1\leq i\leq n)$，并且 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,k\rangle\in DC(x)$，

(P2) 如果 $\langle\forall T_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft,k\rangle\in L(x)$，则存在 $v_1,\cdots,v_n\in S_D$，使得 $\langle\langle x,v_i\rangle,\triangleleft^{-1},1-k\rangle\in\varepsilon_D(T_i)(1\leq i\leq n)$，并且 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleleft,k\rangle\in DC(x)$，

(P3) 令 $\psi_i=\langle\langle x,v_i\rangle,\triangleright^{-1},1-k\rangle(1\leq i\leq n)$，如

果$\langle \forall T_1,\cdots,T_n.E,\rhd,k\rangle\in L(x)$，并且存在 $v_1,\cdots,v_n\in S_D$，使得 $\psi_i^C\in\varepsilon_D(T_i)(1\le i\le n)$，则$\langle E(v_1,\cdots,v_n),\rhd,k\rangle\in DC(x)$，

(P4) 令 $\psi_i=\langle\langle x,v_i\rangle,\lhd,k\rangle(1\le i\le n)$，如果$\langle \exists T_1,\cdots,T_n.E,\lhd,k\rangle\in L(x)$，并且存在 $v_1,\cdots,v_n\in S_D$，使得 $\psi_i^C\in\varepsilon_D(T_i)(1\le i\le n)$，则$\langle E(v_1,\cdots,v_n),\lhd,k\rangle\in DC(x)$，

(P5) 如果$\langle\ge mT_1,\cdots,T_n.E,\rhd,k\rangle\in L(x)$，则存在$\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle\in S_D(1\le i\le m)$，使得$\langle\langle x,v_{ij}\rangle,\rhd,k\rangle\in\varepsilon_D(T_j)(1\le i\le m,1\le j\le n)$，并且$\langle E(v_{i_1},\cdots,v_{i_n}),\rhd,k\rangle\in DC(x)(1\le i\le m)$，

(P6) 如果$\langle\le mT_1,\cdots,T_n.E,\lhd,k\rangle\in L(x)$，则$\langle\ge(m+1)T_1,\cdots,T_n.E,\lhd^{-1},1-k\rangle\in L(x)$，

(P7) 令 $\psi_{ij}=\langle\langle x,v_{ij}\rangle,\rhd^{-1},1-k\rangle(1\le j\le n)$，如果$\langle\le mT_1,\cdots,T_n.E,\rhd,k\rangle\in L(x)$，则至多不会存在 $m+1$ 组不同的$\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle\in S_D$，使得 $\psi_{ij}^C\in\varepsilon_D(T_j)(1\le j\le n)$，并且$\langle E(v_{i_1},\cdots,v_{i_n}),\rhd,k\rangle\in DC(x)$($i$ 为整数)，

(P8) 如果$\langle\ge mT_1,\cdots,T_n.E,\lhd,k\rangle\in L(x)$，则$\langle\le(m-1)T_1,\cdots,T_n.E,\lhd^{-1},1-k\rangle\in L(x)$.

定理 1. 一个用 NNF 形式表示的 F-SHOIQ(G) 概念 D 关于 RBox $\mathcal{R}$ 是可满足的，当且仅当概念 D 存在一个关于$\mathcal{R}$的模糊 Tableaux.

证明.

首先证明$\Leftarrow$. 假设 F-SHOIQ(G)概念 D 存在一个相对于$\mathcal{R}$的模糊 Tableaux $\boldsymbol{T}=(S_A,S_D,L,DC,\varepsilon_A,\varepsilon_D)$，则 F-SHOIQ(G)概念 D 的一个模型可以定义为 $I=(\Delta^I,\cdot^I)$：

$\Delta^I=S_A$；

$A^I=\{(x,k)\mid\langle A,\bowtie,k\rangle\in L(x)\}$，对任意的原子概念 A；

$$R^I=\begin{cases}(\langle x,y\rangle,k),(\langle x,y\rangle,\infty,k)\in\varepsilon_A(R)^+, & \mathrm{Trans}(R)\in\Re\\(\langle x,y\rangle,k),(\langle x,y\rangle,\infty,k)\in(\varepsilon_A(R)\cup\bigcup_{P\sqsubseteq^*R,P\ne R}P^I), & \text{否则}\end{cases}$$

$T^I=\{((\langle x,\delta(v)\rangle,k)\mid(\langle x,v\rangle,\bowtie,k)\in\varepsilon_D(T)\}$，其中，$\varepsilon_A(R^+)$是 $\varepsilon_A(R)$的传递闭包.

根据(P0)，存在一个关于模糊数据类型域 G 的解释$(\Delta_D,\cdot^D)$. 要证明概念 D 是可满足的，只需证明对任意 $C\in cl(D)$，如果$\langle C,\bowtie,k\rangle\in L(x)$，则$(x,k)\in C^I$. 通过对概念 D 的结构进行归纳，可以证明其成立.

其次证明$\Rightarrow$. 假定概念 D 存在一个相对于$\mathcal{R}$的模型 $I=(\Delta^I,\cdot^I)$，则相对于$\mathcal{R}$的概念 D 的一个模糊 Tableaux $\boldsymbol{T}=(S_A,S_D,L,DC,\varepsilon_A,\varepsilon_D)$可以定义如下：

$S_A=\Delta^I$；

$L(x)=\{\langle C,\bowtie,k\rangle\mid C\in cl(D),(x,k)\in C^I\}$；

$\varepsilon_A(R)=\{\langle\langle x,y\rangle,\bowtie,k\rangle\mid(\langle x,y\rangle,k)\in R^I\}$；

将 S_D，DC 初始化为空集，δ 和 $\varepsilon_D(T)$ 初始化为空关系. 对 $\boldsymbol{T}$ 中的每一个模糊数据类型角色$\langle x,t\rangle$，创建一个新的变量 v，然后，按如下方式构造 S_D，δ，$\varepsilon_D(T)$和 DC：

$S_D:=S_D\cup\{v\}$；

$\delta:=\delta\cup\{\langle v,t\rangle\}$；

$\varepsilon_D(T):=\varepsilon_D(T)\cup\{\langle x,v\rangle,\bowtie,k\}$；

$DC:=\{\langle E(v_1,\cdots,v_n),\bowtie,k\rangle\mid\exists v_1,\cdots,v_n\in S_D,E\in cl_G(D),t_i=\delta(v_i)(1\le i\le n)$，并且满足$\langle E^D\langle t_1,\cdots,t_n\rangle,\bowtie,k\rangle\}$.

可以证明，$\boldsymbol{T}=(S_A,S_D,L,DC,\varepsilon_A,\varepsilon_D)$是相对于$\mathcal{R}$的 F-SHOIQ(G)概念 D 的一个模糊 Tableaux. 由模糊 Tableaux 的定义可知，S_A是抽象个体的非空集合，L 是 $S_A\to 2^{cl(D)}\times X\times[0,1]$的映射，$\varepsilon_A$是 $R_A^D\to 2^{S_A\times S_A}\times X\times[0,1]$的映射，$\varepsilon_D$是 $R_D^D\to 2^{S_A\times S_D}\times X\times[0,1]$的映射，并且满足定义 12 的规则要求. 证毕.

4.1.2 构建 F-SHOIQ(G)模糊 Tableaux 的算法

定理 1 说明了可以利用定义 12 设计一个基于模糊 Tableaux $\boldsymbol{T}$ 的推理算法，用于检查 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性. 该推理算法生成的一个关于 D 的模糊 Tableaux 可以用森林$\mathcal{F}$表示. $\mathcal{F}$的节点分为抽象节点和数据类型节点两种. 每一个抽象节点 x 用 $L(x)$进行标记，$L(x)$是形如$\langle C,\bowtie,k\rangle$的集合；每一个数据类型节点在$\mathcal{F}$中只能作为叶节点出现，并且没有任何标记. $\mathcal{F}$中的抽象边$\langle x,y\rangle$用 $L(\langle x,y\rangle)$进行标记，$L(\langle x,y\rangle)$是形如$\langle R,\bowtie,k\rangle$的集合，其中 $R\in R_A^D$；同样，数据类型边$\langle x,v\rangle$用 $L(\langle x,v\rangle)$进行标记，$L(\langle x,v\rangle)$是形如$\langle T,\bowtie,k\rangle$的集合，其中 $T\in R_D^D$.

定义 13. 在森林$\mathcal{F}$中，如果节点 x 和节点 v 之间通过边$\langle x,v\rangle$进行连接，则 v 称作 x 的 T-后继. 数据类型变量 $v_1,\cdots,v_n$ 叫做 x 的$\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继，其中 v_j 是 x 的 T_j-后继$(1\le j\le n)$.

定义 14[5]. 在森林$\mathcal{F}$中，一个节点 x 被阻塞，当且仅当 x 不是根节点，并且 x 被直接阻塞或间接阻塞. 节点 x 被直接阻塞，当且仅当 x 的任何祖先没有被阻塞，并且 x 存在祖先 x'，y，y'，满足

(1) y 不是根节点；

(2) x 是 x' 的后继，y 是 y' 的后继；

(3) $L(x)=L(y)$，$L(x')=L(y')$；

(4) $L(\langle x',x\rangle)=L(\langle y',y\rangle)$；

这时也称节点 y 阻塞了节点 x. 节点 x 被间接阻塞，当且仅当 x 的祖先被阻塞，或者 x 是节点 y 的后继，并满足 $L(\langle y,x\rangle)=\varnothing$.

定义 15[10]. 一个森林 F 被称为完全森林，当且仅当任何 Tableaux 扩展规则都对其不起作用.

在推理算法中，用 $DC(x)$ 存储节点 x 的数据类型后继所应满足的模糊数据类型表达式，它是形如 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\bowtie,k\rangle$ 的模糊数据类型约束和形如 $(\langle v_{s_1},\cdots,v_{s_n}\rangle,\langle v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\rangle,\neq)$ 的不等式的集合，其中 $E\in cl_G(D)$，$v_1,\cdots,v_n$，$v_{s_1},\cdots,v_{s_n}$，$v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\in S_D$，$s,t$ 为整数. 算法通过调用模糊数据类型推理机检查 $DC(x)$ 的可满足性. $DC(x)$ 是可满足的当且仅当数据类型查询

$$\bigwedge_{\langle E(v_{k_1},\cdots,v_{k_n}),\infty,k\rangle\in DC(x)}\langle E(v_{k_1},\cdots,v_{k_n}),\infty,k\rangle\wedge \bigwedge_{(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\in DC(x)}(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq) \tag{6}$$

是可满足的. 可见，$DC(x)$ 是 F-SHOIQ(G) Tableaux扩展规则推理与模糊数据类型推理的接口.

定义 16. 给定节点 x，x 包含冲突，即 $L(x)$ 包含 FSHOIQ 冲突[5]，或者包含 G-冲突. 一个完全森林$\mathcal{F}$的节点 x，如果满足下列条件之一：

(1) 如果存在数据类型角色 $T_1,\cdots,T_n$，有 $\langle\leq mT_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，并且 x 存在 $m+1$ 个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle(1\leq i\leq m+1)$，满足 $\langle E\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\triangleright,k\rangle\in DC(x)(1\leq i\leq m+1)$，并且 $(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\in DC(x)$，$(1\leq i<j\leq m+1)$；

(2) 对于节点 x，$DC(x)$ 是不可满足的.

则称节点 x 包含一个 G-冲突.

算法 1. F-SHOIQ(G) 概念的可满足性推理算法.

输入：F-SHOIQ(G) 概念 D

输出：布尔值

步骤：

1. 对森林$\mathcal{F}$进行初始化，其中：$\mathcal{F}$包含节点 x_0，并且 $L(x_0)=\{\langle D,>,0\rangle\}$. 对应于节点 x_0 的数据结构 $DC(x_0)$ 被初始化为空集，里面也不包含任何不等关系.

2. 森林$\mathcal{F}$通过 Tableaux 扩展规则（包括 FSHOIQ-规则[5] 和下面的 G-规则）进行扩展，直到无规则可用为止.

(1) $\exists_{p\triangleright}$-规则. 如果 $\langle\exists T_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 不存在一个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，满足 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle T_i,\triangleright,k\rangle\}(1\leq i\leq n)$ 以及 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,k\rangle\in DC(x)$，

则创建一个关于 x 的 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，使得 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle T_i,\triangleright,k\rangle\}(1\leq i\leq n)$，并且 $DC(x)=DC(x)\cup\{\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,k\rangle\}$.

(2) $\forall_{p\triangleleft}$-规则. 如果 $\langle\forall T_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 不存在一个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，满足 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle T_i,\triangleleft^{-1},1-k\rangle\}(1\leq i\leq n)$ 以及 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleleft,k\rangle\in DC(x)$，

则创建一个关于 x 的 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，使得 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle T_i,\triangleleft^{-1},1-k\rangle\}(1\leq i\leq n)$，并且 $DC(x)=DC(x)\cup\{\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleleft,k\rangle\}$.

(3) $\forall_{p\triangleright}$-规则. 如果 $\langle\forall T_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 存在一个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，满足 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle *,\triangleright,r\rangle\}(1\leq i\leq n)$，其中 $\langle *,\triangleright,r\rangle$ 与 $\langle *,\triangleright^{-1},1-k\rangle$ 互为共轭，$*$ 表示形如 $\langle x,v_i\rangle$ 的任意二元关系以及 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,k\rangle\notin DC(x)$，

则 $DC(x)=DC(x)\cup\{\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,k\rangle\}$.

(4) $\exists_{p\triangleleft}$-规则. 如果 $\langle\exists T_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 存在一个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_1,\cdots,v_n\rangle$，满足 $L(\langle x,v_i\rangle)=\{\langle *,\triangleright,r\rangle\}(1\leq i\leq n)$，其中 $\langle *,\triangleright,r\rangle$ 与 $\langle *,\triangleleft,k\rangle$ 互为共轭，$*$ 表示形如 $\langle x,v_i\rangle$ 的任意二元关系以及 $\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleleft,k\rangle\notin DC(x)$，

则 $DC(x)=DC(x)\cup\{\langle E(v_1,\cdots,v_n),\triangleleft,k\rangle\}$.

(5) $\geq_{p\triangleright}$-规则. 如果 $\langle\geq mT_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 不存在 m 个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle(1\leq i\leq m)$，满足 $L(\langle x,v_{ij}\rangle)=\{\langle T_j,\triangleright,k\rangle\}(1\leq i\leq m,1\leq j\leq n)$ 以及 $\langle E(v_{j_1},\cdots,v_{j_n}),\triangleright,k\rangle\in DC(x)(1\leq i\leq m)$ 和 $(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\in DC(x)(1\leq i<j\leq m)$，

则创建 m 个关于 x 的 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle(1\leq i\leq m)$，使得 $L(\langle x,v_{ij}\rangle)=\{\langle T_j,\triangleright,k\rangle\}(1\leq i\leq m,1\leq j\leq n)$，并且 $DC(x)=DC(x)\cup\langle E(v_{i_1},\cdots,v_{i_n}),\triangleright,k\rangle(1\leq i\leq m)$，$DC(x)=DC(x)\cup\{(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\}(1\leq i<j\leq m)$.

(6) $\leq_{p\triangleleft}$-规则. 如果 $\langle\leq mT_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，

则将 $\geq_{p\triangleright}$ 规则应用于 $\langle\geq(m+1)T_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft^{-1},1-k\rangle$ 上.

(7) $\leq_{p\triangleright}$-规则. 如果 $\langle\leq mT_1,\cdots,T_n.E,\triangleright,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，并且 x 存在 $m+1$ 个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继 $\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle(1\leq i\leq m+1)$，满足 ① $L(\langle x,v_{ij}\rangle)=\{\langle *,\triangleright,r\rangle\}(1\leq i\leq m+1,1\leq j\leq n)$，其中 $\langle *,\triangleright,r\rangle$ 与 $\langle *,\triangleright^{-1},1-k\rangle$ 互为共轭，$*$ 表示形如 $\langle x,v_{ij}\rangle$ 的任意二元关系，② $\langle E(v_{i_1},\cdots,v_{i_n}),\triangleright,k\rangle\in DC(x)(1\leq i\leq m+1)$，③ 在上述 $m+1$ 个 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继中存在两个不同的 $\langle T_1,\cdots,T_n\rangle$-后继

$\langle v_{s_1},\cdots,v_{sn}\rangle$ 和 $\langle v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\rangle$ $(s\neq t)$ 使得 $\{(\langle v_{s_1},\cdots,v_{s_n}\rangle,\langle v_{t_1},\cdots,v_{t_n}\rangle,\neq)\}\notin DC(x)$，

则对 x 的每一对不同数据类型的 T_j-后继 v_{sj} 和 v_{tj}，做：① $L(\langle x,v_{sj}\rangle)=L(\langle x,v_{sj}\rangle)\cup L(\langle x,v_{tj}\rangle)$，并且② 在 $DC(x)$ 中，所有的 v_{tj} 用 v_{sj} 代替，并且删除 v_{tj}，并且 ③ $L(\langle x,v_{tj}\rangle=\varnothing$.

(8) $\geq_{p\triangleleft}$-规则. 如果 $\langle\geq mT_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft,k\rangle\in L(x)$，$x$ 没有被阻塞，

则将 $\leq_{p\triangleright}$ 规则应用于 $\langle\leq(m-1)T_1,\cdots,T_n.E,\triangleleft^{-1},1-k\rangle$ 上.

3. 如果完全森林 $\mathcal{F}$ 的每个节点都不包含冲突，那么关于 RBox $\mathcal{R}$ 的 F-SHOIQ(G) 概念 D 是可满足的，返回结果为真；否则，D 是不可满足的，返回结果为假.

4. 算法结束.

4.2 F-SHOIQ(G)的推理结构及推理机的设计

算法 1 讨论了如何通过 Tableaux 扩展规则构造一个完全森林，其中，将对模糊数据类型表达式的约束当成一个整体，并存储于数据结构 DC 中. 根据经典描述逻辑 SHOQ(G) 的推理问题中将规则推理和数据类型推理相分离的思想[6]，由算法 1 的实现过程可以归纳出模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G) 推理问题的一个重要特征：关于 F-SHOIQ(G) 的 Tableaux 扩展规则推理和关于一致性模糊数据类型域 G 的模糊数据类型推理可以分离开进行. 根据此特征，F-SHOIQ(G) 推理问题的推理结构设计如图 1 所示.

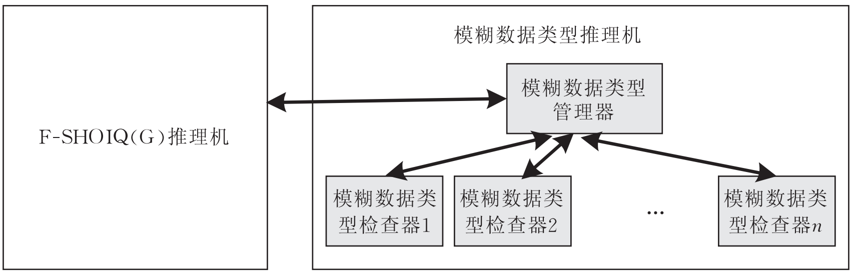

图 1　F-SHOIQ(G)的推理结构

在图 1 所示的推理结构中，关于 F-SHOIQ(G) 的 Tableaux 扩展规则推理通过 F-SHOIQ(G) 推理机来完成，而模糊数据类型的推理则通过模糊数据类型推理机来完成. 基于这样的推理结构，当有新的模糊数据类型或模糊数据类型谓词需要加入时，仅需要更改模糊数据类型推理机即可，而不必更改 F-SHOIQ(G) 推理机. 此外，在此推理结构中，模糊数据类型谓词的表达能力仅受到模糊数据类型域的一致性条件的约束.

从图 1 可以看出，有两种不同的模糊数据类型推理机：一种是模糊数据类型管理器，用于将形如式(6)的模糊数据类型表达式的可满足性判定问题转化为基于不同基本数据类型的各种模糊数据类型谓词联合的可满足性判定问题；另一种是模糊数据类型检查器，用于判定基于一个基本数据类型的模糊数据类型谓词联合的可满足性问题. 根据相应的经典数据类型推理机[6]，模糊数据类型推理机具体设计如下.

4.2.1　模糊数据类型检查器

定义 17.　给定一致性模糊数据类型域 G 和 G 中的一个基本数据类型 d，关于 d 的一个模糊数据类型检查器记为 DC_d. 它把一个模糊数据类型谓词联合 ζ 作为输入，并且

$$\zeta=\bigwedge_{j=1}^{k}(\langle p_j(v_1^{(j)},\cdots,v_{n_j}^{(j)}),\bowtie,k\rangle)\tag{7}$$

其中 $v_i^{(j)}$ 是数据类型变量，p_j 是基于基本数据类型 d 的模糊数据类型谓词，并且 $a(p_j)=n_j$. 当 ζ 可满足时，模糊数据类型检查器返回的查询结果为真，否则返回的查询结果为假 ζ 是不可满足的当且仅当 ζ 中包含以下情形之一：

(1) 存在互为共轭的两个谓词 $\langle p(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,r\rangle$ 和 $\langle p(v_1,\cdots,v_n),\triangleright^-,r'\rangle$ $(r\geq r')$；

(2) 存在谓词 $\langle p(v_1,\cdots,v_n),>,1\rangle$；

(3) 存在谓词 $\langle p(v_1,\cdots,v_n),<,0\rangle$.

4.2.2　模糊数据类型管理器

模糊数据类型管理器工作在 F-SHOIQ(G) 推理机和若干模糊数据类型检查器之间. 模糊数据类型管理器的设计支持上述定义 7 中提到的所有模糊数据类型表达式的形式.

直观上讲，一个模糊数据类型管理器把一个形如式(6)的模糊数据类型表达式 ψ 转化成一系列模糊谓词联合的并，并且把每一个模糊谓词联合转化成几个形如式(7)的子联合，其中每一个子联合是关于模糊数据类型域 G 中某个基本数据类型上的模糊谓词查询. 如果不同的子联合之间有共同的数据类型变量，则返回“不满足”，因为不同的基本数据类

型的值空间是不相交的;否则,模糊数据类型管理器把每一个子联合发送到适当的模糊数据类型检查器上,以判定它的可满足性.如果一个模糊谓词联合的所有子联合是可满足的,则它是可满足的;如果有一个模糊谓词联合是可满足的,则输入的模糊数据类型表达式 ψ 是可满足的.

定义 18. 给定一个一致性模糊数据类型域 G,关于 G 的模糊数据类型管理器记作 DM_g.DM_g 的设计如算法 2 所示,它将形如式(6)的模糊数据类型表达式 ψ 作为输入,根据 ψ 的可满足性返回相应的结果.当 ψ 可满足时,DM_g 返回的查询结果为真,否则,返回的查询结果为假.

假设 $p\in\phi_G$,$q\notin\phi_G$,$d\in D_G$,$d_1,\cdots,d_n\in$ sub-group(d,G),$a(d_i)=1(1\le i\le n)$,并且 P,Q 是具有相同元数的模糊数据类型表达式.

算法 2. 模糊数据类型管理器的实现算法.

输入:形如式(6)的模糊数据类型表达式 ψ

输出:布尔值

步骤:

1. DM_g 通过以下公式消除 ψ 中的的取反构子,将 ψ 变为 ψ_1:

$\neg p\equiv\bar{p}\sqcup(\overline{d,\cdots,d})$($n$ 个 d);

$\neg\bar{p}\equiv p\sqcup(\overline{d,\cdots,d})$($n$ 个 d);

$\neg q\equiv\bar{q}$;$\neg\bar{q}\equiv q$;

$\neg(d_1,\cdots,d_n)\equiv(\overline{d_1,\cdots,d_n})$;

$\neg(\overline{d_1,\cdots,d_n})\equiv(d_1,\cdots,d_n)$;

$\neg(P\sqcap Q)\equiv\neg P\sqcup\neg Q$;$\neg(P\sqcup Q)\equiv\neg P\sqcap\neg Q$.

2. DM_g 通过以下公式重写 ψ_1 中的 $(d_1,\cdots,d_n)$ 和 $(\overline{d_1,\cdots,d_n})$,将 ψ_1 转化为 ψ_2:

$(d_1,\cdots,d_n)(v_1,\cdots,v_n)\equiv d_1(v_1)\sqcap\cdots\sqcap d_n(v_n)$;

$(\overline{d_1,\cdots,d_n})(v_1,\cdots,v_n)\equiv C_{d_1}(v_1)\sqcup\cdots\sqcup C_{d_n}(v_n)$ 并且

$$C_{d_i}(v_i)=\begin{cases}\bar{d}(v_i), & d_i=d,\\ \bar{d}_i(v_i)\cup\bar{d}(v_i) & \text{否则}.\end{cases}$$

其中,$d=dom(d_i)(1\le i\le n)$.

3. DM_g 通过以下式子消除逆谓词 $\bar{p}(p\in\phi_G\backslash D_G)$,将 ψ_2 转化为 ψ_3:

$$\bar{p}\equiv e(\text{其中},e\in\phi_G,dom(e)=dom(\bar{p})).$$

4. DM_g 将 ψ_3 转化为 ψ_4,通过重写不等式 $(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\equiv\neq\langle v_{i_1},v_{j_1}\rangle\sqcup\cdots\sqcup\neq\langle v_{i_n},v_{j_n}\rangle$;

5. DM_g 将 ψ_4 转化为析取范式的标准形式 ψ_5;

6. DM_g 按如下步骤检查 ψ_5 的每一个标准合取式 M:

(1) 给定变量 v,如果 M 中的模糊谓词 p 和 $\bar{d}$ 同时含有变量 v,并且 $p\in$ sub-group(d,G),则 M 是不可满足的.

(2) 给定变量 v,如果 M 中的模糊谓词 p_1 和 p_2 同时含有变量 v,并且 $p_1\in$ sub-group(d_1,G),$p_2\in$ sub-group(d_2,G),$d_1\neq d_2$,则 M 是不可满足的.

(3) 否则,因为 $\phi_G=\bigcup_{\forall d\in D_G}$ sub-group(d,G),DM_g 将 M 划分为 $N,M_{d_1},\cdots,M_{d_s}$ 的联合,其中,s 是 M 中 sub-group 的数量,$\{d_1,\cdots,d_s\}\subseteq D_G$,使得

① N 包含所有的不等式谓词;

② 对 $M_{d_h}(1\le h\le s)$ 中的每个模糊数据类型谓词 p,满足 $p\in$ sub-group(d_h,G).

对于每一个 $\neq\langle v_{i_s},v_{j_s}\rangle$,如果变量 v_{i_s},v_{j_s} 同时存在于 M_{d_h} 中,则 DM_g 将其添加到 M_{d_h} 中.然后,DM_g 调用相应的模糊数据类型检查器来检查 M_{d_h} 的可满足性.最后,如果所有的模糊数据类型检查器返回可满足,则 M 是可满足的;如果 ψ_5 中有一个标准合取式 M 是可满足的,则表明形如式(6)的模糊数据类型表达式 ψ 是可满足的,DM_g 返回真;否则,ψ 是不可满足的,DM_g 返回假.

7. 算法结束.

定理 2. 给定一致性模糊数据类型域 G,则模糊数据类型管理器 DM_g 根据算法 2 能够判定形如式(6)的模糊数据类型表达式的可满足性.

证明. 在算法 2 中,前 5 步是从形如式(6)的模糊数据类型表达式到一个模糊数据类型谓词联合的析取范式的等价转换.

在步 1 中,等价转换依据模糊数据类型表达式的语义进行:

(1) 假定 $p\in\phi_G$,并且 $p\in$ sub-group(d,G),则有

$$\begin{aligned}(\neg p)^{\mathrm{D}}&=(\Delta_{\mathrm{D}})^n\backslash p^{\mathrm{D}}\\&=((\Delta_{\mathrm{D}})^n\backslash(dom(p))^{\mathrm{D}})\cup((dom(p))^{\mathrm{D}}\backslash p^{\mathrm{D}})\\&=(\overline{d,\cdots,d})^{\mathrm{D}}\cup\bar{p}^{\mathrm{D}}(n\text{ 个 }d),\end{aligned}$$

所以有 $\neg p\equiv\bar{p}\sqcup(\overline{d,\cdots,d})$($n$ 个 d);

同样有 $\neg\bar{p}\equiv p\sqcup(\overline{d,\cdots,d})$($n$ 个 d).

(2) 假定 $q\notin\phi_G$,是一个未定义的模糊数据类型谓词,根据模糊数据类型域中对逆谓词的语义解释,有 $\bar{q}^{\mathrm{D}}=(\Delta_{\mathrm{D}})^n\backslash q^{\mathrm{D}}$,所以 $\bar{q}\equiv\neg q$.

(3) 根据对域表达式的语义解释,有

$$\begin{aligned}\neg(d_1,\cdots,d_n)^{\mathrm{D}}&=(\Delta_{\mathrm{D}})^n\backslash(d_1,\cdots,d_n)^{\mathrm{D}}\\&=(\overline{d_1,\cdots,d_n})^{\mathrm{D}},\end{aligned}$$

所以有 $\neg(d_1,\cdots,d_n)\equiv(\overline{d_1,\cdots,d_n})$.

(4) 假定 P,Q 是具有相同元数的模糊数据类型表达式,根据摩根定律,以下两式显然成立.

$$\neg(P\sqcap Q)\equiv\neg P\sqcup\neg Q,$$

$$\neg(P\sqcup Q)\equiv\neg P\sqcap\neg Q.$$

在步 2 中,$d\in D_G$,$d_1,\cdots,d_n\in$ sub-group(d,G),$a(d_i)=1(1\le i\le n)$,根据定义,有

$(d_1,\cdots,d_n)(v_1,\cdots,v_n)\equiv d_1(v_1)\sqcap\cdots\sqcap d_n(v_n)$.

同样有

$$(\overline{d_1,\cdots,d_n})(v_1,\cdots,v_n)\equiv\neg(d_1,\cdots,d_n)(v_1,\cdots,v_n)$$
$$\equiv\neg d_1(v_1)\sqcup\cdots\sqcup\neg d_n(v_n).$$

根据模糊数据类型域中对逆表达式的语义解释，对$\neg d_i$的取值有以下两种可能的情形：

(1) 如果 $d_i=d$，那么$(\neg d_i)^{\mathrm{D}}=(\neg d)^{\mathrm{D}}=\bar{d}^{\mathrm{D}}$，所以有$\neg d_i=\bar{d}$，

(2) 否则，$(\neg d_i)^{\mathrm{D}}=\Delta_{\mathrm{D}}\setminus d_i^{\mathrm{D}}=(\Delta_{\mathrm{D}}\setminus d^{D})\cup(d^{\mathrm{D}}\setminus d_i^{\mathrm{D}})=\bar{d}^{\mathrm{D}}\cup\bar{d}_i^{\mathrm{D}}$，所以有$\neg d_i\equiv\bar{d}\cup\bar{d}_i$.

由模糊数据类型域的一致性条件 2，可以保证步 3 的等价转换是正确的. 根据数理逻辑的知识，步 4、5 中的转化显然是等价的. 最后，在步 6 中，算法检查析取范式 ψ_5 的每一个标准合取式 M，其中 M 是一个模糊数据类型谓词的联合.

(1) 在步 6(1)中，假定 M 是可满足的，那么因为 $p\in$ sub-group(d,G)，则存在一个从 S_{D}到 Δ_{D}的映射 δ，使得 $\delta(v)\in d^{\mathrm{D}}$；又因为存在 $\bar{d}(v)$，所以$\delta(v)\in\bar{d}^{\mathrm{D}}$. 而 $d^{\mathrm{D}}\cap\bar{d}^{\mathrm{D}}=\varnothing$，产生矛盾，所以 M 是不可满足的.

(2)在步 6(2)中，假定 M 是可满足的，那么因为$p_1\in$ sub-group(d,G)，则存在一个从 S_{D} 到Δ_{D}的映射 δ，使得 $\delta(v)\in d_1^{\mathrm{D}}$；又因为存在 $p_2\in$ sub-group(d,G)，所以 $\delta(v)\in d_2^{\mathrm{D}}$. 而 $d_1^{\mathrm{D}}\cap d_2^{\mathrm{D}}=\varnothing$，产生矛盾，所以 M 是不可满足的.

(3) 在步 6(3)中，DM_{g}将 M 划分为 $N,M_{d_1},\cdots,M_{d_s}$的联合，然后通过调用模糊数据类型检查器来判定 M_{d_h}的可满足性. 所以如果所有的模糊数据类型检查器返回的结果为真，则 M 返回真；最后，如果ψ_5中有某一个合取式 M 取得真值，则 DM_{g}返回真.

证毕.

通过模糊数据类型管理器和模糊数据类型检查器，可以判断基于模糊数据类型域 G 的形如式(6)的模糊数据类型表达式的可满足性. 也就是说，模糊数据类型推理机可以检查 $DC(x)$的可满足性. 在图 1 所示的推理结构中，F-SHOIQ(G)推理机正是通过调用模糊数据类型推理机来检查 $DC(x)$的可满足性，并最终判定 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性. 综上，基于 F-SHOIQ(G) Tableaux 扩展规则推理的算法 1 与模糊数据类型推理机，共同组成完整的判定 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性的推理系统.

4.3 可判定性证明

定理 3. 如果 $\mathrm{G}=(\phi_{\mathrm{G}},D_{\mathrm{G}},dom)$是一个一致性模糊数据类型域，则关于 G 的形如式(7)的模糊数据类型谓词联合 ζ 的可满足性问题是可判定的.

证明. 根据每个模糊数据类型谓词所约束的基本数据类型的不同，通过交换律和结合律，ζ 可以被等价的转化为如下形式：$\zeta=\zeta_{d_1}\wedge\cdots\wedge\zeta_{d_k}\wedge\zeta_{\mathrm{U}}$，其中 $D_{\mathrm{G}}=\{d_1,\cdots,d_k\}$，$\zeta_{d_i}(1\le i\le k)$是关于模糊数据类型子域 sub-group$(d_i,\mathrm{G})$上的模糊数据类型谓词的联合，$\zeta_{\mathrm{U}}$是未定义模糊数据类型谓词的联合. 根据模糊数据类型域的一致性条件 3 和模糊数据类型检查器的设计，模糊数据类型谓词联合 $\zeta_{\mathrm{S}}=\zeta_{d_1}\wedge\cdots\wedge\zeta_{d_k}$ 的可满足性问题是可判定的. ζ_{U}是不可满足的当且仅当存在某一个模糊谓词 $p\notin\phi_{\mathrm{G}}$，使得三元组$\langle p(v_1,\cdots,v_n),\triangleright,r\rangle$和$\langle p(v_1,\cdots,v_n),\triangleright^{-},r'\rangle(r\ge r')$同时出现在 ζ_{U}中，显然这是可判定的. ζ 是可满足的当且仅当 ζ_{S}和 ζ_{U}都是可满足的. 所以关于 ζ 的可满足性问题是可判定的. 证毕.

定理 4. 如果 $\mathrm{G}=(\phi_{\mathrm{G}},D_{\mathrm{G}},dom)$是一个一致性模糊数据类型域，那么关于 G 的形如式(6)的模糊数据类型查询 ψ 的可满足性问题是可判定的.

证明. 形如式(6)的模糊数据类型表达式的可满足性问题可以转化为有限个模糊数据类型谓词联合的可满足性问题来判定.

(1) 由域表达式构子所组成的模糊数据表达式可以转化为一元模糊谓词的联合：

$$(u_1,\cdots,u_n)(v_1,\cdots,v_n)\equiv u_1(v_1)\sqcap\cdots\sqcap u_n(v_n),$$

同样有

$$\neg(u_1,\cdots,u_n)(v_1,\cdots,v_n)\equiv\neg u_1(v_1)\sqcup\cdots\sqcup\neg u_n(v_n).$$

根据对逆表达式的语义解释和模糊数据类型域的一致性条件 2，可以去掉式(6)中的逆谓词，从而最终可以将域表达式转化为以模糊数据类型谓词为命题变元的一般逻辑表达式.

(2) 显然，由模糊合取及模糊析取构子所组成的模糊数据类型表达式是以模糊数据类型谓词为命题变元的一般逻辑表达式.

(3) 根据$(\langle v_{i_1},\cdots,v_{i_n}\rangle,\langle v_{j_1},\cdots,v_{j_n}\rangle,\neq)\equiv\neq\langle v_{i_1},v_{j_1}\rangle\sqcup\cdots\sqcup\neq\langle v_{i_n},v_{j_n}\rangle$，可以将$\neq$谓词的联合改写为一系列以形如$\neq\langle v_{i_k},v_{jk}\rangle$的谓词单元作为命题变元的一般逻辑表达式.

因为一般逻辑表达式可以在有限步内转化为相应的析取范式. 析取范式是可满足的，当且仅当析取范式中有一个合取式是可满足的. 根据定理 3，模糊数据类型谓词联合的可满足性是可判定的，所以每个合取式的可满足性是可判定的. 最终，形如式(6)的模糊数据类型查询 ψ 的可满足性问题是可判定的. 证毕.

定理 5. 关于 RBox $\mathcal{R}$ 的用 NNF 形式表示的 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性问题是可判定的.

证明. 根据图 1 所示的推理结构，用于 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性判定的推理系统分为两部分：基于F-SHOIQ(G) Tableaux 扩展规则的 F-SHOIQ(G)推理机和模糊数据类型推理机.

(1) 应用 F-SHOIQ(G) Tableaux 扩展规则扩展初始化森林$\mathcal{F}$成为完全森林的过程是可终止的.

记 $h=|cl(D)|$，$m_{\max}=\max\{m\,|\geq mT_1,\cdots,T_n.E\}$. 在 F-SHOIQ(G) Tableaux 扩展规则中，FSHOIQ-规则[5]用于在扩展森林$\mathcal{F}$中添加或者删除抽象节点，或者在抽象节点 x 的 $L(x)$集合中添加或删除三元组；而 G-规则用于在扩展森林$\mathcal{F}$中添加或者删除数据类型节点，或者在使用此规则的抽象节点 x 的 $DC(x)$结构体中添加模糊数据类型约束. 已知使用 FSHOIQ-规则扩展森林$\mathcal{F}$的过程是可终止的[5]，下面证明使用 G-规则扩展森林$\mathcal{F}$的过程的终止性.

① 根据 G-规则的内容，对每个模糊数据类型概念对应的形如$\langle C,\bowtie,k\rangle$的三元组，其中 $C\in\{\exists T_1,\cdots,T_n.E,\forall T_1,\cdots,T_n.E,\geq m'T_1,\cdots,T_n.E,\leq mT_1,\cdots,T_n.E\}$，G-规则只运行一次，而且不会再产生新的三元组，所以对每条数据类型知识，G-规则只使用一次.

② 根据 G-规则的内容，G规则可能产生的数据类型后继节点只是在完全森林$\mathcal{F}$的最后一层，即作为叶节点出现，所以 G-规则在原有扩展森林的基础上只是对森林的深度增加了 1.

③ 在 G-规则中，只有 $\exists T_1,\cdots,T_n.E,\forall T_1,\cdots,T_n.E,\geq mT_1,\cdots,T_n.E,\leq mT_1,\cdots,T_n$等概念相应的扩展规则可能产生数据类型后继节点，而每个抽象节点最多含有 h 个 $\exists T_1,\cdots,T_n.E,\forall T_1,\cdots,T_n.E,\geq mT_1,\cdots,T_n.E,\leq mT_1,\cdots,T_n.E$ 概念，所以每一个抽象节点所含有数据类型后继节点的最大出度为 $hm_{\max}$.

(2) 根据定理 4，通过模糊数据类型推理机，形如式(6)的模糊数据类型查询 ψ 的可满足性问题是可判定的.

综上，对用 NNF 形式表示的 F-SHOIQ(G)概念 D 的可满足性问题是可判定的. 证毕.

5 相关工作

为了能够表示语义 Web 中的模糊知识，作为语义 Web 理论基础的模糊描述逻辑已经引起研究者的广泛关注. Straccia 提出了模糊描述逻辑 FALC，给出了 FALC 的语法、语义和 Tableaux 推理算法[11]. 但 FALC 仅提供了有限的模糊表示和推理能力，只包含了并、交、非、全称量词和存在量词等简单的构造算子，因而不能表示和推理复杂的模糊知识. 李言辉将模糊概念和模糊关系的截集引入到描述逻辑中，提出了一种支持数量约束的扩展模糊描述逻辑 EFALCN，给出了其推理算法，讨论了相应的推理复杂度[12]. Hölldobler 通过添加成员函数操作符作为概念构造算子，提出了模糊描述逻辑 ALC_{FH}[13]. Sánchez 通过添加模糊数量限定算子，提出了能够表示数量约束限制的模糊描述逻辑 $ALCQ_F^+$，给出了 $ALCQ_F^+$ 的推理算法及在某些情形下的算法优化方法[14]. 蒋运承提出了模糊描述逻辑 FALNUI，给出了 FALNUI 的语法、语义及 Tableaux 推理算法[15]. FALNUI 包含 FALC 的所有构造算子，还包含数量约束和逆关系构造算子，但 FALNUI 不包含语义 Web 本体语言所必需的关系分层、传递关系和枚举个体等构造算子，因而 FALNUI 不能满足语义 Web 的需求. Stoilos 在 FALC 的基础上添加了传递关系、逆关系，提出了表达能力更强的模糊描述逻辑 f_{KD}-SI，给出了检查 ABox 一致性的推理算法[4]，并在 f_{KD}-SI 基础上添加了关系分层和不带资格限定的数量约束等模糊构造算子，构成了表达能力更强的 f_{KD}-SHIN[4]. 蒋运承提出了面向语义 Web 表示的模糊描述逻辑 FSHOIQ[5]，给出了完整的推理算法.

为了能够在描述逻辑中表示数据信息，Lutz 提出了有型域的概念，并进一步提出了描述逻辑 ALC(D)，给出了相应的推理算法，讨论了其推理复杂度[9]. Horrocks 提出了表达能力更强的能够表示数据信息的描述逻辑 SHOQ(D)[16]，给出了 SHOQ(D)的推理算法. SHOQ(D)支持命名个体和数据类型，但它不支持自定义数据类型和自定义数据类型谓词. 为此，Pan 和 Horrocks 提出了能够表示自定义数据类型及谓词的数据类型域的概念，并在此基础上提出了描述逻辑 SHOQ(G)和 SHIQ(G)[6]，给出了它们的推理算法，并讨论了算法的正确性和完备性. 但是 SHOQ(G)和 SHIQ(G)只能表示精确的数据信息，不能处理模糊的数据信息. 作为处理模糊数据信息的一个尝试，Straccia 提出了模糊描述逻辑 FALC(D)[17]，后来又提出了表达能力更强的模糊描述逻辑 fuzzy SHOIQ(D)[7]，

但它只能表示简单的模糊数据类型谓词,不能表示自定义模糊数据类型及谓词.

表 1 给出了面向语义 Web 语义表示的一些主要模糊描述逻辑的研究现状. 从中可以看出,本文的研究工作主要集中在表中最后一列,即讨论模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G)的语法语义、知识库表示、推理问题及其可判定性等.

表 1 一些主要模糊描述逻辑的研究现状

	仅支持模糊知识表示的模糊描述逻辑							支持模糊数据类型表示的模糊描述逻辑		
	FALC	EFALCN	f-ALC_{FH}	f-$ALCQ_F^+$	f_{KD}-SI	f_{KD}-SHIN	f-SHOIQ	F-ALC(D)	F-SHOIQ(D)	F-SHOIQ(G)
语法语义	文献[11]	文献[12]	文献[13]	文献[14]	文献[4]	文献[4]	文献[5]	文献[17]	文献[7]	本文
推理算法	文献[11]	文献[12]	文献[13]	文献[14]	文献[4]	文献[4]	文献[5]	文献[17]		本文
可判定性证明	文献[11]	文献[12]	文献[13]	文献[14]	文献[4]	文献[4]	文献[5]			本文

6 结 论

语义 Web 本体语言 OWL 及作为其推理基础的描述逻辑在数据类型表示方面存在很大的局限性,例如不能表示和推理含有自定义模糊数据类型及自定义模糊数据类型谓词的模糊数据信息. 为此,提出了模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G). 文中给出了F-SHOIQ(G)的语法、语义及相应的知识库表示,进而给出了 F-SHOIQ(G)概念的可满足性推理算法. 此外,将经典描述逻辑中的推理结构用于 F-SHOIQ(G)的推理问题,提出了模糊扩展的推理结构,并设计了关于 F-SHOIQ(G)的模糊数据类型推理机. 在模糊扩展后的推理结构中,用户可以在内部支持的基本数据类型和模糊数据类型谓词的基础上,定义适合应用需求的新的模糊数据类型及模糊数据类型谓词.

在以后的研究工作中,将重点研究 F-SHOIQ(G)推理算法的优化技术及其计算复杂度,并设计实现相应的推理机来验证推理算法的有效性. 此外,还将进一步研究一般术语公理约束下模糊描述逻辑 F-SHOIQ(G)的推理问题.

致 谢 向对本文提出宝贵意见的评审专家表示衷心的感谢!

参 考 文 献

[1] Berners-Lee T, Hendler J A, Lassila O. The semantic Web. Scientific American, 2001, 284(5): 34-43

[2] Nardi D, Brachman R J. An introduction to description logics//Baader F, McGuinness D L, Nardi D eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 5-44

[3] Kang Da-Zhou, Xu Bao-Wen, Lu Jian-Jiang, Li Yan-Hui. Reasoning for a fuzzy description logic with comparison expressions//Proceedings of the 2006 International Workshop on Description Logics. Lake District, UK, 2006: 111-118

[4] Stoilos G, Stamou G, Tzouvaras V, Pan J Z, Horrocks I. Reasoning with very expressive fuzzy description logics. Journal of Artificial Intelligence Research, 2007, 30(8): 273-320

[5] Jiang Yun-Cheng, Shi Zhong-Zhi, Tang Yong, Wang Ju. Fuzzy description logic for semantics representation of the semantic Web. Journal of Software, 2007, 18(6): 1257-1269 (in Chinese)
(蒋运承, 史忠植, 汤庸, 王驹. 面向语义 Web 语义表示的模糊描述逻辑. 软件学报, 2007, 18(6): 1257-1269)

[6] Pan J Z. A flexible ontology reasoning architecture for the semantic Web. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2007, 19(2): 246-260

[7] Straccia U. Towards a fuzzy description logic for the semantic Web (preliminary report)//Proceedings of the 2nd European Semantic Web Conference. Heraklion, Crete, Greece, 2005: 167-181

[8] Zadeh L A. Fuzzy sets. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353

[9] Lutz C. NEXPTIME-complete description logics with concrete domains. ACM Transactions on Computational Logic, 2004, 5(4): 669-705

[10] Li Yan-Hui, Xu Bao-Wen, Lu Jian-Jiang, Kang Da-Zhou. Reasoning with general terminological axioms in fuzzy description logic FALCN. Journal of Software, 2008, 19(3): 594-604(in Chinese)
(李言辉, 徐宝文, 陆建江, 康达周. 一般术语公理下模糊描述逻辑 FALCN 推理. 软件学报, 2008, 19(3): 594-604)

[11] Straccia U. Reasoning within fuzzy description logics. Journal of Artificial Intelligence Research, 2001, 14(1): 137-166

[12] Li Yan-Hui, Xu Bao-Wen, Lu Jian-Jiang, Kang Da-Zhou. On computational complexity of the extended fuzzy description logic with numerical restriction. Journal of Software, 2006, 17(5): 968-975(in Chinese)
(李言辉, 徐宝文, 陆建江, 康达周. 支持数量约束的扩展模糊描述逻辑复杂性研究. 软件学报, 2006, 17(5): 968-975)

[13] Hölldobler S, Störr H P, Tran D K. The fuzzy description logic ALC_{FH} with hedge algebras as concept modifiers. Jour-

nal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2003, 7(3): 294-305

[14] Sánchez D, Tettamanzi G. Reasoning and quantification in fuzzy description logics//Proceedings of the 6th International Workshop on Fuzzy Logic and Applications. Crema, Italy, 2005: 81-88

[15] Jiang Yun-Cheng, Tang Yong, Wang Ju, Shen Yu-Ming. A tableaux decision procedure for fuzzy description logic FALNUI. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44(8): 1309-1316(in Chinese)
(蒋运承, 汤庸, 王驹, 申宇铭. 模糊描述逻辑 FALNUI 的 tableaux 推理. 计算机研究与发展, 2007, 44(8): 1309-1316)

[16] Horrocks I, Sattler U. Ontology reasoning in the SHOQ(D) description logic//Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2001). Seattle, Washington, USA, 2001: 199-204

[17] Straccia U. Fuzzy description logics with concrete domains. ISTI-CNR, Pisa, Italy: Technical Report 2005-TR-03, 2005

WANG Hai-Long, born in 1983, Ph. D. candidate. His research interests include description logics and Semantic Web.

MA Zong-Min, born in 1965, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His research interests include intelligent data and knowledge engineering.

YAN Li, born in 1964, Ph. D., associate professor. Her research interests focus on XML databases.

CHENG Jing-Wei, born in 1974, Ph. D. candidate. His research interests include description logics and Semantic Web.

Background

Data type support is one of the most useful features that OWL is expected to provide, which has received extensive discussions in the Semantic Web Best Practices mailing list. Recent efforts have shown that Web ontology languages and their corresponding description logics are limited in the representation of fuzzy data information. Furthermore, they cannot deal with imprecision and uncertainty which widely exist in human knowledge and natural language. The existing researches mainly focus on the representation and reasoning of fuzzy knowledge rather than fuzzy data information. In order to provide reasoning services for the description logics integrated with fuzzy data type group, in this paper, we propose a kind of new fuzzy description logic named F-SHOIQ(G). F-SHOIQ(G) can support not only the representation and reasoning of fuzzy knowledge, but also the representation of fuzzy data information with customized fuzzy data types and predicates. The representation and reasoning capabilities of F-SHOIQ(G) go beyond the other fuzzy description logics in the representation of fuzzy data information. F-SHOIQ(G) lays a foundation for the representation and reasoning of fuzzy knowledge and data in the Semantic Web.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (60873010) and the Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-05-0288), and in part by the MOE Funds for Doctoral Programs (20050145024).