第 32 卷　第 8 期　　　计　算　机　学　报　　　Vol. 32 No. 8
2009 年 8 月　　　CHINESE JOURNAL OF COMPUTERS　　　Aug. 2009

带 n-元存在量词的描述逻辑 MSC 推理

蒋运承[1),2)]　　唐素勤[3)]

[1)](华南师范大学计算机学院　广州　510631)

[2)](中国科学院计算机科学国家重点实验室　北京　100190)

[3)](广西师范大学计算机科学与信息工程学院　广西 桂林　541004)

摘　要　分析了描述逻辑非标准推理的重要性,特别分析了描述逻辑 MSC(Most Specific Concept)推理的研究现状和存在的问题.针对目前描述逻辑 MSC 推理不能处理 n-元存在量词的不足,研究了带 n-元存在量词的描述逻辑 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 推理问题.提出了一种新的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图,利用描述树和描述图给出了描述逻辑 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 近似推理算法,并利用 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套和 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态证明了 MSC 近似推理算法的正确性.作为一个附带的结果,利用 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态给出了 $\varepsilon L^{(n)}$ 的实例推理算法,也证明了实例推理算法的正确性.

关键词　描述逻辑;n-元存在量词;描述树;描述图;非标准推理;MSC

中图法分类号　TP301　　　**DOI 号**:10.3724/SP.J.1016.2009.01500

Computing Most Specific Concept in Description Logic with n-Ary Existential Quantifier

JIANG Yun-Cheng[1),2)]　　TANG Su-Qin[3)]

[1)](*School of Computer Science, South China Normal University, Guangzhou*　510631)

[2)](*State Key Laboratory of Computer Science, Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, Beijing*　100190)

[3)](*College of Computer Science and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi*　541004)

Abstract　Description Logics (DLs) are a logical reconstruction of the frame-based knowledge representation languages, with the aim of providing a simple well-established declarative semantics to capture the meaning of structured representation of knowledge. The fundamentality of non-standard inferences in DLs, especially the current research progress and the existing problems of the MSC (Most Specific Concept) inference in DLs, are analyzed in this paper. Aiming at the insufficiency of the MSC inference in DLs which can not deal with n-ary existential quantifier, the MSC inference for the DL with n-ary existential quantifier $\varepsilon L^{(n)}$ is studied, where n-ary existential quantifier is a new concept constructor in DLs. A kind of new $\varepsilon L^{(n)}$-description graph is presented. The inference algorithm of approximating MSC in $\varepsilon L^{(n)}$ is presented using description tree and description graph, and the correctness of inference algorithm of approximating MSC is proved using $\varepsilon L^{(n)}$-description trees embedding and $\varepsilon L^{(n)}$-description tree and description graph homomorphism. As a by-product, the instance reasoning algorithm in $\varepsilon L^{(n)}$ is presented using $\varepsilon L^{(n)}$-description tree and description graph homomorphism, and the correctness of instance reasoning algorithm is also proved. Theoretical foundation for the MSC inference for more expressive DLs with n-ary existential quantifier such as $\varepsilon LU^{(n)}$ and $AL\varepsilon^{(n)}$ is provided through the MSC inference algorithm of $\varepsilon L^{(n)}$.

Keywords　description logics; n-ary existential quantifier; description tree; description graph; non-standard inferences; MSC

收稿日期:2007-11-18;最终修改稿收到日期:2008-11-28.本课题得到国家自然科学基金(60663001,60573010)、中国科学院计算机科学国家重点实验室开放课题基金(SYSKF0904)和广西自然科学基金(桂科青 0640030,桂科自 0991100,桂科自 0832103)资助.**蒋运承**,男,1974 年生,博士,教授,主要研究领域为描述逻辑、语义计算和语义 Web. E-mail: jiangyc@ics.ict.ac.cn. **唐素勤**,女,1972 年生,博士研究生,副教授,主要研究方向为描述逻辑和本体论.

1 引 言

描述逻辑是一种基于对象的知识表示的形式化工具，是一阶逻辑的一个可判定子集，在众多知识表示的形式化方法中，描述逻辑受到人们的特别关注[1-3]. 描述逻辑最困难的问题是如何给出有效的推理算法，其中推理包括标准推理和非标准推理[4-5]. 标准推理主要包括可满足性和包含推理[1]；非标准推理主要包括 LCS（Least Common Subsumer）、MSC（Most Specific Concept）和匹配推理[4-5]. 自从描述逻辑提出后，大部分研究都是针对标准推理的，对各种复杂描述逻辑标准推理都给出了推理算法[1]. 而对非标准推理的研究要远远落后于标准推理[4-5]，主要原因是非标准推理不是简单的给出 Yes/No 回答，而是要给出一个具体的答案.

随着描述逻辑在语义 Web[6] 和数据库[7] 等领域中的应用，目前遇到了一个不可回避的问题：如何有效地构建和设计描述逻辑知识库[4]？解决这个问题就需要描述逻辑非标准推理的支持[4]. 本文研究非标准推理的 MSC 推理.

Nebel 首先提出了 MSC 推理[5]. 自从 Nebel 提出 MSC 推理以后，国内外许多学者对 MSC 推理进行了研究. 由于描述逻辑的 MSC 不一定存在[4]，为了求出描述逻辑的 MSC，目前主要有两种方法：(1) 允许描述逻辑含有循环定义（或循环术语集），并用最大不动点语义进行解释；(2) 用近似的方法求出描述逻辑的 MSC. 第(1)种方法的主要结果有：Baader 给出了最大不动点语义下 ALN 循环术语集的 MSC 推理算法[8] 以及最大不动点语义下 εL 循环术语集的 MSC 推理算法[9]. 蒋运承给出了最大不动点语义下 εL 混合循环术语集的 MSC 推理算法[10]. 第(2)种方法的最新结果是：Kuster 提出了 k-近似，用 k-近似给出了 εL 和 $\varepsilon L_{\neg}$ 的 MSC 近似推理算法[11-12]. 本文主要利用第(2)种方法来研究 MSC 推理.

由上可以看出，目前 MSC 推理都不能处理 n-元存在量词[13]，其中 n-元存在量词是描述逻辑一种新的构造算子. 由于 n-元存在量词的语义复杂性，自从 n-元存在量词提出至今，有关 n-元存在量词的最新结果是：Baader[14-16] 给出了含 n-元存在量词的描述逻辑 $\varepsilon L^{(n)}$ 的包含推理算法. 至于 $\varepsilon L^{(n)}$ 的非标准推理目前还没有任何结果，因而有必要研究 $\varepsilon L^{(n)}$ 的非标准推理. 本文研究 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 推理.

2 描述逻辑 $\varepsilon L^{(n)}$

$\varepsilon L^{(n)}$[14-15] 是 εL[9] 的扩充，即将一元存在量词扩展为 n-元存在量词，它的概念定义如下：$C,D \to \top \mid A \mid C\sqcap D \mid \exists R.(C_1,\cdots,C_n)$ |，其中 A 表示原子概念（概念名），$C,D,C_1,\cdots,C_n$ 表示概念（概念描述），R 表示关系名.

用 N_C 表示 $\varepsilon L^{(n)}$ 的所有概念名的集合，N_R 表示 $\varepsilon L^{(n)}$ 的所有关系名的集合.

与文献[14-15]一样，本文仅考虑限制 $\varepsilon L^{(n)}$，限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念定义如下：

(1) $\top$ 是限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念；

(2) 任意原子概念 $A\in N_C$ 是限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念；

(3) 如果 $P_1,\cdots,P_k\in N_C$，$R_1,\cdots,R_m\in N_R$，$C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1},\cdots,C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m}$ 是限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念，其中 $k,m>0$，$k_1\geq 1,\cdots,k_m\geq 1$，并且对任意 $i\neq j$，$R_i\neq R_j$，则下列概念也是限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念：

$$P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m}).$$

由于本文仅考虑限制 $\varepsilon L^{(n)}$，下面将限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 简称为 $\varepsilon L^{(n)}$.

$\varepsilon L^{(n)}$ 的语义将概念解释为一定论域的子集，关系是该论域上的二元关系. 形式上，一个解释 $I=(\Delta^I,\cdot^I)$ 由解释论域 Δ^I 和解释函数 $\cdot^I$ 所构成，其中解释函数把每个原子概念 $A\in N_C$ 映射到 Δ^I 的子集，而把每个关系 $R\in N_R$ 映射到 $\Delta^I\times\Delta^I$ 的子集. 即 $\varepsilon L^{(n)}$ 的语义解释如下：

(1) $A^I\subseteq\Delta^I$；

(2) $R^I\subseteq\Delta^I\times\Delta^I$；

(3) $\top^I=\Delta^I$；

(4) $(C\sqcap D)^I=C^I\cap D^I$；

(5) $(\exists R.(C_1,\cdots,C_n))^I=\{x\in\Delta^I\mid\exists y_1\in\Delta^I,\cdots,\exists y_n\in\Delta^I,\langle x,y_i\rangle\in R^I\wedge y_i\in(C_i)^I,1\leq i\leq n,y_i\neq y_j,1\leq i\leq n,1\leq j\leq n,\ i\neq j\}$.

给定概念 C，如果存在一个解释 I，使得 $C^I\neq\varnothing$，则称 C 是可满足的；否则称 C 是不可满足的. 给定概念 C 和 D，如果对任意解释 I，使得 $C^I\subseteq D^I$，则称 D 包含 C（记为 $C\sqsubseteq D$）.

$\varepsilon L^{(n)}$ 的 TBox 是概念包含公理 $C\sqsubseteq D$ 的有限集合，其中 C 和 D 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念. 如果 $C\sqsubseteq D$ 和 $D\sqsubseteq C$，则记为 $C\equiv D$，称为概念等价公理.

给定解释 I，如果有 $C^I\subseteq D^I$，则 I 满足概念包含公理 $C\sqsubseteq D$. 给定解释 I 以及 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 TBox TB，如

果 I 满足 TB 的所有概念包含公理，则 I 是 TB 的一个模型. 如果 TBox TB 存在一个模型，则称 TB 是可满足的.

用 N_I 表示 $\varepsilon L^{(n)}$ 所有个体名的集合，对任意个体 $a\in N_I$，解释函数 $\cdot^I$ 把 a 映射到 Δ^I 的一个元素，即 $a^I\in\Delta^I$. 给定个体 a 和概念 C，如果 a 是 C 的实例(记为 $C(a)$)，当且仅当存在解释 I，使得 $a^I\in C^I$ 成立. 给定个体 a、b 以及关系 R，如果 $\langle a,b\rangle$ 是 R 的实例(记为 $R(a,b)$)，当且仅当存在解释 I，使得 $\langle a^I,b^I\rangle\in R^I$ 成立.

$\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox 是概念断言公理 $C(a)$ 和关系断言公理 $R(a,b)$ 的有限集合，其中 C 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念，R 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的关系.

给定解释 I，如果有 $a^I\in C^I$，则 I 满足 $C(a)$. 如果有 $\langle a^I,b^I\rangle\in R^I$，则 I 满足 $R(a,b)$. 给定解释 I 以及 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，如果 I 满足 AB 的所有断言公理，则 I 是 AB 的一个模型. 如果 ABox AB 存在一个模型，则称 AB 是可满足的. 相对于 ABox AB，个体 $a\in N_I$ 是概念 C 的实例(记为 $a\in_{AB}C$)，当且仅当对 AB 的任意模型 I，有 $a^I\in C^I$.

3 描述树与描述图

定义 1[14]. 一棵 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树是一个带标记的结构 $\mathcal{DT}=(V,E,v_0,l)$，其中

(1) V 是节点的集合；

(2) $v_0\in V$ 是根节点；

(3) $E\subseteq V\times N_R\times V$；

(4) 对任意节点 $v\in V$，标记函数 $l:V\rightarrow 2^{N_C}$ 将节点 v 映射为 N_C 的子集，其中 $\top$ 映射为空集.

对任意 $v\in V$，$\mathcal{DT}(v)$ 表示以 v 为根节点的 $\mathcal{DT}$ 的子树. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}=(V,E,v_0,l)$，对任意关系 $R\in N_R$，则后继函数 $S_R^E:V\rightarrow 2^E$ 定义如下：$S_R^E(v)=\{w\mid(v,R,w)\in E\}$.

给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 C，C 的关系深度(简称深度，记为 $rdepth(C)$)归纳定义如下，其中 $P_1,\cdots,P_k\in N_C$ 表示原子概念：

(1) $rdepth(\top)=rdepth(P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k)=0$；

(2) $rdepth(P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m}))=1+\max(rdepth(C_{1,1}),\cdots,rdepth(C_{m,k_m}))$.

$\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}$ 的深度(记为 $depth(\mathcal{DT})$)是 $\mathcal{DT}$ 的最长路径的长度.

给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 $C=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m})$，用如下的方法能够将 C 转化为对应的描述树 $\mathcal{DT}(C)=(V,E,v_0,l)$：

(1) 如果 $rdepth(C)=0$，则 C 有如下形式：$C=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k$，此时，令 $V=\{v_0\}$，$E=\varnothing$，$l(v_0)=\{P_1,\cdots,P_k\}\backslash\{\top\}$；

(2) 如果 $rdepth(C)>0$，则对任意 $1\le i\le m$，$1\le j\le k_m$，令 $\mathcal{DT}(C_{i,j})=(V_{i,j},E_{i,j},v_{i,j},l_{i,j})$ 是 $C_{i,j}$ 对应的描述树，不妨假设所有的节点集合 $V_{i,j}$ 是不相交的，则描述树 $\mathcal{DT}(C)$ 定义如下：

① $V=\{v_0\}\cup\bigcup_{1\le i\le m,1\le j\le k_m}V_{i,j}$；

② $E=\{v_0R_iv_{i,j}\mid 1\le i\le m,1\le j\le k_m,v_{i,j}$ 是 $\mathcal{DT}(v_{i,j})$ 的根节点$\}\cup\bigcup_{1\le i\le m,1\le j\le k_m}E_{i,j}$；

③ $l(v)=\begin{cases}\{P_1,\cdots,P_k\}\backslash\{T\}, \text{如果 } v=v_0\\ l_{i,j}(v), v\in V_{i,j},\ 1\le i\le m, 1\le j\le k_m\end{cases}$.

给定任意 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}=(V,E,v_0,l)$，用如下方法能将 $\mathcal{DT}$ 转化为对应的概念 $C(\mathcal{DT})$：

(1) 如果 $depth(\mathcal{DT})=0$，则令 $C(\mathcal{DT})=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k$. 如果 $l(v_0)=\varnothing$，则 $C(\mathcal{DT})=\top$；

(2) 如果 $depth(\mathcal{DT})>0$，对任意 $v\in V$，$C(v)$ 表示描述树 $\mathcal{DT}(v)$ 所对应的概念描述，对任意 $R\in N_R$，令 $\varepsilon_R=\exists R.(C(v_1),\cdots,C(v_n))$，则 $C(\mathcal{DT})=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\bigsqcap_{R\in N_R,S_R^E(v_0)\neq\varnothing}\varepsilon_R$.

描述树的语义由它所对应的概念描述的语义来定义，即给定 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}$，$\mathcal{DT}$ 所对应的概念描述为 $C(\mathcal{DT})$，对于解释 $I=(\Delta^I,\cdot^I)$，则 $\mathcal{DT}^I=(C(\mathcal{DT}))^I$.

$\varepsilon L^{(n)}$-描述树与 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念描述之间的转化保持等价.

例 1. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念 $C=A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,A\sqcap B))\sqcap\exists S.(A,A\sqcap B)$，则 C 对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}(C)$ 如图 1 所示.

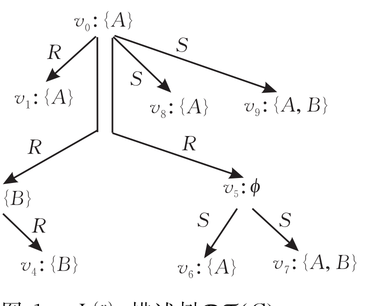

图 1 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}(C)$

定义 2.　一个 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图是一个带标记的结构 $\mathcal{DG}=(V,E,l)$，其中

(1) V 是节点的集合；

(2) $E\subseteq V\times N_R\times V$；

(3) 对任意节点 $v\in V$，标记函数 $l:V\to 2^{N_C}$ 将节点 v 映射为 N_C 的子集，其中 $\top$ 映射为空集.

定义 3.　给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，AB 中所有个体的集合记为 $N_I(AB)$，对任意 $a\in N_I(AB)$，如果 AB 中存在概念断言 $D(a)\in AB$，则令 $C_a=\bigsqcap_{D(a)\in AB} D$，否则令 $C_a=\top$. $\mathcal{DT}(C_a)=(V_a,E_a,a,l_a)$ 是概念 C_a 所对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树，不妨假设所有的节点集合 V_a 是不相交的，则 AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$ 定义如下：

(1) $V=\bigcup_{a\in N_I(AB)} V_a$；

(2) $E=\{aRb\mid R(a,b)\in AB\}\cup\bigcup_{a\in N_I(AB)} E_a$；

(3) 对任意 $v\in V_a$，$l(v)=l_a(v)$.

例 2.　给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox $AB=\{a:A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,A\sqcap B))\sqcap\exists S.(A,A\sqcap B),b:A\sqcap B,c:\exists T.(A,B),R(a,b),T(a,c),S(b,c)\}$，$AB$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$ 如图 2 所示.

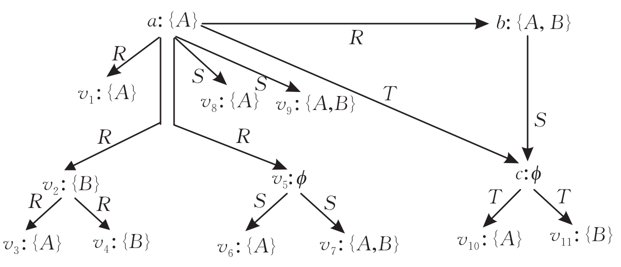

图 2　$\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$

说明：由于本文仅讨论限制 $\varepsilon L^{(n)}$，因而要求 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox 也是限制的，即 ABox 满足条件：如果 ABox AB 中存在概念断言 $D(a)\in AB$，令 $C_a=\bigsqcap_{D(a)\in AB} D$，则 C_a 必须是限制 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念.

4　实例推理

定义 4.　给定 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}_D=(V_D,E_D,v_0,l_D)$ 和 $\mathcal{DT}_H=(V_H,E_H,w_0,l_H)$，映射 $\varphi:V_H\to V_D$ 是 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树同态，当且仅当 φ 满足下列条件：

(1) $\varphi(w_0)=v_0$；

(2) 对任意 $w\in V_H$，有 $l_H(w)\subseteq l_D(\varphi(w))$；

(3) 对任意 $vRw\in E_H$，有 $\varphi(v)R\varphi(w)\in E_D$.

$\varepsilon L^{(n)}$-描述树同态 φ 是一个描述树嵌套，当且仅当 φ 是单射.

定理 1[14].　给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 C、D，$\mathcal{DT}(C)$ 和 $\mathcal{DT}(D)$ 分别是 C 和 D 对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树，则 $C\sqsubseteq D$，当且仅当存在一个从 $\mathcal{DT}(D)$ 到 $\mathcal{DT}(C)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套.

Baader 已证明 $\varepsilon L^{(n)}$ 概念包含推理是多项式时间的[14].

例 3.　给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念 $C=A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,A\sqcap B))\sqcap\exists S.(A,A\sqcap B)$，$D=A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,A\sqcap B))$，$C$ 和 D 对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树分别为 $\mathcal{DT}(C)$ 和 $\mathcal{DT}(D)$，则从 $\mathcal{DT}(D)$ 到 $\mathcal{DT}(C)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套 φ 如图 3 所示，即 φ 可以如下定义：

$$\varphi(w_0)=v_0,\ \varphi(w_1)=v_1,\ \varphi(w_2)=v_2,$$
$$\varphi(w_3)=v_3,\ \varphi(w_4)=v_4,\ \varphi(w_5)=v_5,$$
$$\varphi(w_6)=v_6,\ \varphi(w_7)=v_7.$$

因此有 $C\sqsubseteq D$.

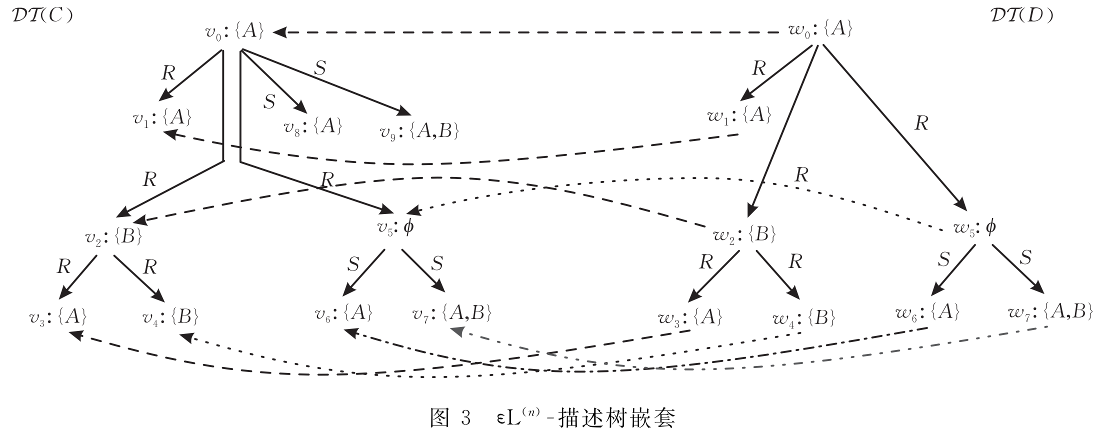

图 3　$\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套

定义 5.　给定 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}_C=(V_C,E_C,v_0,l_C)$ 和 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}=(V,E,l)$，映射 $\varphi:V_C\to V$ 是 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态，当且仅当 φ 满足下列条件：

(1) 对任意 $v\in V_C$，有 $l_C(v)\subseteq l(\varphi(v))$；

(2) 对任意 $vRw\in E_C$，有 $\varphi(v)R\varphi(w)\in E$；

(3) 对任意节点 $v,w,u\in V_C$，如果 $vRw\in E_C$，$vRu\in E_C$ 和 $w\neq u$，则 $\varphi(w)\neq\varphi(u)$.

定义 6. 给定 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}=(V,E,l)$，标准解释 $I(\mathcal{DG})=(\Delta^{I(DG)},\cdot^{I(DG)})$ 定义如下：

(1) $\Delta^{I(DG)}=V$；

(2) 对任意 $P\in N_C$，$P^{I(DG)}=\{v\in V\mid P\in l(v)\}$；

(3) 对任意 $R\in N_R$，$R^{I(DG)}=\{\langle v,w\rangle\in V\times V\mid vRw\in E\}$.

定理 2. 给定 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$ 的 ABox AB，$\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$ 是 AB 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图，则标准解释 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 是 AB 的一个模型.

证明. 要证明 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 是 AB 的一个模型，只需证明 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 满足 AB 的所有断言公理.

由 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 的定义可知，对任意 $R\in N_R$，有 $R^{I(DG(AB))}=\{\langle v,w\rangle\in V\times V\mid vRw\in E\}$. 又因为 $\Delta^{I(DG)}=V$，从而 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 满足 AB 的所有关系断言公理.

对 AB 的任意概念断言公理 $C(a)\in AB$，其中 $C=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m})$. 要证明 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 满足 $C(a)$，只需证明：(1) 对任意 $1\le i\le k$，$a^{I(DG(AB))}\in(P_i)^{I(DG(AB))}$；(2) 对任意 $1\le j\le m$，$a^{I(DG(AB))}\in(\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j}))^{I(DG(AB))}$.

(1) 由 AB 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$ 的定义可知，$P_i\in l(a)$. 又由 $I(\mathcal{DG}(AB))$ 的定义可知，对任意 $P_i\in N_C$，有 $P_i^{I(DG(AB))}=\{v\in V\mid P_i\in l(v)\}$. 因为 $P_i\in l(a)$，所以 $a\in\{v\in V\mid P_i\in l(v)\}$. 因此 $a^{I(DG(AB))}\in P_i^{I(DG(AB))}$.

(2) 令 $C_a=\bigsqcap\limits_{C(a)\in AB}C$，由 AB 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$ 的定义可知，对任意 $1\le j\le m$，存在节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}\in V$，使得 $aR_jv_{j,1}\in E,\cdots,aR_jv_{j,k_j}\in E$ 和 $C_{j,1}\equiv C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})),\cdots,C_{j,k_j}\equiv C(\mathcal{DT}(C_a)\cdot(v_{j,k_j}))$，其中 $\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})$ 表示描述树 $\mathcal{DT}(C_a)$ 的以 $v_{j,1}$ 为根节点的子树，$\cdots$，$\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j})$ 表示描述树 $\mathcal{DT}(C_a)$ 的以 v_{j,k_j} 为根节点的子树. 用归纳法可以证明 $(v_{j,1})^{I(DG(AB))}\in(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})))^{I(DG(AB))},\cdots,(v_{j,k_j})^{I(DG(AB))}\in(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j})))^{I(DG(AB))}$.

如果 $rdepth(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})))=0$，容易证明.

如果 $rdepth(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})))>0$，则 $C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1}))=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m})$. 只需证明对 $C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1}))$ 的任意最高层概念 Q，有 $v_{j,1}^{I(DG(AB))}\in Q^{I(DG(AB))}$. 下面只证明 $Q=\exists R_l.(C_{l,1},\cdots,C_{l,k_l})$ 的情形.

由 AB 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$ 的定义可知，存在节点 $w_{l,1},\cdots,w_{l,k_l}\in V$，使得 $v_{j,1}R_lw_{l,1}\in E,\cdots,v_{j,1}R_lw_{l,k_l}\in E$ 和 $C_{l,1}\equiv C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1}))(w_{l,1})),\cdots,C_{l,k_l}\equiv C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_l}))(w_{l,k_l}))$，其中 $(\mathcal{DT}(C_a)\cdot(v_{j,1}))(w_{l,1})$ 表示描述树 $\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})$ 以 $w_{l,1}$ 为根节点的子树，$\cdots$，$(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_l}))(w_{l,k_l})$ 表示描述树 $\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_l})$ 以 w_{l,k_l} 为根节点的子树. 由归纳假设，$w_{l,1}^{I(DG(AB))}\in(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{l,1}))(w_{l,1})))^{I(DG(AB))},\cdots,w_{l,k_l}^{I(DG(AB))}\in(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{l,k_l}))(w_{l,k_l})))^{I(DG(AB))}$.

因为 $v_{j,1}R_lw_{l,1}\in E,\cdots,v_{j,1}R_lw_{l,k_l}\in E$，所以 $\langle v_{j,1}^{I(DG(AB))},w_{l,1}^{I(DG(AB))}\rangle\in R_l^{I(DG(AB))},\cdots,\langle v_{j,1}^{I(DG(AB))},w_{l,k_l}^{I(DG(AB))}\rangle\in R_l^{I(DG(AB))}$. 又因为

$w_{l,1}^{I(DG(AB))}\in(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{l,1}))(w_{l,1})))^{I(DG(AB))},\cdots,$

$w_{l,k_l}^{I(DG(AB))}\in(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{l,1}))(w_{l,k_l})))^{I(DG(AB))}$，

因此由 n-元存在量词的语义可知

$$v_{j,1}^{I(DG(AB))}\in(\exists R.(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{l,1}))(w_{l,1})),\cdots,C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1}))(w_{l,k_l}))))^{I(DG(AB))}=(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})))^{I(DG(AB))}.$$

同理可得

$$v_{j,k_j}^{I(DG(AB))}\in(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j})))^{I(DG(AB))}.$$

因为 $aR_jv_{j,1}\in E,\cdots,aR_jv_{j,k_j}\in E$，所以有 $\langle a^{I(DG(AB))},v_{j,1}^{I(DG(AB))}\rangle\in R_j^{I(DG(AB))},\cdots,\langle a^{I(DG(AB))},v_{j,k_j}^{I(DG(AB))}\rangle\in R_j^{I(DG(AB))}$. 又因为

$$v_{j,1}^{I(DG(AB))}\in(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})))^{I(DG(AB))},\cdots,$$

$$v_{j,k_j}^{I(DG(AB))}\in(C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j})))^{I(DG(AB))},$$

所以 $a^{I(DG(AB))}\in(\exists R_j.(C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1}))),\cdots,C((\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j})))))^{I(DG(AB))}$. 由于 $C_{j,1}\equiv C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,1})),\cdots,C_{j,k_j}\equiv C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_j}))$，因此 $a^{I(DG(AB))}\in(\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j}))^{I(DG(AB))}$.

证毕.

定理 3. 给定 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$ 的 ABox AB，a 是 AB 的个体，即 $a\in N_I(AB)$，C 是 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$ 的概念，$\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$ 是 AB 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述图，$\mathcal{DT}(C)=(V_C,E_C,v_0,l_C)$ 是 C 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述树，则 $a\in_{AB}C$，当且仅当存在一个从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $\mathcal{DG}(AB)$ 的 $\varepsilon\mathrm{L}^{(n)}$-描述树描述图同态 $\varphi:V_C\rightarrow V$，使得 $\varphi(v_0)=a$.

证明.

先证明 $\Leftarrow$. 不妨假设 I 是 AB 的任一模型. 令

$C_a=\bigsqcap_{D(a)\in AB} D$，$\mathcal{DT}(C_a)=(V_a,E_a,a,l_a)$是概念 C_a所对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树. 因为 I 是 AB 的模型，从而 $a^I\in(C_a)^I$. 对概念 C 的深度进行归纳证明 $a\in_{AB}C$，即证明 $a^I\in C^I$.

如果 $rdepth(C)=0$，则 $C=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k$. 利用定理 1 可以证明 $C_a\sqsubseteq C$. 因为 $a^I\in(C_a)^I$，$C_a\sqsubseteq C$，所以 $a^I\in C^I$.

如果 $rdepth(C)>0$，则 $C=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m})$. 从而只需证明对 C 的任意最高层概念 Q，有 $a^I\in Q^I$.

如果 $Q=P_i$，$1\le i\le k$，与 $rdepth(C)=0$ 相同.

如果 $Q=\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j})$，$1\le j\le m$，令 $w_{j,1},\cdots,w_{j,k_j}\in V_C$是$\mathcal{DT}(C)$中 v_0 的 R_j-后继节点，并且$\mathcal{DT}(C)(w_{j,1})=\mathcal{DT}(C_{j,1})$，$\cdots$，$\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_j})=\mathcal{DT}(C_{j,k_j})$. 因为 φ 是$\mathcal{DT}(C)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态，并且 $\varphi(v_0)=a$，从而存在节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}\in V$ 是$\mathcal{DG}(AB)$中 a 的 R_j-后继节点，并且 $\varphi(w_{j,1})=v_{j,1}$，$\cdots$，$\varphi(w_{j,k_j})=v_{j,k_j}$. 对于节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}$ 中的任意节点 v_{j,k_h}，$1\le k_h\le k_j$，只有两种情况：$v_{j,k_h}\notin N_I(AB)$和 $v_{j,k_h}\in N_I(AB)$.

(1) 如果 $v_{j,k_h}\notin N_I(AB)$，则由$\mathcal{DG}(AB)$的定义可知，v_{j,k_h}是$\mathcal{DT}(C_a)$的某棵子树的根节点. 利用定理 1 可以证明 $C_a\sqsubseteq(\exists R_j.C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_h})))$. 因为 $a^I\in(C_a)^I$，从而 $a^I\in(\exists R_j.C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_h})))^I$. 利用定理 1 可以证明 $C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_h}))\sqsubseteq C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h}))$. 由定理 2 可知，$I(\mathcal{DG}(AB))$是 AB 的一个模型，即$(v_{j,k_h})^I\in C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_h}))^I$. 又因为$C(\mathcal{DT}(C_a)(v_{j,k_h}))\sqsubseteq C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h}))$，从而$(v_{j,k_h})^I\in C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h}))^I$.

(2) 如果 $v_{j,k_h}\in N_I(AB)$，则考虑$\mathcal{DT}(C)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态 φ 在$\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h})$上的限制 μ，因为 φ 是$\mathcal{DT}(C)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态，所以 μ 是$\mathcal{DT}(C)(w)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态. 由归纳假设有 $v_{j,k_h}\in_{AB}C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h}))$，从而$(v_{j,k_h})^I\in(C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h})))^I$.

因此对于节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}$ 中的任意节点 v_{j,k_h}，$1\le k_h\le k_j$，有$(v_{j,k_h})^I\in(C(\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h})))^I$. 又因为$\mathcal{DT}(C)(w_{j,k_h})=\mathcal{DT}(C_{j,k_h})$，从而$(v_{j,k_h})^I\in(C(\mathcal{DT}(C_{j,k_h})))^I$. 由于 $C(\mathcal{DT}(C_{j,k_h}))\equiv C_{j,k_h}$，所以$(v_{j,k_h})^I\in(C_{j,k_h})^I$，即$(v_{j,1})^I\in(C_{j,1})^I$，$\cdots$，$(v_{j,k_j})^I\in(C_{j,k_j})^I$. 又因为节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}$是$\mathcal{DG}(AB)$中 a 的 R_j-后继节点，即 $aR_jv_{j,1}\in E$，$\cdots$，$aR_jv_{j,k_j}\in E$，从而$\langle a,v_{j,1}\rangle\in R_j^I$，$\cdots$，$\langle a,v_{j,k_j}\rangle\in R_j^I$. 由于$(v_{j,1})^I\in(C_{j,1})^I$，$\cdots$，$(v_{j,k_j})^I\in(C_{j,k_j})^I$，因此$a^I\in(\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j}))^I=Q^I$.

再证明⇒. 首先证明：给定 $v\in V$，$\varepsilon L^{(n)}$的概念 D，$\mathcal{DT}(D)=(V_D,E_D,w_0,l_D)$是 D 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树，如果 $v\in D^{I(DG(AB))}$，则存在一个从$\mathcal{DT}(D)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态 $\pi:V_D\to V$，使得 $\pi(w_0)=v$，其中 $I(\mathcal{DG}(AB))$是 AB 的一个标准解释. 对概念 D 的深度进行归纳证明.

如果 $rdepth(D)=0$，则 $D=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k$. 从而$\mathcal{DT}(D)=(\{w_0\},\varphi,w_0,l_D)$，其中 $l_D(w_0)=\{P_1,\cdots,P_k\}$. 定义从$\mathcal{DT}(D)$到$\mathcal{DG}(AB)$的映射 $\pi:V_D\to V$ 为 $\pi(w_0)=v$. 可以证明 π 是从$\mathcal{DT}(D)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态.

如果 $rdepth(D)>0$，则 $D=P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists R_1.(C_{1,1},\cdots,C_{1,k_1})\sqcap\cdots\sqcap\exists R_m.(C_{m,1},\cdots,C_{m,k_m})$. 从而 $l_D(w_0)=\{P_1,\cdots,P_k\}$. 又因为 $v\in D^{I(DG(AB))}$，所以 $l_D(w_0)\subseteq l(v)$.

由于 D 中含有 $\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j})$，$1\le j\le m$，由 $v\in D^{I(DG(AB))}$可知，存在互不相同的节点 $v_{j,1},\cdots,v_{j,k_j}\in V$ 是$\mathcal{DG}(AB)$中 v 的 R_j-后继节点，即有 $vR_jv_{j,1}\in E$，$\cdots$，$vR_j\,v_{j,k_j}\in E$，并且有 $v_{j,1}\in(C_{j,1})^{I(DG(AB))}$，$\cdots$，$v_{j,k_j}\in(C_{j,k_j})^{I(DG(AB))}$. 令 $w_{j,1},\cdots,w_{j,k_j}$是$\mathcal{DT}(D)$中 w_0 的互不相同的 R_j-后继节点，并且满足 $C_{j,1}\equiv C(\mathcal{DT}(D)(w_{j,1}))$，$\cdots$，$C_{j,k_j}\equiv C(\mathcal{DT}(D)(w_{j,k_j}))$. 由归纳假设，对 D 中任意的 $\exists R_j.(C_{j,1},\cdots,C_{j,k_j})$，$1\le j\le m$，对每一个 C_{j,k_l}，$1\le k_l\le k_j$，存在一个从$\mathcal{DT}(D)(w_{j,k_l})$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态 $\varphi_{w_{j,k_l}}$.

定义$\mathcal{DT}(D)$到$\mathcal{DG}(AB)$的映射 φ: $V_D\to V$ 如下：

$$\varphi=\{w_0\to v\}\cup\bigcup_{1\le j\le m}\ \bigcup_{w_0R_jw_{j,k_l}\in E_D}\varphi_{w_{j,k_l}}.$$

可以证明 φ 是$\mathcal{DT}(D)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态，并且 $\varphi(w_0)=v$.

由定理 2 可知，$I(\mathcal{DG}(AB))$是 AB 的一个模型，又因为 $a\in_{AB}C$，所以 $a\in C^{I(DG(AB))}$，因此存在一个从$\mathcal{DT}(C)$到$\mathcal{DG}(AB)$的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态 $\varphi:V_C\to V$，使得 $\varphi(v_0)=a$. 证毕.

可以看出，定理 3 是文献[12]定理 13 的推广.

例 4. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$的概念 $C=A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,B))\sqcap\exists S.(A,B)$，ABox $AB=\{a:A\sqcap\exists R.(A,B\sqcap\exists R.(A,B),\exists S.(A,A\sqcap B))\sqcap\exists S.(A,A\sqcap B),b:A\sqcap B,c:\exists T.(A,B),R(a,b)$,

$T(a,c), S(b,c)\}$，$\mathcal{DT}(C)$ 是 C 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树，$\mathcal{DG}(AB)$ 是 AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图，则从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $\mathcal{DG}(AB)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态 φ 如图 4 所示，即 φ 可以如下定义：

$\varphi(w_0)=a$，$\varphi(w_1)=v_1$，$\varphi(w_2)=v_2$，$\varphi(w_3)=v_3$，$\varphi(w_4)=v_4$，$\varphi(w_5)=v_5$，$\varphi(w_6)=v_6$，$\varphi(w_7)=v_7$，$\varphi(w_8)=v_8$，$\varphi(w_9)=v_9$.

因此有 $a\in_{AB}C$.

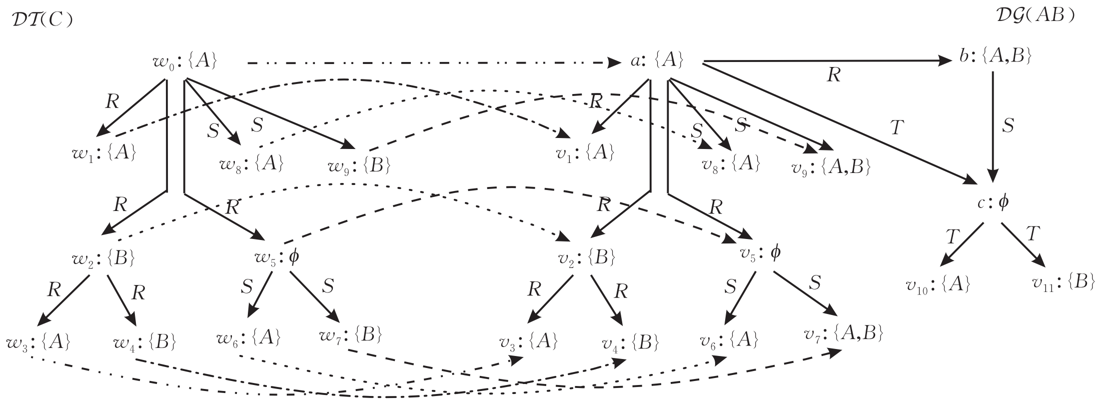

图 4 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态

由定理 3 可知，$\varepsilon L^{(n)}$ 的实例推理可以转化为判断 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树与 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图之间是否存在 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态，而 Garey 已经证明判断描述树与描述图之间是否存在同态是多项式时间的[17]，因而有下列定理.

定理 4. 描述逻辑 $\varepsilon L^{(n)}$ 的实例推理是多项式时间的.

5 MSC 推理

定义 7. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，a 是 AB 的个体，即 $a\in N_I(AB)$，C 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念，相对于 AB，C 是 a 的 MSC，当且仅当满足下列两个条件：

(1) $a\in_{AB}C$；

(2) 对 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 D，如果 $a\in_{AB}D$，则 $C\sqsubseteq D$.

对于 εL，εL 的 MSC 不一定存在. 由于 εL 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的子系统，因而 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 也不一定存在. 本文用近似的方法来求出 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC.

定义 8. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，a 是 AB 的个体，即 $a\in N_I(AB)$，C 是 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念，$k\in IN$ 是一个非负整数，相对于 AB，C 是 a 的 k-近似 MSC（记为 $C=MSC_{k,AB}(a)$），当且仅当满足下列 3 个条件：

(1) $a\in_{AB}C$；

(2) $rdepth(C)\le k$；

(3) 对 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 D，如果 $a\in_{AB}D$，$rdepth(D)\le k$，则 $C\sqsubseteq D$.

定义 9. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$，$p=v_0R_1v_1R_2\cdots R_nv_n$ 是从 v_0 到 v_n 的长度为 n 的路径，如果对任意 $1\le i\le n$，$v_{i-1}R_iv_i\in E$. 路径 p 的长度记为 $|p|$. 从 v_0 到 v_n 的路径 $p=v_0R_1v_1R_2\cdots R_nv_n$ 称为从 v_0 到 v_n 的 $R_1\cdots R_n$-路径.

定义 10. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$，$a\in V$，相对于 AB，a 的树 $T(a,\mathcal{DG}(AB))=(V^t,E^t,a,l^t)$ 定义如下：

(1) $V^t=\{aR_1v_1R_2v_2\cdots R_nv_n \mid aR_1v_1R_2\cdots R_nv_n$ 是 $\mathcal{DG}(AB)$ 中从 a 到 v_n 的一条路径$\}$；

(2) $E^t=\{pRq \mid p,q\in V^t, p=aR_1v_1R_2\cdots R_nv_n, q=aR_1v_1R_2\cdots R_nv_nRw\}$；

(3) $l^t(p)=l(v)$，如果 $p=aR_1v_1R_2\cdots R_nv$.

给定非负整数 $k\in IN$，相对于 $\mathcal{DG}(AB)$ 和 k，a 的树 $T_k(a,\mathcal{DG}(AB))=(V_k^t,E_k^t,a,l_k^t)$ 定义如下：

(1) $V_k^t=\{p\in V^t \mid |p|\le k\}$；

(2) $E_k^t=E^t\cap(V_k^t\times N_R\times V_k^t)$；

(3) $l_k^t(p)=l^t(p)$，如果 $p\in V_k^t$.

定理 5. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，a 是 AB 的个体，即 $a\in N_I(AB)$，非负整数 $k\in IN$，则相对于 AB，$C(T_k(a,\mathcal{DG}(AB)))$ 是 a 的 k-近似 MSC，即 $C(T_k(a,\mathcal{DG}(AB)))=\mathrm{MSC}_{k,AB}(a)$.

证明. 令 AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)=(V,E,l)$，a 的树 $T_k(a,\mathcal{DG}(AB))=(V_k^t,E_k^t,a,l_k^t)$. 要证明 $C(T_k(a,\mathcal{DG}(AB)))=\mathrm{MSC}_{k,AB}(a)$，只需证明 $C(T_k(a,\mathcal{DG}(AB)))$ 满足定义 8 的 3 个条件.

定义从 $T_k(a,\mathcal{DG}(AB))$ 到 $\mathcal{DG}(AB)$ 的映射 φ：

$V_k^t \to V$ 如下:

对任意路径 $p = aR_1v_1R_2\cdots R_nv \in V_k^t$, $\varphi(p) = v$.

由于 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 是深度小于等于 k 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 (V_k^t, E_k^t, a, l_k^t), $\mathcal{DG}(AB)$ 是 AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图, 因而要证明 $a \in_{AB} C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$, 根据定理 3, 只需证明 φ 是从 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB)) = (V_k^t, E_k^t, a, l_k^t)$ 到 $\mathcal{DG}(AB) = (V, E, l)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态, 并且 $\varphi(a) = a$.

由 φ 的定义可知 $\varphi(a) = a$. 可以证明 φ 满足定义 5 的 3 个条件. 因此, $a \in_{AB} C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$, 即 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$ 满足定义 8 第 1 个条件.

由 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 的定义可知, $V_k^t = \{p \in V^t \mid |p| \le k\}$, $E_k^t = E^t \cap (V_k^t \times N_R \times V_k^t)$, 即 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 的深度至多为 k, 从而将 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 转化为对应的概念的深度也至多为 k, 因此 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$ 满足定义 8 第 2 个条件.

给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的任意概念 C, $a \in_{AB} C$, $rdepth(C) \le k$, 下面证明 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB))) \sqsubseteq C$.

假设 C 对应的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $\mathcal{DT}(C) = (V_C, E_C, v_0, l_C)$, 因为 $a \in_{AB} C$, 由定理 3 可知, 存在一个从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $\mathcal{DG}(AB)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态. $\mu: V_C \to V$, 使得 $\mu(v_0) = a$. 利用 μ, 如下定义从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 的映射 ψ:

任给 $v \in V_C$, 令 $v_0R_1v_1R_2\cdots R_{n-1}v_{n-1}R_nv$ 是 $\mathcal{DT}(C)$ 中从 v_0 到 v 的路径, 因为 $\mathcal{DT}(C)$ 是 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树, 因而该路径是唯一的. 定义 $p(v) = \mu(v_0)R_1\mu(v_1)R_2\cdots R_{n-1}\mu(v_{n-1})R_n\mu(v)$, 因为 μ 是从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $\mathcal{DG}(AB)$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态, 即对 $v_0R_1v_1R_2\cdots R_{n-1}v_{n-1}R_nv$ 中的任意 $v_iR_{i+1}v_{i+1}$, $\mu(v_i)R_{i+1}\mu(v_{i+1}) \in E$, 所以 $\mu(v_0)$ 到 $\mu(v)$ 是 $\mathcal{DG}(AB)$ 中的一条路径, 从而 $p(v)$ 的定义是有意义的. 令 $\psi(v) = p(v)$, 可以证明 ψ 是从 $\mathcal{DT}(C)$ 到 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套. 根据定理 1 可得 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB))) \sqsubseteq C$. 所以 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$ 满足定义 8 第 3 个条件.

所以, $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB))) = \mathrm{MSC}_{k,AB}(a)$.

证毕.

可以看出, 定理 5 是文献[11]定理 3 的推广.

由定理 5 可以给出如下 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 k-近似 MSC 推理算法.

算法 1. k-近似 MSC 推理算法.

输入: ABox AB, AB 的个体 a, 非负整数 k

输出: a 的 k-近似 MSC

1. 求出 AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$.
2. 求出 a 的树 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$.
3. 将 $T_k(a, \mathcal{DG}(AB))$ 转化为 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念, 记为 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$.
4. 返回 $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$.
5. 算法结束.

说明: 由定理 5 和算法 1 可以看出, 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB 以及 AB 的任意个体 a, 相对于 AB, a 的 k-近似 MSC 一定存在, 即 $MSC_{k,AB}(a) = C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$. 因此, 当 k 越大时, $C(T_k(a, \mathcal{DG}(AB)))$ 就越接近 a 的 MSC(在 a 的 MSC 存在的条件下). 也就是说, 算法 1 的推理具有单调性.

例 5. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的概念 $C = A \sqcap \exists R.(A, B \sqcap \exists R.(A, B), \exists S.(A, A \sqcap B)) \sqcap \exists S.(A, A \sqcap B)$, ABox $AB = \{a{:}C,\ b{:}A \sqcap B, R(a, b)\}$, AB 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$ 如图 5 所示, a 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $T_2(a, \mathcal{DG}(AB))$ 如图 6 所示. 因此, $T_2(a, \mathcal{DG}(AB))$ 对应的 $\varepsilon L^{(n)}$ 概念 $A \sqcap \exists R.(A, A \sqcap B, B \sqcap \exists R.(A, B), \exists S.(A, A \sqcap B)) \sqcap \exists S.(A, A \sqcap B)$ 是 a 的 2-近似 MSC.

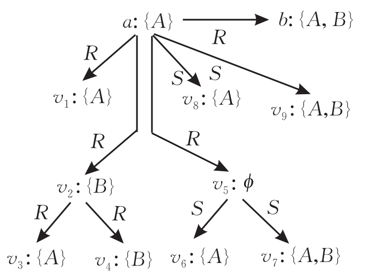

图 5　$\varepsilon L^{(n)}$-描述图 $\mathcal{DG}(AB)$

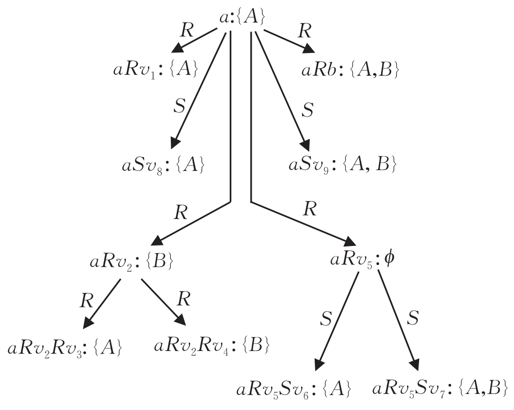

图 6　深度为 2 的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树 $T_2(a, \mathcal{DG}(AB))$

由定理 5 和文献[11]的定理 3 可知, εL 和 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 推理都可以转化为描述图推理. 因此, εL 的 MSC 推理和 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 推理的时间复杂性相同. 因而有下列定理.

定理 6. 给定 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 ABox AB，a 是 AB 的个体，即 $a\in N_I(AB)$，非负整数 $k\in IN$，则相对于 AB，计算 a 的 k-近似 MSC 能够在指数时间 $O(|AB|^k)$ 内完成，其中 $|AB|=|N_I(AB)|+|\{R(a,b)|R(a,b)\in AB\}|+\sum_{C(a)\in AB}|C|$，$|C|$ 表示 C 中概念名、关系名和构造算子出现次数的和.

6 相关工作

Baader[18] 提出了描述逻辑 εL，给出了 εL 的包含推理和 LCS 推理算法. 自从 εL 提出以后，许多学者从不同角度对 εL 进行了完善和推广.

Brandt[19] 将 GCI 公理引入 εL，提出了 εLH，给出了 εLH 的包含推理和实例推理算法. Baader[20] 将具体论域引入 εL，提出了 εL^{++}，给出了 εL^{++} 的包含推理算法以及分别将原子否定、并、最小数量约束≥2 和逆构造算子引入 εL，提出了 $\varepsilon L^{\neg}$、εLU、$\varepsilon L^{\geq 2}$ 和 εLI. Baader[21] 还将传递关系(或传递闭包)引入 εL，提出了 εL^{+}，给出了 εL^{+} 的包含推理算法. Baader[14-15] 将 n-元存在量词引入 εL，提出了 $\varepsilon L^{(n)}$，并给出了 $\varepsilon L^{(n)}$ 的包含推理算法. 本文进一步研究了 $\varepsilon L^{(n)}$ 非标准推理的 MSC 推理.

为了 εL 能处理循环术语集，Baader[22] 提出了 εL 循环术语集，利用描述图给出了最大不动点语义、最小不动点语义和描述语义下包含推理算法. Brandt[23] 提出了 εL 循环术语集混合 TBox，将 TBox 分成两部分：基础 TBox 和术语 TBox，并给出了最大不动点语义下 TBox 约束的包含推理算法. 在 εL 循环术语集的非标准推理方面，Baader 利用描述图给出了最大不动点语义下 εL 循环术语集的 LCS 和 MSC 推理算法[9]，以及描述语义下 εL 循环术语集 LCS 和 MSC 存在的充要条件及充分条件下 LCS 和 MSC 推理算法[24]. 为了 LCS 和 MSC 推理能处理包含公理，在 Baader[9] 的基础上蒋运承利用描述图给出了最大不动点语义下 εL 混合循环术语集的 LCS 和 MSC 推理算法[10]. 对于 εL 家族循环术语集非标准推理的匹配推理以及表达能力强的 εL 循环术语集(εLU 循环术语集)的包含推理等问题都值得深入研究.

应用方面，Baader 利用 εL 表示和推理生命科学本体[25] 以及利用 $\varepsilon L^{(n)}$ 表示和推理过程知识[14-15]. 针对本体设计的需求，Lutz[26] 提出了 εL 的保守扩充推理问题，并给出了保守扩充的推理算法. 针对本体解释的需求，Baader[27] 给出了 εL^{+} 的 Pinpointing 推理算法，用来对推理结果进行解释. Krisnadhi[28] 研究了 εL 家族实例检测和查询推理问题.

7 结束语

研究了带 n-元存在量词的 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 推理问题. 提出了一种新的 $\varepsilon L^{(n)}$-描述图，利用描述树和描述图给出了 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 MSC 近似推理算法，并利用 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树嵌套和 $\varepsilon L^{(n)}$-描述树描述图同态证明了 MSC 近似推理算法的正确性. 进一步工作主要有：研究 $\varepsilon L^{(n)}$ 的 LCS 推理和匹配推理、扩充 $\varepsilon L^{(n)}$(添加否定、并、逆或数量约束构造算子)以及研究 $\varepsilon L^{(n)}$ 循环术语集的推理.

参 考 文 献

[1] Baader F, Calvanese D, McGuinness D, Nardi D, Patel-Schneider P. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. 2nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2007

[2] Jiang Yun-Cheng, Wang Ju, Deng Pei-Min, Tang Yong. Semantics and reasoning of terminological cycles in description logic FL⁻. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(2): 185-195(in Chinese)
(蒋运承，王驹，邓培民，汤庸. 描述逻辑 FL⁻ 循环术语集的语义及推理. 计算机学报，2008，31(2)：185-195)

[3] Cao Fa-Sheng, Yu Quan, Wang Ju, Jiang Yun-Cheng. Condition of cyclic ALCN-Tbox exists model. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(1): 16-23(in Chinese)
(曹发生，余泉，王驹，蒋运承. 循环 ALCN-Tbox 具有模型的条件. 计算机学报，2008，31(1)：16-23)

[4] Baader F, Kusters R. Non-standard inferences in description logics: The story so far//Gabbay D M, Goncharov S S, Zakharyaschev M eds. Mathematical Problems from Applied Logic. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 1-75

[5] Kusters R. Non-standard inferences in description logics// LNAI 2100. Berlin: Springer-Verlag, 2001

[6] Jiang Yun-Cheng, Shi Zhong-Zhi, Tang Yong, Wang Ju. Fuzzy description logic for semantics representation of the semantic Web. Journal of Software, 2007, 18(6): 1257-1269 (in Chinese)
(蒋运承，史忠植，汤庸，王驹. 面向语义 Web 语义表示的模糊描述逻辑. 软件学报，2007，18(6)：1257-1269)

[7] Jiang Yun-Cheng, Tang Yong, Wang Ju. Fuzzy ER modeling with description logics. Journal of Software, 2006, 17 (1): 20-30(in Chinese)
(蒋运承，汤庸，王驹. 基于描述逻辑的模糊 ER 模型. 软件学报，2006，17(1)：20-30)

[8] Baader F, Kusters R. Computing the least common subsumer and the most specific concept in the presence of cyclic ALN-concept descriptions//Herzog O, Gunter A eds. Proceedings of the 22nd Annual German Conference on Artificial Intelligence. LNCS 1504. Berlin: Springer-Verlag, 1998: 129-140

[9] Baader F. Least common subsumers and most specific concepts in a description logic with existential restrictions and terminological cycles//Gottlob G, Walsh T eds. Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003: 319-324

[10] Jiang Yun-Cheng, Wang Ju, Zhou Sheng-Ming, Tang Yong. LCS and MSC reasoning of hybrid terminological cycles in description logic εL. Journal of Software, 2008, 19(10): 2483-2497(in Chinese)

(蒋运承,王驹,周生明,汤庸. 描述逻辑 εL 混合循环术语集的 LCS 和 MSC 推理. 软件学报, 2008, 19(10): 2483-2497)

[11] Kusters R, Molitor R. Approximating most specific concepts in description logics with existential restrictions. AI Communications, 2001, 15(1): 47-59

[12] Kusters R, Molitor R. Computing most specific concepts in description logics with existential restrictions. Dresden University of Technology, Dresden, Germany: Technical Report LTCS-Report 00-05, 2000

[13] Theiben M, Wedel L V. The need for an n-ary existential quantifier in description logics//Bechhofer S, Haarslev V, Lutz C, Moeller R eds. Proceedings of the KI-2004 Workshop on Applications of Description Logics. CEUR Workshop Proceedings 115. Dresden, Germany: CEUR-WS.org, 2004: 51-60

[14] Baader F, Lutz C, Karabaev E, Theiben M. A new n-ary existential quantifier in description logics//Furbach U ed. Proceedings of the 28th Annual German Conference on Artificial Intelligence. LNCS 3698. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 18-33

[15] Baader F, Lutz C, Karabaev E, Theiben M. A new n-ary existential quantifier in description logics//Horrocks I, Sattler U, Wolter F eds. Proceedings of the 2005 International Workshop on Description Logics. CEUR Workshop Proceedings 147. Dresden, Germany: CEUR-WS.org, 2005: 1-12

[16] Baader F, Lutz C, Karabaev E, Theiben M. A new n-ary existential quantifier in description logics. Dresden University of Technology, Dresden, Germany: Technical Report LTCS-Report 05-08, 2005: 1-35

[17] Garey M R, Johnson D S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. New York: W H Freeman and Company, 1979

[18] Baader F, Kusters R, Molitor R. Computing least common subsumers in description logics with existential restrictions//Dean T ed. Proceedings of the 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Seattle, USA. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1999: 96-101

[19] Brandt S. On subsumption and instance problem in εLH w.r.t. general TBoxes//Haarslev V, Moller R eds. Proceedings of the 2004 International Workshop on Description Logics. CEUR Workshop Proceedings 104. Whistler, Canada. Dresden, Germany: CEUR-WS.org, 2004: 21-30

[20] Baader F, Brandt S, Lutz C. Pushing the εL envelope//Kaelbling L P, Saffiotti A eds. Proceedings of the 19th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Edinburgh, Scotland. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2005: 364-369

[21] Baader F, Lutz C, Suntisrivaraporn B. Efficient reasoning in εL^{+}//Parsia B, Sattler U, Toman D eds. Proceedings of the 2006 International Workshop on Description Logics. CEUR Workshop Proceedings 189. Dresden, Germany: CEUR-WS.org, 2006: 13-24

[22] Baader F. Terminological cycles in a description logic with existential restrictions//Gottlob G, Walsh T eds. Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Acapulco, Mexico. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003: 325-330

[23] Brandt S, Model J. Subsumption in εL w.r.t. hybrid TBoxes//Furbach U ed. Proceedings of the 28th Annual German Conference on Artificial Intelligence. LNCS 3698. Koblenz, Germany. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 34-48

[24] Baader F. Computing the least common subsumer in the description logic εL w.r.t. terminological cycles with descriptive semantics//Moor A D, Lex W, Ganter B eds. Proceedings of the 11th International Conference on Conceptual Structures. LNAI 2746. Dresden, Germany. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 117-130

[25] Baader F, Lutz C, Suntisrivaraporn B. CEL—A polynomial-time reasoner for life science ontologies//Furbach U, Shankar N eds. Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Automated Reasoning. LNAI 4130. Seattle, USA. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 287-291

[26] Lutz C, Wolter F. Conservative extensions in the lightweight description logic εL//Pfenning F ed. Proceedings of the 21st Conference on Automated Deduction. LNCS 4603. Bremen, Germany. Berlin: Springer, 2007: 84-99

[27] Baader F, Penaloza R, Suntisrivaraporn B. Pinpointing in the description logic εL^{+}//Hertzberg J, Beetz M, Englert R eds. Proceedings of the 30th German Conference on Artificial Intelligence. LNAI 4667. Kaiserslautern, Germany. Berlin: Springer, 2007: 52-67

[28] Krisnadhi A, Lutz C. Data complexity in the εL family of description logics//Dershowitz N, Voronkov A eds. Proceedings of the 14th International Conference on Logic for Programming Artificial Intelligence and Reasoning. LNCS 4790. Yerevan, Armenia. Berlin: Springer, 2007: 333-347

JIANG Yun-Cheng, born in 1974, Ph. D., professor. His main research interests include description logics, semantic computing and semantic Web.

TANG Su-Qin, born in 1972, Ph. D. candidate, associate professor. Her main research interests include description logics and ontology.

Background

Description Logics (DLs) are a class of knowledge representation formalisms in the tradition of semantic networks and frames, which can be used to represent the terminological knowledge of an application domain in a structured and formally well-understood way. DL systems provide their users with inference services that deduce implicit knowledge from the explicitly represented knowledge. They are employed in various application domains, such as semantic Web, ontologies, databases, and software engineering. Important characteristics of DLs are high expressivity together with decidability, which guarantee that reasoning algorithms always terminate with correct answers. Standard inference problems such as the subsumption and the instance problem are now well-understood. In applications of DL systems it has turned out that building and maintaining large DL knowledge bases can further facilitated by procedures for other, non-standard inference problem, such as computing the least common subsumer and the most specific concept, and rewriting and matching of concepts. The inference algorithm of approximating MSC in $\varepsilon L^{(n)}$ is presented, and the correctness of inference algorithm of approximating MSC is proved. The work is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 60663001 and 60573010, the Open Foundation of the State Key Laboratory of Computer Science of Chinese Academy of Sciences under grant No. SYSKF0904, and the Natural Science Foundation of Guangxi Province of China under grant Nos. 0640030, 0991100 and 0832103.