

用改进的散射搜索法求解带平衡约束的 圆形 Packing 问题

王奕首^{1),2)} 史彦军²⁾ 滕弘飞^{2),3)}

¹⁾(大连理工大学航空航天学院 辽宁 大连 116024)

²⁾(大连理工大学机械工程学院 辽宁 大连 116024)

³⁾(大连理工大学计算机科学与工程系 辽宁 大连 116024)

摘 要 以卫星布局为背景的带平衡约束的圆形 Packing 问题属 NP 难问题. 该文用给出的改进的散射搜索方法求解. 一是给出基于极坐标变换的散射搜索多样性生成策略; 二是采取基于极角和极径差异度的参考集更新策略; 三是用梯度下降法和 Nelder-Mead 直接搜索法分别作为散射搜索法中不同阶段所产生新解的改进方法, 从而构成改进的散射搜索法, 提高了散射搜索法的探索和搜索能力. 数值实验结果表明了该改进散射搜索法的可行性和有效性.

关键词 带平衡约束 Packing 问题; 散射搜索; 局部搜索; 启发式方法

中图法分类号 TP391 **DOI 号:** 10.3724/SP.J.1016.2009.01214

An Improved Scatter Search for Circles Packing Problem with the Equilibrium Constraint

WANG Yi-Shou^{1),2)} SHI Yan-Jun²⁾ TENG Hong-Fei^{2),3)}

¹⁾(School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024)

²⁾(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024)

³⁾(Department of Computer Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024)

Abstract The equilibrium-constrained circles Packing problem with the background of satellite module layout design belongs to NP-hard problem. The authors extend scatter search (SS) to deal with this problem, and propose the improved scatter search. The authors empirically study the coordinate transformation-based diversification method and the reference set update method on the basis of two dissimilarities. The gradient descent algorithm and Nelder-Mead simplex algorithm are adopted to improve the trial solution generated at two different stages in SS, respectively. The improved scatter search can make a tradeoff between exploration and exploitation. Experiment results show the feasibility and effectiveness of the improved scatter search.

Keywords equilibrium constrained Packing problem; scatter search; local search; heuristic method

1 引 言

Packing 问题是经典的组合优化问题, 属于

NP-Hard 问题, 在制造、物流、网络通信、航天(如卫星舱布局)等领域有广泛应用^[1-3]. 本文主要研究带平衡约束的圆形 Packing 问题, 属约束布局优化问题, 其应用背景是在一个带自旋的返回式卫星舱内,

收稿日期: 2007-01-27; 最终修改稿收到日期: 2008-11-18. 本课题得到国家自然科学基金(50275019, 50575031, 60674078)和国家“八六三”高技术研究发展计划项目基金(2006AA04Z109)、大连理工大学科研启动基金(893302)资助. 王奕首, 男, 1978 年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为航天器布局、演化计算和知识融合. E-mail: wangys@dlut.edu.cn. 史彦军, 男, 1973 年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为布局设计、演化计算. 滕弘飞, 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为 CAD 及优化、布局设计、计算智能和知识融合.

布置仪器、设备等有效载荷(简称为待布物),使得待布物互不干涉,空间利用率高,且系统质心要尽量靠近卫星舱的中心轴线,使得卫星舱的静不平衡量尽可能小^[3].文献[3]以此为背景,给出了带平衡约束的 Packing 问题(简称圆桌摆盘问题),并采用敏感度分析、模式迭换法和主布模法等启发式方法进行求解.文献[4]将此问题扩展到了三维带性能约束的卫星舱布局问题.

带平衡性能约束的圆形 Packing 问题,具有多峰、非凸、非线性等特点,求解困难.求解该问题较有效的求解方法,一般是启发式算法、演化算法、启发式或局部搜索和演化算法的混合算法等.针对此问题求解,1999 年唐飞等^[5]给出了改进遗传算法,2001 年钱志勤等^[2]给出了人机交互遗传算法,2004 年李宁等^[6]采用了变异粒子群;2005 年周驰等^[7]则利用了基于粒子群算法和直接搜索法的混合算法;2006 年刘建等^[8]用改进的差异演化算法;2006 年黄文奇等^[9]在文献[10]基础上,用拟物拟人法进行求解,该方法求得的结果就作者所知是目前最好的结果.

启发式方法(如文献[10])较之于演化算法,针对性强,但普适性不强;局部搜索法速度快、精度高,但易陷入局部最优;而一般的演化算法具有全局搜索的优点,但缺乏有效的局部区域搜索机制,收敛速度较慢.文献[11]指出演化算法和局部搜索算法的混合是提高演化算法性能的一个有效机制.关键是针对领域问题,采用何种局部搜索或启发式方法和演化算法相结合,所用演化算法应具备何种好的性能,如何发挥局部搜索和演化算法全局搜索的各自特长,相辅相成.

本文针对带平衡约束的圆形 Packing 问题特点,采用文献[10]拟物思想将圆形 Packing 优化问题转换为一个连续可微的势能函数优化问题表达形式,并用罚函数法将带平衡约束的圆形 Packing 问题转换为无约束的优化问题;进而以散射搜索法(Scatter Search, SS)^[12]为基础,集成了两种局部搜索算法(梯度下降法和 Nelder-Mead 直接搜索法),构成改进的散射搜索法(Improved Scatter Search, ISS),用于求解该问题.

SS 作为一种新兴的演化算法已经成功应用于组合优化问题求解^[12-13]. SS 基本思想最早是 Glover^[14]于 20 世纪 70 年代提出的,但直到 90 年代中后期因为 Scatter search template 出现才被广泛应用和研究. SS 框架十分灵活,可根据不同领域问题的特点,对 SS 框架各部分加以改进(尤其是和局部搜索相结合),提高其求解质量^[15].本文的研究目的是拓宽

SS 的应用领域,为求解带性能约束的布局问题提供新的途径,最终用于求解三维复杂约束的卫星舱布局问题^[4,16].

2 问题的描述及求解策略

2.1 问题的描述

以舱式布局(见图 1(a))为背景的带静不平衡约束的圆形 Packing 问题描述如下^[3]:将 n 个不等圆形待布物互不干涉地放置于某一圆形容器中,并使容器 D 半径 R 最小,同时使系统静不平衡尽可能小.设任一圆形待布物 A_i 的形心(质心)坐标为 $C_i(x_i, y_i)$,半径为 r_i ,质量为 m_i .设 $X=(x_1, y_1, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n)$ 表示一个 2D 布局方案,如图 1(b)所示,则带静不平衡约束的圆形 Packing 问题可表示为

$$\min f_1(X) = \max_i \{ \sqrt{x_i^2 + y_i^2} + r_i \}, \quad \forall 1 \leq i \leq n \quad (1)$$

s. t.

$$g_1(X) = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} - (R - r_i) \leq 0, \quad \forall 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

$$g_2(X) = r_i + r_j - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \leq 0, \quad \forall 1 \leq i, j \leq n, i \neq j \quad (3)$$

$$g_3(X) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n m_i x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i y_i\right)^2} - \delta_j \leq 0, \quad \forall 1 \leq i \leq n \quad (4)$$

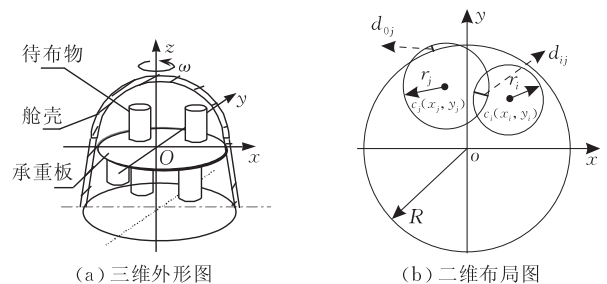


图 1 舱式布局图

其中目标式(1)是使装填 n 个圆形待布物的容器半径(各待布物的最大包络圆半径) R 最小,约束式(2)使任意 A_i 包含在容器 D 内,约束式(3)是任意两圆形待布物互不干涉,约束式(4)表示布局后的系统的

静不平衡量 $J(= \sqrt{(\sum_{i=1}^n m_i x_i)^2 + (\sum_{i=1}^n m_i y_i)^2})$ 小于许用值 δ_j .

2.2 求解策略

式(1)~式(4)约束优化问题可采用罚函数法化为无约束问题.文献[9]借鉴拟物思想^[10],将带平衡约束的不等圆 Packing 问题转换为无约束问题:

$$\begin{aligned}
 U(X) &= U_e(X) + \lambda J^2 \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij}^2 + \lambda \left[\left(\sum_{i=1}^n m_i x_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i y_i \right)^2 \right]
 \end{aligned} \quad (5)$$

其中,能量函数 $U_e(X)$ 同文献[10], J 为整个布局系统的静不平衡能量, λ 为罚系数,可根据许用值 δ_j 大小进行确定(λ 一般取 $1.0\text{E-}8 \sim 1.0\text{E-}4 \times \delta_j$). $d_{0j} = d_{j0} = \max(0, r_j + \sqrt{x_j^2 + y_j^2} - R)$, $d_{ij} = d_{ji} = \max(0, r_i + r_j - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2})$; $i=0$ 表示容器, d_{ij} 和 d_{0j} 的几何意义如图 1(b) 所示;具体物理意义可参见文献[10].

文献[9]求解该带平衡约束的圆形 Packing 问题是采用梯度法(最陡下降法)对式(6)直接进行优化,为了避免陷入局部最优,又采取了拟人法以跳出局部陷阱,取得了很好的计算结果,但在达到给定优化目标的计算时间上显得不够稳定.这主要是因为布局问题一般具有很多局部最优解.

一般的演化算法(如 GA、PSO)本身具有一定跳出局部最优的能力,但能力有限,况且它又是基于种群的概率搜索,因此大多数演化算法在计算时间上不够稳定.值得注意的是,SS 是一种基于群体的确定性演化算法(在计算时间上很稳定)[12],且具有灵活的框架,易于局部搜索或启发式相结合.多年来,本课题组关于带性能约束的 Packing 问题和复杂工程布局问题研究工作[17]也表明,采用有效的演化算法与启发式算法或局部搜索相结合是求解该问题的有效途径.因此,本文采用 SS 和局部搜索相结合,发挥局部搜索法深度搜索和 SS 全局搜索的各自优点,使之相辅相成.

3 散射搜索法

SS 已成功应用到很多领域,如分配、图论、商业软件以及线性排序等问题,目前已成为组合优化问题求解的一个有效方法[12-15].

SS 在结构上一般包括 5 个部分:(1)多样解生成法;(2)新解改进法;(3)参考解集更新法;(4)子集生成法;(5)参考解的组合法. SS 的基本过程是,首先利用多样性解生成法生成多样性初始解,并用新解改进法对每一个解进行改进,加入初始种群 P ;根据解质量(目标函数值优劣)和多样性指标,从 P 选择若干个解构成初始参考集($RefSet$).然后利用子集生成法从 $RefSet$ 中系统化生成一系列子集,对这些子集中的解利用组合法策略化地生成新的解,然后利用新解改进法对该新解进行改进,进而利用该解对参考集进行更新,反复执行上述过程,直到满

足结束准则.

3.1 多样性种群生成

由于 SS 的基本机制是参考集组合生成新解,因此参考集中一般不允许存在两个相同的解,这样在初始化时必须保持种群的多样性.对实数编码的优化问题,常用受控的随机方法和频率记忆方法[15].本文给出基于极坐标的受控随机生成法,见 4.1 节.

3.2 新解改进

改进方法一般是用在散射搜索法的多样性初始解和组合方法产生的新解进行改进.本文针对圆形约束布局问题特点,采取梯度下降法和 Nelder-Mead 直接搜索法(复合形法)[18]两种方法.具体见 4.3 节.

3.3 参考集构造

参考集是 SS 的核心.若参考集缺乏多样性,即使通过组合和改进方法,也不会产生更好解,因为多样性为子集生成方法提供了基本结构.因此,现有 SS 应用中一般把参考集($RefSet$)分为两部分:优质解参考集($RefSet1$)和多样性解参考集($RefSet2$).设参考集 $Refset$ 的数目为 $b = b_1 + b_2$,其中 b_1 和 b_2 分别是 $RefSet1$ 和 $RefSet2$ 中参考解的数量.具体构造方法见文献[12].参考集的更新方法一般有动态和静态两种.因为本问题尚不太复杂,所以采取静态更新方法,具体见 4.2 节.

3.4 子集生成方法

子集是 SS 组合的基础.一般的子集生成方法是包含 2 个解的子集生成法,即对参考集中 b 个解进行两两组合,构成解对(pairs),则共有 $b(b-1)/2$ 个子集.以此为基础,则可以衍生出其它子集生成方法.目前实验表明,SS 的搜索能力相当程度上取决于解对的组合[15].因此,本文采取包含 2 个解的子集生成法.

3.5 组合法

组合法一般取决于所要解决问题的特点.本文采取线性组合法.设每一子集(解对)中两个解为 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ($x_i, y_i \in [a_i, b_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$),设 $d_i^{\min} = \min(x_i, y_i)$, $d_i^{\max} = \max(x_i, y_i)$,且 $d_i = r \cdot (d_i^{\max} - d_i^{\min})/2$, r 是区间 $(0, 1)$ 的一个随机数,则组合后可产生 3 个新解

$$Z = (z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n):$$

$$Z': z_i = c_{\min} - d_i;$$

$$Z'': z_i = c_{\min} + d_i;$$

$$Z''': z_i = c_{\max} + d_i.$$

这种组合所产生的新解既能继承父代的优秀基

因,又能保持种群的多样性.从启发式角度看,所产生的 Z, Z' 和 Z'' ,如果与原解距离较大时,也相当于文献[10]具有“跳”的搜索功能.

如上所述,SS 具有灵活的框架,可以针对具体问题的特点,构造相应的求解策略和方法.本文针对带平衡约束的圆形 Packing 问题,以下主要对多样性初始解集的生成、参考集更新方法进行讨论,并与梯度下降法和直接搜索法相结合,构成改进散射搜索法(以下简称为 ISS).

4 改进的散射搜索法(ISS)

4.1 多样性初始解生成

为了构造多样性初始解,本文采用基于极坐标的受控的随机法和频率记忆法来生成多样性种群 P . 目的是使各圆形待布物较均匀分布在解空间的布局初始模式. 设以容器中心为极点,则任一待布置圆的形心可表示为 $A_i(\rho_i, \theta_i)$, 其中极角 θ_i 的变化区间为 $[0, 2\pi)$, 极径 ρ_i 的变化区间为 $[0, R]$. 将极角变化区间 $[0, 2\pi]$ 分为 8 个子等区间,即 $[(j-1) \cdot \pi/4, j \cdot \pi/4]$, 其中 $j=1, 2, \dots, 8$. 通过如下两个步骤产生初始解中任一圆 c_i 极角 θ_i : 首先随机选择一个子区间(该区间的选择概率与所选中的频率成反比),然后在所选择的子区间内随机生成一个值. 极角 θ_i 在子区间 j 产生的随机值的次数统计为 $freq(\theta_i, j)$. 对于极径 ρ_i , 则采取随机初始化方法生成;最后再将其转换为笛卡尔坐标: $c_i(x_i, y_i) = c_i(\rho_i \cdot \cos\theta_i, \rho_i \cdot \sin\theta_i)$. 这样保证生成的初始解具有较好的多样性,并较网格法简单.

4.2 参考集更新策略

本文采用静态更新方法,以充分利用初始参考集中各解的信息. 针对带不平衡约束的圆形 Packing 问题,为了有效更新参考集中优质解参考集 $RefSet1$ 和多样性解参考集 $RefSet2$, 本文提出了新的更新策略. 首先引入了两个衡量多样性的指标:极角差异度和极径差异度.

为叙述方便,我们将参考集中的解用极坐标表示,即 $X = (\rho_1, \theta_1, \rho_1, \theta_1, \dots, \rho_i, \theta_i, \dots, \rho_n, \theta_n)$, 其中 $\rho_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$, $\theta_i = \arctan(y_i/x_i)$. 假设用 $n \times 2$ 数组表示一个解 $X^{(l)}$, 即每一行元素 $X_{r_i, \rho_i}^{(l)}$ 和 $X_{r_i, \theta_i}^{(l)}$ 分别表示半径为 r_i 圆的极径为 ρ_i 和极角 θ_i . 为了估量两个不同解 $X^{(l)}$ 和 $X^{(m)}$ 的差异,我们用 $\rho_{dis}(X^{(l)}, X^{(m)})$ 和 $\theta_{dis}(X^{(l)}, X^{(m)})$ 分别表示极径差异度和极角差异度,计算公式如下:

$$\rho_{dis}(X^{(l)}, X^{(m)}) = \sum_{i=1}^n |X_{r_i, \rho_i}^{(l)} - X_{r_i, \rho_i}^{(m)}| \quad (6)$$

$$\theta_{dis}(X^{(l)}, X^{(m)}) = \sum_{i=1}^n |X_{r_i, \theta_i}^{(l)} - X_{r_i, \theta_i}^{(m)}| \quad (7)$$

进而可定义参考集中 $RefSet1$ 的平均极径差异度 $\bar{\rho}_{dis}$ 和 $RefSet2$ 的平均极角差异度 $\bar{\theta}_{dis}$:

$$\bar{\rho}_{dis} = \frac{\sum_{l < m < b_1} \rho(X^{(l)}, X^{(m)})}{b_1(b_1-1)/2} \quad (8)$$

$$\bar{\theta}_{dis} = \frac{\sum_{l < m < b_2} \theta(X^{(l)}, X^{(m)})}{b_2(b_2-1)/2} \quad (9)$$

本文的参考集静态更新方法是将组合方法产生的新解加以改进,并存储到临时种群池. 对该临时种群池中的任一个体 $X^{(j)}$, 在 $RefSet1$ 中找到与其具有最小极径差异度的解 $X^{(l')}$, 在 $RefSet2$ 中找到与其具有最小极角差异度的解 $X^{(l'')}$, 即

$$\rho_{dis}(j) = \min_{l' \in 1, \dots, b_1} \{\rho_{dis}(X^{(j)}, X^{(l')})\} \quad (10)$$

$$\theta_{dis}(j) = \min_{l'' \in 1, \dots, b_2} \{\theta_{dis}(X^{(j)}, X^{(l'')})\} \quad (11)$$

在上述两个差异度的基础上,参考集 $RefSet$ 的静态更新分为两部分.

参考集中 $RefSet1$ 更新步骤如下:

1. 若 $\rho_{dis}(j) < \bar{\rho}_{dis}$, 则判断 $X^{(j)}$ 的目标值是否小于 $X^{(l')}$ 的目标函数值,若是,则 $X^{(j)}$ 替代 $X^{(l')}$; 否则不更新.
2. 若 $\rho_{dis}(j) > \bar{\rho}_{dis}$, 则判断 $X^{(j)}$ 的目标值是否小于第 b_1 个解 $X^{(b_1)}$ 的目标值,若是,则 $X^{(j)}$ 替代 $X^{(b_1)}$; 否则不更新.
3. 按照目标函数值对 $RefSet1$ 进行从优到劣排序.

参考集中 $RefSet2$ 的更新步骤如下:

若 $|\theta_{dis}(j) - \bar{\theta}_{dis}| > \Delta\theta$, 则用 $X^{(j)}$ 代替参考集 $RefSet2$ 中的 $X^{(l'')}$; 否则不替代参考集中任何解.

4.3 基于梯度下降法和 Nelder-Mead 直接搜索法的新解改进方法

SS 算法框架中的改进方法一般采用局部搜索法. 改进对象是多样性生成法产生的初始解和组合产生的新解. 本文采取两种局部搜索法作为改进方法: 梯度下降法用于初始解改进, Nelder-Mead 直接搜索法^[18]用于组合产生新解的改进.

针对圆形 Packing 问题,采用黄文奇等拟物法化为能量函数^[10], 利用较简单的圆与圆中心矩计算干涉量,并用梯度法决定搜索方向,较为便捷. 另一方面,本文多样性生成法产生的初始解规模比较大,且需计算圆与圆干涉量,用梯度下降法求解速度快.

对于组合方法产生的新解改进,本文采取了 Nelder-Mead 直接搜索法. Nelder-Mead 直接搜索法无须函数的梯度信息,是解决非线性规划问题的有效方法. 它主要包含 3 个操作:映射、压缩和扩张. 详见文献[18].

本文的改进散射搜索法的流程如图 2 所示.

- 1.初始化阶段:
1.1利用基于极坐标的受控随机的多样性方法生成初始解;
1.2利用梯度下降法对初始解进行改进,加入初始种群P;
1.3反复执行1.1~1.2过程,直到P的规模达到Psize.
2.构造初始参考集-优质解参考集(RefSet1)和差异解参考集(RefSet2);
2.1按目标函数值对P中各解从优到劣排序,将前b1个解加入RefSet1;
2.2将此b1个解从P中删除;
2.3计算P各解与RefSet1中解的最小距离,将最小距离最大的解加入RefSet2;
2.4将该解从P中删除;
2.5反复执行2.3~2.4过程,直到RefSet2的规模达到b2.
3.参考集的演化阶段:
3.1应用包含2个解的子集生成法生成子集;
3.2利用组合方法对每个子集中2个解进行组合,生成3个组合新解;
3.3利用Nelder-Mead直接搜索法对组合新解进行改进,加入临时种群池;
3.4利用参考集更新策略对RefSet1和RefSet2进行更新;
3.5反复执行3.1~3.4过程,直到满足最大全局迭代次数(max_iter iterations).
4.结束,输出结果.

图 2 改进散射搜索法的流程图

5 算例验证

为了测试本文算法的性能,以计算时间(T)、最大包络半径(R)、不平衡量(J)和成功率(η_s)作为评价算法性能的指标.成功率定义为算法达到结束准则的求解成功次数在总运行次数中所占的百分比.若某次算法求得式(6)的目标函数值满足 $U(X)<1E-8$,则表示该次算法求解成功.为了便于同其它文献比较,本文采用目前文献经常使用的4个带静平衡约束的Packing算例.算例1引自文献[5],算例2引自文献[3],算例3引自文献[2],算例4引自文献[5].其中算例1和算例3有已知全部最优解,并可以用大圆半径 R 表示^①.说明:算例3是在黄文奇等^[10]的无约束Packing问题加上平衡约束构成的.4个算例的圆形待布物原始数据如表1所示.

表 1 4个算例原始数据(r 表示半径, m 表示质量)

算例	原始数据
算例 1 $n=5$	$r_1=m_1=20.71$ $r_i=m_i=50, i=2,3,4,5$
算例 2 $n=7$	$r=\{10,11,12,11.5,9.5,8.5,10.5\}$ $m=\{100,121,144,132,90.25,72.25,110.25\}$
算例 3 $n=9$	$r_i=m_i=(\sqrt{2}-1), i=1,2,3,4$ $r_i=m_i=(3-2\sqrt{2}), i=5,6,7,8,9$
算例 4 $n=10$	$r=\{106,112,98,105,93,103,82,93,117,81,89,92,109,104,115,110,114,89,82,120,108,86,93,100,102,106,111,107,109,91,111,91,101,91,108,114,118,85,87,98\}$ $m=\{11,12,9,11,8,10,6,8,13,6,7,8,11,10,13,12,12,7,6,14,11,7,8,10,10,10,11,12,11,11,8,12,8,10,8,11,12,13,7,7,9\}$

5.1 实验环境与参数

本文改进散射搜索法用C语言编程实现,在Visual C++平台上运行.所有实验均是在PIV 2.4GHz,内存为512MB的PC机上运行,且4个算例实验的本文算法均随机运行50次.

改进散射搜索法参数包括4个部分.(1)SS参数.即最大全局迭代次数(G),初始种群规模(S),RefSet1 规模(b_1)和RefSet2 的规模(b_2);(2)梯度下降法的参数.即步长 h ,最小步长 h_{\min} ,最小目标函数值 ϵ ;(3)Nelder-Mead 直接搜索法有3个参数,即反射系数 r 、缩小系数 β 和放大系数 γ ,最小目标函数值 ϵ ;(4)式(6)中静平衡系数 λ .具体设置见表2.算法结束准则为三级准则:梯度下降法的结束准则为 $h\leq h_{\min}$ 或 $U(X)<\epsilon$;Nelder-Mead 法的结束准则为 $U(X)<\epsilon$;散射搜索法的结束准则为全局迭代次数 $\leq Max_Iter$.

表 2 改进散射搜索法参数

算例	G	S	b_1	b_2	λ	h	h_m	ϵ	r	β	γ
1	1	20	2	2	3.6E-4						
2	1	60	2	2	1.4E-6	0.5	1E-8	1E-8	1	0.5	2
3	1	40	2	2	1.0E-7						
4	1	2	1	1	9.5E-4						

5.2 实验结果

本文算法ISS求得的4个算例结果如表3所示.为了与某些文献报道(2001~2006)的结果作比较,将文献[2]的人机交互遗传算法记为HCGA,文献[6]的变异粒子群算法记为MPSO,文献[7]的混合粒子群算法记为LSPSO,文献[8]的改进差异演化算法为IDE,文献[9]的拟物拟人法记为QPQH.上述6种算法的计算结果如表3所示.本文算法求得的4个算例的最优布局如图3所示.

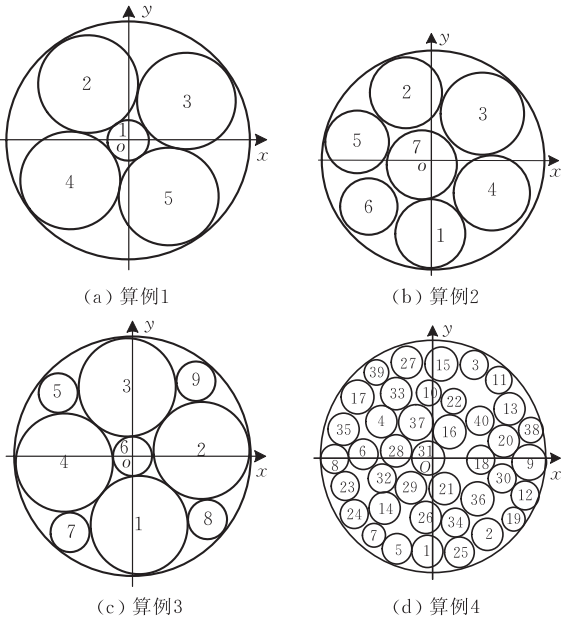


图 3 本文算法ISS求得4个算例的最好布局示意图

① Teng H F, Che C, Chen Y et al. Test problems of circles in circle packing with constraints and known the optimal solutions. http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2004/10/976.pdf

表 3 不同算法求解 4 个算例的计算指标平均计算结果对比

算法	算例 1($n=5$)指标				算例 2($n=7$)指标				算例 3($n=9$)指标				算例 4($n=40$)指标			
	T/s	R	J	$\eta_s/\%$	T/s	R	J	$\eta_s/\%$	T/s	R	J	$\eta_s/\%$	T/s	R	J	$\eta_s/\%$
HCGA ^[2]	—	—	—	—	1002	32.662	2.9E-2	—	1358	1.006	1.0E-3	—	1358	870.331	6.0E-3	—
MPSO ^[6]	287	120.711	2.712E-3	72	1002	31.985	1.82E-2	100	—	—	—	—	2523	843.94	3.9E-3	—
LSPSO ^[7]	—	—	—	—	9.545	32.23	7.04E-5	—	—	—	—	—	187.283	811.806	2.0E-3	—
IDE ^[8]	—	—	—	—	211	31.967	6.9E-4	13	—	—	—	—	573	768	7.0E-4	28
QPQH ^{[9]②}	3.82	120.710	7.63E-4	100	76.33	31.981	4.11E-3	100	10.12 (3.63)	1.00095 (1.00065)	4.31E-3 (3.78E-3)	100 (100)	12.27	742.75	5.4E-4	100
本文ISS	1.28 (1.275)	120.710 (120.7102)	8.55E-8 (8.45E-8)	100 (100)	20.17 (20.18)	31.956 (31.954)	5.7E-14 (5.68E-14)	100 (100)	4.65 (4.63)	1.00006 (1.00005)	1.85E-4 (1.78E-4)	100 (100)	20.74 (20.21)	740.55 (740.58)	4.0E-5 (4.01E-5)	100 (100)

需要说明的是,为了比较计算时间,文献[2]、文献[6]和文献[8]将计算耗时(以 s 为单位)统一换算为 CPU 主频为 166M 计算环境下耗时(这种换算是非精确的).文献[7]没有给出计算环境.表 3 文献[9]方法的计算环境和本文计算环境相同.因此,本文重点与文献[9]的 QPQH 法作比较,而与表 3 中其它算法仅比较求解质量.

5.3 实验结果讨论与分析

文献[9]的 QPQH 法是一种被公认求解圆形 Packing 的优秀算法.本文 ISS 的计算结果同 QPQH 计算结果基本相当,个别指标比文献[9]好.但与其它几种方法^[2,6-8]求得计算结果相比,本文算法的计算效率、计算精度和计算成功率均较好.

算例 2 和算例 4 是目前带静平衡约束圆形 Packing 文献经常引用的算例.与文献[2,6-8]计算结果相比,本文方法求得了最好的静不平衡量和最小包络圆半径.为了便于直观比较,本文以文献[9]QPQH 求得的静不平衡量和包络原半径为基准值(100%),给出其它 5 种方法求得的计算结果同基准参考的比值,如图 4 和图 5 所示.

对于算例 1 和算例 3,本文算法逼近了理论上最优的包络圆半径.而且由前页脚注①文献可知,它确实逼近了最优解(包括最优值和极值点).算例 1

和算例 3 具有已知最优解,用不同方法求得包络圆半径和静不平衡量相差不是很大,故不进行包络圆半径和静不平衡量比较.

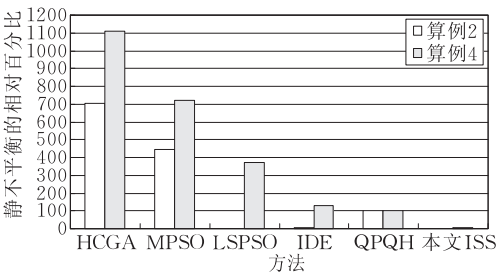


图 5 6 种方法求得的算例 2 和算例 4 的静不平衡量比较

本文计算环境与文献[9]QPQH 计算环境相近,本文算法的计算时间与 QPQH 相比较,对于算例 4 的本文 ISS 求解时间较文献[9]多(应强调指出,这是不如文献[9]之处,值得深入研究),对于其它 3 个算例,本文 ISS 比文献[9]的 QPQH 方法快了 1~3 倍.以文献[9]QPQH 的 50 次计算的平均计算时间为基准值(100%),给出本文 ISS 算法 50 次计算的平均时间相对百分比值,如图 6 所示.

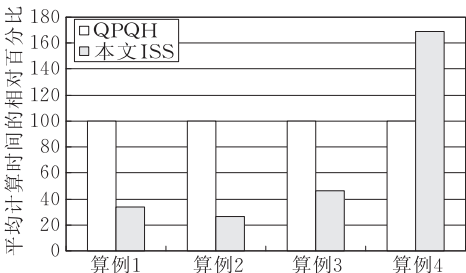


图 6 本文 ISS 和 QPQH50 次计算的平均时间比较

改进散射搜索具有较好性能,一是在于散射搜索确定性演化机制,利用梯度下降法或直接搜索法获得高质量解,利用了多样性解之间的信息,形成新的布局拓扑模式,这可能构成文献[19]定义的

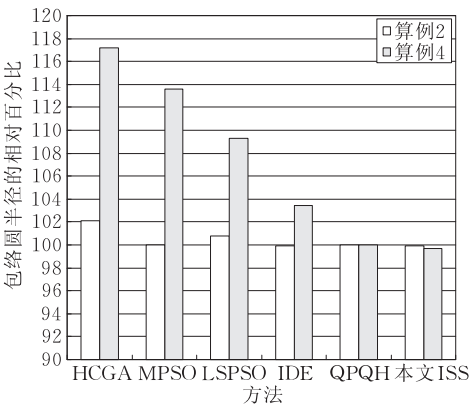


图 4 6 种方法求得的算例 2 和算例 4 的包络圆比较

② 文献[9]没有求解算例 3,本文作者根据文献[9]编写了 QPQH 程序(有可能与原 QPQH 程序不同),表中本文计算结果是 50 次计算平均值,括号是文献[9]5 次计算平均值;文献[9]中算例 1、2 和 4 的结果是 5 次计算平均值.

Packing 的非同构布局拓扑模式(不同于图论的定义),在非同构布局拓扑进行局部深度搜索,可能快速获得更好的解.二是利用了黄文奇等^[5,10]提出的拟物法的能量函数表达形式以及用梯度法求解.三是散射搜索过程中高质量解和多样性解的组合,可能更有效地避免陷入早熟或跳出局部陷阱,提高了算法的稳定性.四是改进散射搜索法具有较为平衡的局部和全局搜索能力,既能从局部极值的邻域跳转到全局最优解的邻域,又能在全局最优解的邻域内以高的精度进行搜索.

6 结 论

本文研究了基于散射搜索的带平衡约束 Packing 问题求解算法.散射搜索具有灵活的框架,易于同局部搜索法或启发式相集成,是求解组合优化问题的有效方法.针对带静平衡约束的圆形 Packing 问题,给出了基于极坐标的多样性初始解生成法和基于极径和极角差异度的参考集更新策略.在多样性初始解改进阶段,采用梯度下降法进行改进,在组合产生新解的改进阶段,采用了 Nelder-Mead 直接搜索法进行深度搜索.算例实验结果表明,总体上,本文改进了散射搜索法计算的评价指标(包络圆半径、不平衡量、计算时间和成功率)如上所述.

针对具体的带性能约束的 Packing 问题,用有效的演化算法与具有针对性启发式或局部搜索法(也包括采用简便快速干涉计算)相结合方法求解,可能是一条有效的途径.当然,在某些情况下,也许要付出一定的耗时代价.

参 考 文 献

- [1] Lodi A, Martello S, Monaci M. Two-dimensional packing problems: A survey. *European Journal of Operational Research*, 2002, 141(3): 241-252
- [2] Qian Zhi-Qin, Teng Hong-Fei, Sun Zhi-Guo. Human-computer interactive genetic algorithm and its application to constrained layout optimization. *Chinese Journal of Computers*, 2001, 24(5): 553-559(in Chinese)
(钱志勤, 滕弘飞, 孙治国. 人机交互的遗传算法及其在约束布局优化中的应用. *计算机学报*, 2001, 24(5): 553-559)
- [3] Teng H F, Sun S L, Ge W H et al. Layout optimization for dishes installed on a rotating circular table — The packing problem with equilibrium behavioral constraints. *Science in China (Series A)*, 1994, 37(12): 1272-1280
- [4] Teng H F, Sun S L, Liu D Q et al. Layout optimization for the objects located within a rotating vessel — A three dimensional packing problem with behavioral constraints. *Computers and Operations Research*, 2001, 28(5): 521-535
- [5] Tang Fei, Teng Hong-Fei. A modified genetic algorithm and its application to layout optimization. *Journal of Software*, 1999, 10(10): 1096-1102(in Chinese)
(唐飞, 滕弘飞. 一种改进的遗传算法及其在布局优化中的应用. *软件学报*, 1999, 10(10): 1096-1102)
- [6] Li Ning, Liu Fei, Sun De-Bao. A study on the particle swarm optimization with mutation operator constrained layout optimization. *Chinese Journal of Computers*, 2004, 27(7): 897-903(in Chinese)
(李宁, 刘飞, 孙德宝. 基于带变异算子粒子群优化算法的约束布局优化研究. *计算机学报*, 2004, 27(7): 897-903)
- [7] Zhou Chi, Gao Liang, Gao Hai-Bing. Particle swarm optimization based algorithm for constrained layout optimization. *Control and Decsion*, 2005, 20(1): 36-40(in Chinese)
(周驰, 高亮, 高海兵. 基于粒子群优化算法的约束布局优化. *控制与决策*, 2005, 20(1): 36-40)
- [8] Liu Jian, Huang Wen-Qi. A modified differential evolution algorithm for solving circles packing problem with constraints of equilibrium. *Information and Control*, 2006, 35(1): 103-107(in Chinese)
(刘建, 黄文奇. 利用改进的微分进化算法求解带平衡约束的圆形 packing 问题. *信息与控制*, 2006, 35(1): 103-107)
- [9] Huang W Q, Chen M. Note on: An improved algorithm for the packing of unequal circles within a larger containing circle. *Computers & Industrial Engineering*, 2006, 50(3): 338-344
- [10] Huang Wen-Qi, Xu Ru-Chu. Two quasi-human strategies for solving circles packing problems. *Science in China (E)*, 1999, 29(4): 347-353(in Chinese)
(黄文奇, 许如初. 支持求解圆形 packing 问题的两个拟人策略. *中国科学(E辑)*, 1999, 29(4): 347-353)
- [11] Blum C, Roli A. Meta-heuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Survey*, 2003, 35(3): 268-308
- [12] Glover F, Laguna M, Marti R. Scatter search and path re-linking: Advances and applications. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer, 2003: 1-36
- [13] Marti R. Scatter search — Wellsprings and challenges. *European Journal of Operational Research*, 2006, 169(2): 351-358
- [14] Glover F. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, 1977, 8(1): 156-166
- [15] Laguna M, Armentano V A. Lessons from applying and experimenting with scatter search//*Proceedings of the Adaptive Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search*. Kluwer, Norwell, 2005: 229-246
- [16] Sun Z G, Teng H F. Optimal layout design of a satellite module. *Engineering Optimization*, 2003, 35(5): 513-529

[17] Sun Z G, Teng H F, Liu Z W. Several key problems in automatic layout design of spacecraft module. *Progress in Natural Science*, 2003, 13(11): 801-808

[18] Nelder J A, Mead R. A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 1965, 7(4): 308-313

[19] Teng Hong-Fei, Li Zi-Qiang, Shi Yan-Jun, Wang Yi-Shou.

An approach to constructing isomorphic or non-Isomorphic layout pattern. *Chinese Journal of Computers*, 2006, 29(6): 985-991(in Chinese)

(滕弘飞, 黎自强, 史彦军, 王奕首. 一种同构、非同构布局模式构造算法. *计算机学报*, 2006, 29(6): 985-991)



WANG Yi-Shou, born in 1978, Ph.D., lecturer. His research interests include spacecraft layout, evolutionary computation, and knowledge fusion.

SHI Yan-Jun, born in 1973, Ph. D., lecturer. His research interests include layout design, evolutionary computation.

TENG Hong-Fei, born in 1936, professor. His research interests include CAD and optimization, layout design, computational intelligence, emergency design, and knowledge fusion.

Background

The author’s subject group has been engaged in research on spacecraft layout optimization problems, including circles packing problem with the equilibrium constraint in this study. Research on circles Packing contributes on the exploration of theoretical nature of layout design, and effective solution approach. This work focuses on scatter search (SS) for circles packing problems with the equilibrium constraint in order to apply it into 3D layout design of satellite module.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 50275019, 50575031, 60674078, and the National High Technology Research and Development Program (863 Program) of China under grant No. 2006AA04Z109.

The state-of-the-art of layout design reveals that evolu-

tionary algorithms and heuristic algorithms have recently shown the great promise in solving circles packing problems with the equilibrium constraint; however, how to improve solution quality and computational efficiency are an open issue. According to the authors’ experiences of tackling complex layout problem, the hybrid approach integrating effective evolutionary algorithm with context-dependent heuristic or local search algorithm seem to be a more potential and effective means. The SS methodology is very flexible. Each of its elements can be implemented in a variety of ways according to the specific domain problem. Especially, SS is easy to integrate heuristic or local search algorithms to enhance the solution quality. How to apply SS into complex layout design deserves to further study.