

# 基于面壳封闭的 B-rep 模型分解方法

马露杰 黄正东

(华中科技大学国家 CAD 支撑软件工程技术研究中心 武汉 430074)

**摘 要** 三维实体 B-rep 模型分解是 B-rep 表示转换为 CSG 表示的关键问题,并且对深入分析 CAD 模型的几何形状及其结构关系具有重要意义.文中提出一种基于面壳封闭的方法分解 B-rep 模型,该方法采用先分割后缝合的策略.首先识别模型中的所有切割环,然后通过切割环将 B-rep 模型分割成多个面壳,最后利用切割环在面上的收缩将面壳封闭成实体.经过上述 3 个步骤,可以将具有二次曲面的 B-rep 模型有效地分解为加体和减体的组合,同时实验表明该方法具有较高的计算效率.

**关键词** B-rep 模型;模型分解;切割环;面壳;收缩

中图法分类号 TP391

DOI 号: 10.3724/SP.J.1016.2009.01183

## A B-rep Model Decomposition Approach Based on Face Shell Shrinking

MA Lu-Jie HUANG Zheng-Dong

(National CAD Support Software Engineering Research Center, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** Decomposition of 3D solid models with B-rep format is a crucial problem in transforming the models to CSG format, and it also benefits shape and structure analysis of these models. Here, a face-shell shrinking approach for model decomposition is presented. First, cutting loops of a B-rep model are recognized through local shape analysis, then the B-rep model is decomposed into multiple face shells along edges in the cutting loops, and finally, the face shells are transformed into solids by shrinking the cutting loops on the faces. With the above three steps, B-rep models with quadric surfaces can be effectively decomposed into the composition of positive and negative volumes. At the same time, the experimental results show that this approach is efficient.

**Keywords** B-rep model; model decomposition; cutting loop; face shell; shrinking

## 1 引 言

三维 CAD 软件的广泛应用使得企业中存在大量三维实体模型,这些模型是企业的宝贵财富,对它们的分析和利用一直是研究的热点,譬如特征识别技术<sup>[1]</sup>、特征转换技术<sup>[2]</sup>和模型检索技术<sup>[3]</sup>. B-rep 和 CSG 是两种表达 CAD 模型的主要方式,由于 CSG 表达具有不唯一性,大部分学者更倾向于采用

B-rep 表达的 CAD 模型进行分析和比较<sup>[4-5]</sup>.然而, B-rep 数据结构复杂且缺乏形体信息,并且模型元素与形体功能及制造方法之间缺少明显的联系,这些缺陷成为深入分析实体模型形状结构关系以及多模型信息挖掘的一个障碍.然而通过 B-rep 模型分解,将 CAD 模型描述为简单实体的组合则大大有利于形状结构的分析、比较和理解.另一方面, B-rep 模型向 CSG 模型转换也是一个理论上倍受关注的研究问题<sup>[6]</sup>,而 B-rep 模型分解是实现这种转换的

关键技术之一。因此, B-rep 模型分解具有重要的理论意义和实际应用价值。

目前已有的分解方法主要包括以下 4 类: (1) 半空间法<sup>[6]</sup>. 将 B-rep 模型转化为半空间表达后利用分割半空间形成半空间的组合进行模型分解. (2) 交替和差分解法 (ASV)<sup>[7]</sup>. 对模型求凸包并与模型作布尔减运算得到差体, 然后求差体的凸包再与之做布尔减运算. 如此反复循环, 用凸包和差体分解模型. (3) 单元分解法<sup>[8-9]</sup>. 将 B-rep 模型分解为一组单元体, 并将相关的单元优化组合形成最大单元从而实现模型分解. (4) CLoop 法. CLoop 是指具有相同凹凸性的边组成的封闭环<sup>[10]</sup>, Lu<sup>[11]</sup> 利用 CLoop 构造平面或曲面切割模型实现模型分解过程。

在上述方法中, 半空间法的计算过程比较复杂. CLoop 法本质上是一类半空间方法, 虽然它改进了单个半空间分割的思想, 采用多个半空间的组合分解提高计算效率, 然而文献[11]中 CLoop 的种类过多, 使得识别 CLoop 的过程较为繁琐. 半空间法、单元分解法和 CLoop 法将模型全部分解为子实体之间的正向组合, 这从设计和加工的角度来看并不合理, 因为零件的形状构成应该同时存在负向组合. 另外, 单元分解法由于存在组合爆炸问题而使得效率降低; ASV 法则难以对复杂模型求凸包, 同时该方法也不适合曲面模型的分解。

上述方法本质上都是采用“切模式”的分解方法: 半空间法用半空间切割模型, ASV 用凸包切割模型, 单元分解法和 CLoop 法用面或面的组合切割模型. 切模式分解方法在模型分解过程中往往具有强制性, 它会强行切割模型中原本不需要分割的部分而得到不合理的分割体, 同时这种强行切割的方式也使分割体失去了原本的设计意图, 甚至对后续应用产生误导作用. 譬如在单元分解法中, 一个面会将模型切成两半或两半以上, 当切割模型的面增加时就会产生大量的分割体, 而这些分割体实际上已经失去了原本的设计意义. 文献[9, 12]采用单元优化组合尽量减少单元数量, 避免出现过多的不合理分割体. 但这样做的缺点也很明显, 首先基于经验规则的优化方法并不能保证完全消除不合理的切割体, 其次组合优化的计算效率很低. 切模式分解方法的优点在于能够将多面体模型分割到凸体, 然而对曲面体模型却并不能保持这一特性. 但实际上在很多应用场合中这种分割要求并不是必需的, 譬如在特征识别中并不要求识别的特征都是凸体, 又譬如

在形状分析中, 当面临复杂模型无法有效地描述和分析模型形状时, 那么只需要将它适当分解降低模型的复杂程度, 而不一定需要将它完全分割到凸体。

我们认为, 通过布尔运算将多个模型组合成一个模型的过程是一个信息丢失的过程, 即组合后的模型中失去了原有模型的部分信息, 譬如面信息、边信息等, 而实体模型分解则是布尔运算的逆过程. 那么, 模型分解过程本质上是一个信息恢复的过程. 因此, 我们可以采用信息恢复的思想, 基于组合后的模型信息恢复组合前各个模型中的设计信息, 对于信息丢失严重而不可完全恢复的模型, 我们可以尽量恢复到可以恢复的程度. 这样, 虽然可能存在分解不彻底的情况, 但这种分解是客观的. 因此, 本文提出一种“补模式”的方法分解模型, 首先找到模型中的切割环将模型分割成多个面壳, 然后通过切割环沿面壳延伸方向上的收缩将面壳封闭成实体. 本文算法只针对具有二次曲面的实体模型, 暂时不考虑具有自由曲面的实体模型。

## 2 模型分解方法概述

### 2.1 基本定义

B-rep 模型中的二次曲面可分为平面、凸曲面和凹曲面<sup>[13]</sup>, 边可分为凸边、凹边和相切边<sup>[14]</sup>. 根据面和边的分类定义模型中的面区域如下。

**定义 1.** B-rep 模型中多个相互邻接的面形成的集合称为面区域, 并且面区域可分为 4 类: (1) 凸区域是指区域中的所有面为凸曲面或者平面, 且面的边界中不存在凹边. (2) 凹区域是指区域中的所有面为凹曲面或者平面, 且面的边界中不存在凸边. (3) 过渡区域是指构成区域的所有面的边界仅由相切边组成. (4) 混合区域是指区域中的曲面的凹凸性与边的凹凸性不一致, 或者区域中的面的边界同时存在凹边和凸边。

**定义 2.** 沿着一组封闭环将 B-rep 模型分割成多个面壳 (Face Shell, FS), 如果封闭环上的边通过面壳上的邻接面的延伸后能够将该面壳封闭成一个实体, 那么该封闭环称为切割环, 环上的边称为切边, 封闭实体称为分割体. 切割环需要满足以下条件:

(1) 模型被分割成多个面壳后, 切割环同时存在于两个面壳  $FS_1$  和  $FS_2$  中。

(2) 切割环是一类能够封闭面壳的闭环, 它至少能够封闭两个面壳  $FS_1$  和  $FS_2$  中的一个面壳。

定义 2 中,如果切割环可以同时封闭两个面壳,那么这类切割环称为双向可收缩切割环;如果只能封闭其中一个面壳,那么称为单向可收缩切割环.图 1 举例说明定义 2 中的术语的含义.譬如,图 1(a)中的模型根据环  $L_1$  和  $L_2$  分割成两个面壳后, $L_1$  仅

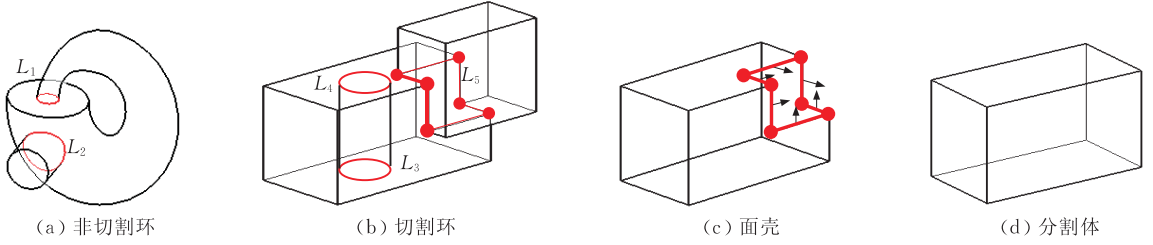


图 1 切割环、面壳以及分割体举例

分割体可分为加体和减体,类似正特征和负特征.但为了避免与一般意义上的特征概念混淆,本文用分割体表述.根据切边的凹凸性,文中选择两类切割环进行分割:(1)凸切割环.指切割环中的所有切边都是凸边.(2)凹切割环.指切割环中的所有切边都是凹边.下文中提到的切割环特指这两类切割环,并且将切边在面壳上的邻接面简称为邻接面.

## 2.2 实现方法

多个实体模型通过布尔运算组成一个实体模型时,原有实体模型之间面面交接部分会形成混合区域.所以,本文选择实体模型中混合区域上的切割环将模型分割为多个面壳,然后利用切割环的收缩算法将面壳封闭从而完成整个分割过程.模型分割的总体算法如下:

输入: B-rep 模型  $M$ ; 输出: 分割体集合  $V_c = \{vol_1, vol_2, \dots\}$ .

1. 在模型  $M$  中找到所有的混合区域,记为  $HR = \{R_1, R_2, \dots\}$ .

2. 在  $HR$  中识别出所有切割环.如果模型  $M$  中不存在切割环,那么模型  $M$  不可分割,程序结束;否则,记录下所有切割环  $L = \{L_1, L_2, \dots\}$ .

3. 根据识别后的切割环,将模型划分为多个面壳  $FSC = \{FS_1, FS_2, \dots\}$ ,并执行以下循环:

3.1. 选择一个面壳  $FS_i$ ,利用面壳上的切割环收缩算法将其封闭成体  $vol_i$ .

3.2. 如果  $FS_i$  不能通过切割环收缩来封闭,那么利用切割环所在另一面壳的封闭面填充封闭.

4. 输出最后分解后的结果  $V_c = \{vol_1, vol_2, \dots\}$ .

图 2 给出了总体算法的流程,下面对总体算法中的几个细节问题加以补充说明,但限于篇幅在本文中不详细论述:

(1) 混合区域的识别方法.根据定义 1,只要在模型中排除凸区域、凹区域和过渡区域,那么剩下的

存在于一个面壳中,因此环  $L_1$  不是切割环.图 1(b)中的模型根据环  $L_3$ 、 $L_4$  和  $L_5$  分割成 3 个面壳后,任意一个环都存在于两个面壳中且都能封闭面壳,因此它们都是切割环.进一步地, $L_5$  是双向可收缩切割环,而  $L_2$ 、 $L_3$  和  $L_4$  是单向可收缩切割环.

就是混合区域.而这 3 种区域根据定义 1 很容易判别,本文不详细说明.

(2) 根据定义 2,如果切割环  $L$  是单项可收缩切割环,那么它只能封闭面壳  $FS_1$  而无法封闭面壳  $FS_2$ .尽管此时  $FS_2$  不能通过切割环的收缩算法封闭,但它可以通过已封闭面壳  $FS_1$  上的面裁减实现封闭过程.因此,文中的面壳封闭存在两种方式:① 根据切割环收缩封闭;② 根据已封闭面壳上的面填充封闭.步骤 3 中的两个子步骤分别对应这两种封闭方式,这部分内容在第 4 节详细阐述.

(3) 切割环的识别方法.首先,在  $HR$  中识别出所有由相同凹凸性的边组成环,并根据这些环将模型分割成多个面壳.其中,环的识别可参考文献[10].其次,检查每一个环是否同时存在于两个面壳中,并排除那些只存在于一个面壳中的环.最后,通过调用收缩算法检验.如果该环至少能封闭其中一个面壳,那么它是切割环,否则不是.因此,实际上步骤 3.1 的面壳封闭只需要重新调用前面的结果,而不需要再重复执行一次封闭算法.

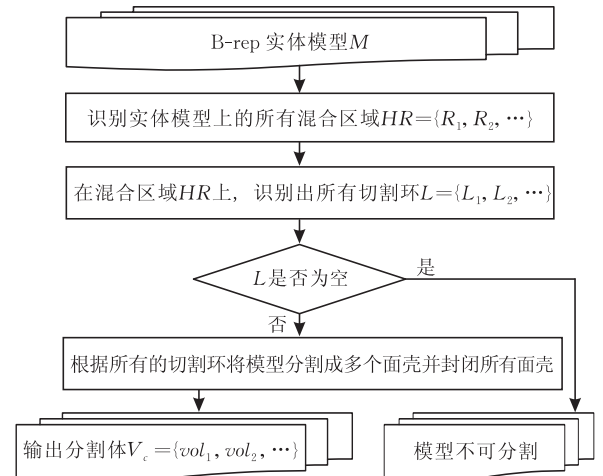


图 2 算法总体流程

### 3 面壳封闭过程

#### 3.1 定 义

**定义 3.** 假设  $c_k$  是切割环  $L^s = E_1^s E_2^s \cdots E_m^s$  上的一个角点, 它的两条相邻切边为  $E_k^s$  和  $E_{k+1}^s$ , 其中,  $E_k^s = (e, f)$  且  $E_k^s.e$  和  $E_k^s.f$  分别表示切边所对应的 B-rep 模型中的边和面,  $s$  表示切割环邻接的两个面壳的下标 ( $s=1, 2$ ). 如果满足  $E_k^s.f = E_{k+1}^s.f$ , 那么  $c_k$  称为面角点, 记为 On-F; 否则,  $c_k$  称为边角点, 记为 On-E.

**定义 4.** 假设  $E_k^s = (e, f)$  是切割环  $L^s = E_1^s E_2^s \cdots E_m^s$  上的一条切边并且  $s_k$  表示  $E_k^s.f$  所在的几何曲面. 那么, 该表面上的几何区域  $f_k^x = s_k - {}^*E_k^s.f$  被称为  $E_k^s.f$  的延伸面, 它在曲面  $s_k$  上并且在  $E_k^s.f$  的外部. 如果延伸面  $f_k^x$  与其它的延伸面相交形成一个有界区域, 同时  $E_k^s.f$  上的切边仍在这个有界区域的边

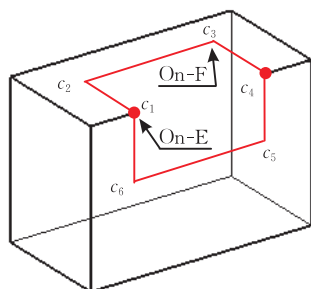
界上, 那么这个有界区域称之为裁剪延伸面.

**定义 5.** 假设  $c_k$  是切割环  $L^s = E_1^s E_2^s \cdots E_m^s$  上的一个 On-E 角点, 它的两条相邻切边为  $E_k^s$  和  $E_{k+1}^s$ . 那么, 面  $E_k^s.f$  和  $E_{k+1}^s.f$  延伸求交后的边  $e_k^x = f_k^x \cap {}^*f_{k+1}^x$  可选为  $c_k$  上的延伸边, 具体为

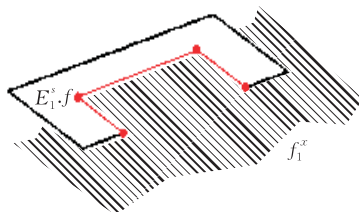
(1) 如果与  $c_k$  相连的  $E_k^s.f$  和  $E_{k+1}^s.f$  交线只有一条, 则该交线即为延伸边.

(2) 如果与  $c_k$  相连的  $E_k^s.f$  和  $E_{k+1}^s.f$  交线有两条以上, 则选择其中与  $E_k^s.e$  和  $E_{k+1}^s.e$  相连边最靠近的交线为延伸边.

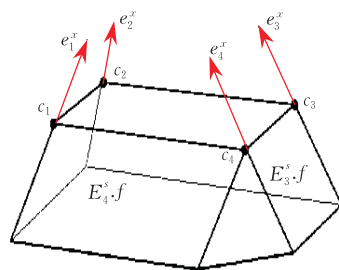
在实际模型中,  $e_k^x = f_k^x \cap {}^*f_{k+1}^x$  通常只包含一条交线, 但对于一些特殊情况, 可能存在多条; 如在图 3(c) 中的  $c_4$  处  $f_3^x$  与  $f_4^x$  的交线以及二次曲面相切点附近的交线等. 对于这些情况, 本文不作深入的探究, 只是按定义 5 中条件 (2) 选择其中较为合理的一条作为延伸边.



(a) 切割环上点的分类



(b) 延伸面



(c) 延伸边

图 3 切割环上的角点、延伸面和延伸边举例

根据上述定义, 很容易得到以下两个性质.

**性质 1.** 切割环上的一条切边只连接一个裁剪延伸面.

**性质 2.** 裁剪延伸面中至少包含一条切边.

图 3 给出上述定义的例子. 在图 3(a) 中  $c_2, c_3, c_5$  和  $c_6$  是 On-F 点,  $c_1$  和  $c_4$  是 On-E 点; 图 3(b) 中的阴影部分  $f_1^x$  是图 3(a) 中模型的顶面  $E_1^s.f$  的延伸面, 它是一个无限的平面区域; 图 3(c) 中带箭头的线分别表示切割环上 4 个 On-E 点的延伸边  $e_k^x$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ), 箭头表示延伸方向. 在图 3(c) 中, 除了由  $f_3^x$  和  $f_4^x$  相交而形成的  $e_4^x$  之外, 其它  $e_k^x$  ( $k=1, 2, 3$ ) 可以认为是在面壳上对应的边的自然延长. 这意味着当切边的邻接面延伸求交后可能会有新边产生.

当模型被分割成多个面壳后, 切割环在面壳上形成一个切孔. 那么, 封闭面壳的过程就是填充切孔的过程. 切割环根据切边所在的面可分为两类: (1) 切割环上所有切边在同一个面内; (2) 切割环上

的切边在不同的面内. 由于第 1 类切割环在一个面内, 那么其切孔也在一个面内, 譬如内环就是典型的第 1 类切割环. 封闭这类面壳很容易实现, 因为它只需用一个确定的填充面即可封闭, 而该填充面的边界就是由切割环上所有的切边组成. 但是, 封闭第 2 类切割环引起的面壳则比较复杂, 因为它的填充面数量超过 1 个, 而且填充面的边界是不能预先确定的.

因此, 本文详细讨论由第 2 类切割环产生的面壳的封闭方法, 其主要流程如下: (1) 用切边的邻接面通过延伸构造面填充切孔. (2) 用填充面上新生成的边代替原来的切边, 使得切割环的边界在面壳上发生连续的变化, 称为切割环收缩. 譬如, 图 4(a) 是一个切割环, 当切边  $c_1 c_2$  的邻接面  $f$  通过延伸构造面填充切孔后 (见图 4(b)), 切割环收缩成图 4(c) 的形式. (3) 当切割环收缩到一个面上时 (见图 4(d)), 即转化为第 1 类形式的切割环, 那么直接用切割环边界构造一个面就可以封闭面壳.

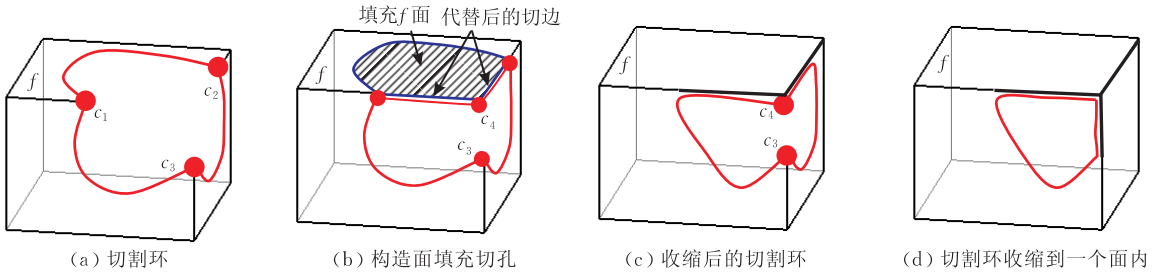


图 4 第二类切割环收缩过程举例

根据定义 4 可知,上述面壳封闭过程中的填充面就是裁剪延伸面,并且它的边界由切边和延伸面之间的交边组成。显然,切边是固定的,那么 On-F 点同样是固定的,而交边可认为是 On-E 点在延伸方向的运动形成的轨迹,这是由于交边是延伸面之间相交产生的,并且属于延伸边上的线段。因此,切割环上 On-F 点是不变动的,但 On-E 点是可变动的。那么,描述切割环时可以忽略 On-F 点,而只用 On-E 点进行抽象地一般化表达。譬如,图 3(a)中的切割环可以简单地表示为图 5(a)的形式。图 5(b)则是切割环的一般表达形式,图中封闭圈表示抽象的切割环,圈上的点都是 On-E 点,相邻两个 On-E 点

之间的弧表示在同一个邻接面上的所有切边。图 5(c)则表示用裁剪延伸面填充切孔后的一般化形式。

在任意情况下延伸面之间的相交关系可以很复杂,这使得裁减延伸面上的交边难以直接判别,如在图 5(c)中可以看出某些裁剪延伸面上具有多条未知的交边。因此,填充切孔时需要有一个合理的填充顺序处理延伸面之间复杂的相交关系。综上所述,在封闭第 2 类切割环产生的面壳的过程中需要解决两个关键问题:(1)构造什么类型的填充面;(2)面的填充顺序。下面,对这两个问题详细讨论。

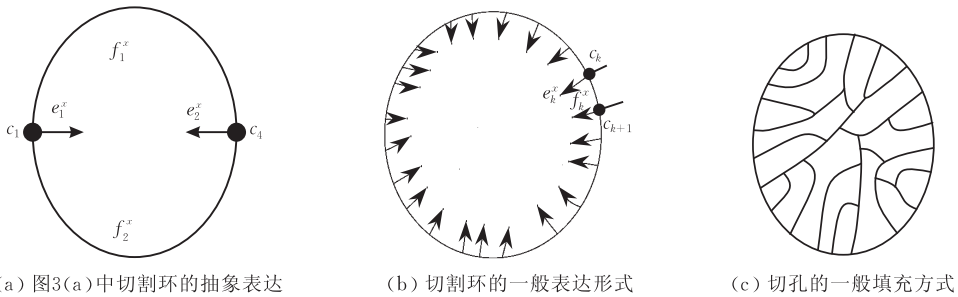


图 5 用 On-E 点表示的切割环和切孔的一般填充方式

### 3.2 填充面类型选择以及填充顺序确定

切孔上存在两类容易构造的裁剪延伸面:(1)面上除了切边外只存在一条交边,如图 6 中点区域所示;(2)面上存在两条交边,如图 6 中的阴影区域。文中将前者称为单边延伸面(one-edge-extension face),记为 1EE 面,后者称为双边延伸面(two-edge-extension face),记为 2EE 面。构造一个 1EE 面或 2EE 面填充切孔后,用交边代替邻接面上的切边,这样就可以保证切割环收缩。图 6(b)是图 6(a)中切割环收缩后的边界,图 6(b)中还可以生成 1 个 1EE 面和 3 个 2EE 面,那么切割环进一步收缩(见图 6(c))。循环上述过程,就可以生成所有的裁剪延伸面(见图 6(d)~(f))。显然,为了保证可封闭的切孔能够完全用上述操作完成封闭过程,必须保证每一步收缩后的切割环边界上都存在 1EE 或 2EE 面。

**定理 1.** 如果切割环中至少包含 2 个 On-E 角点,并且用切割环上的所有切边对应的裁剪延伸面的组合可以填充面壳上的切孔,使得切孔被填充后形成一个单连通区域  $R$ 。那么:

- (1)在单连通区域内部不存在由填充面之间的交边组成的封闭回路。
  - (2)切割环中至少存在一个 1EE 面或 2EE 面。
- 证明。

(1)反证法。如果  $R$  的内部存在封闭回路  $L = e_i \cdots e_j \cdots e_i$ ,  $e_i$  是填充面之间的交边,显然  $e_i$  不是切孔上的切边。那么,  $L$  也包围一个单连通区域  $R' \subseteq R$ 。由于  $R'$  内部的每一条几何边一定连接两个填充面,根据性质 1 它们也不是切边。由性质 2 可知,在区域  $R'$  内的填充面不是裁剪延伸面,与用裁剪延伸面填充切孔这一前提条件矛盾。



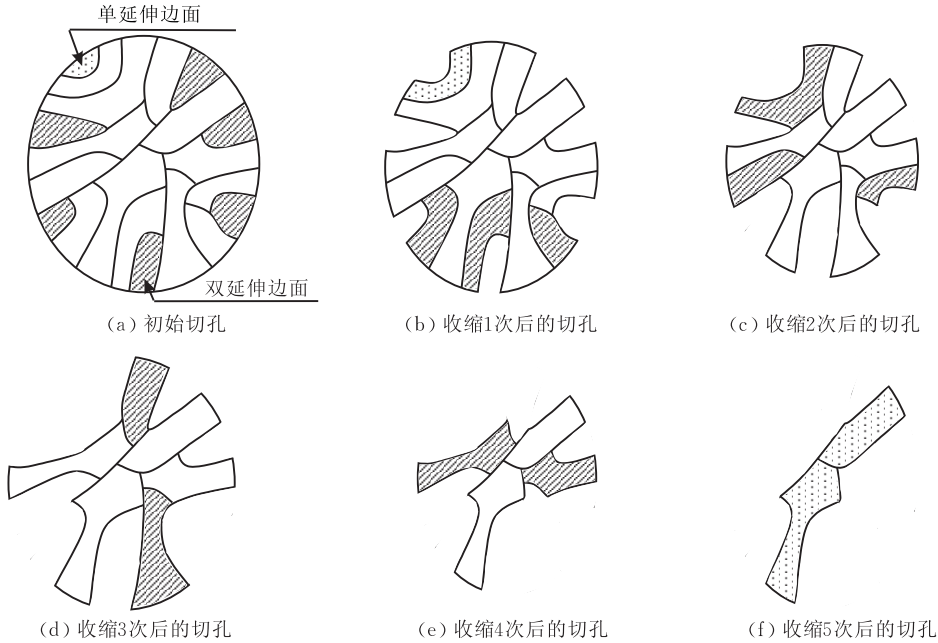


图 6 填充孔时的面生成顺序

(2) 令切孔有  $m$  个 On-E 角点, 记为  $c_i (1 \leq i \leq m)$ , 将  $c_i$  根据下标值  $i$  从小到大在切孔上顺时针排列 (见图 7(a)). 那么,  $R$  内部 (不包含切孔边界) 填充面的顶点和边的连接关系可以用图  $G$  表示. 显然,  $G$  的节点和边与填充面的顶点和边具有一一对应关系, 即存在一个可逆映射  $f: v_i = f(V_i), e_j = f(E_i), v_i, e_j \in G, V_i, E_i$  分别表示  $v_i$  和  $e_j$  对应的几何顶点和几何边. 由于  $R$  中不存在封闭回路  $L = e_i \cdots e_j \cdots e_i$ , 那么根据映射  $f, G$  中不存在封闭回路  $L' = f(L) = f(e_i) \cdots f(e_j) \cdots f(e_i)$ , 这说明  $G$  是一个森林<sup>[15]</sup>, 记为  $G = \bigcup_{i=1}^k T_i$ , 其中  $T_i$  表示森林中的树,  $D(T_i)$  表示树的节点数目. 显然  $T_i$  的根节点和叶节点都是切孔角点  $c_i$ . 对于  $\forall T_i \in G$ , 将  $T_i$  的叶节点根据下标值大小绕着它们的祖先顺时针排列, 可以将  $G$  中的节点和边放在同一个平面上 (见图 7(b)). 现在, 通过搜索  $G$  中  $T_i$  的节点来找到对应的 1EE 面或 2EE 面. 显然, 存在一个包含  $c_1$  顶点的树  $T_j$ : (1) 假设  $D(T_j) = 2$ , 那么  $T_j$  中只有两个节点:  $c_1$  和  $c_t$ . 如果  $c_1, c_t$  的下标值是连续的, 那么  $c_1, c_t$  就对应一个 1EE 面; 如果不连续, 由于节点按下标值依次排列, 那么  $c_1, c_t$  之间一定存在其它树  $T_k$ , 这些树的根节点和叶节点的下标值在 1 和  $t$  之间, 那就转换到这些树中继续搜索. (2) 假设  $D(T_j) > 2$ . 因为填充面上的每一个顶点至少包含 3 条几何边, 所以  $T_j$  中除了根节点以外, 其它父节点至少包含 2 个子节点. 这样,  $T_j$  中具有最长深度的那个叶节点的父节

点, 必定包含另一个叶节点. 如果这两个叶节点的下标值是连续的, 那这两个叶节点和它们的父节点一起对应一个 2EE 面. 否则, 在这两个不连续的叶节点之间同样存在其它树  $T_k$ . 这种情况下, 转换到这些树中继续搜索. 由于  $G$  中的树是有限的, 那么一定可以找到这样一棵树  $T_k$ , 它只有两个连续的节点或者存在两个连续的叶节点共用一个父节点. 因此, 所有填充面中一定存在一个 1EE 面或 2EE 面.

证毕.

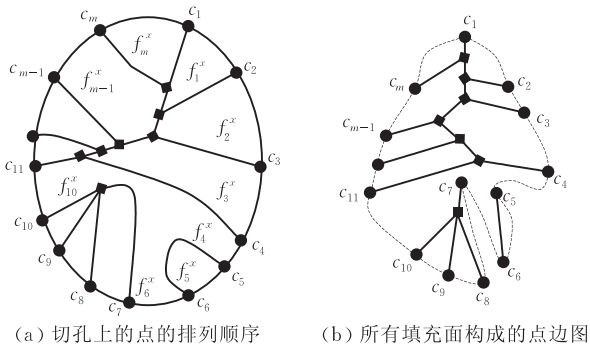


图 7 1EE 面或者 2EE 面的存在性

基于上述定理可以得到以下推论, 它给出了用裁剪延伸面填充切孔的一个合理顺序.

**推论 1.** 如果切割环中至少包含 2 个 On-E 角点, 并且用切割环上的所有切边对应的裁剪延伸面的组合可以填充面壳上的切孔, 使得切孔被填充后形成一个单连通区域  $R$ . 那么用来填充的所有裁剪延伸面可以用  $l$  步孔边界收缩完成, 其中每一步包括识别和构造一个 1EE 或 2EE 面, 这里  $l \leq m$ .

4 面壳封闭算法

根据第 2 节讨论,面壳封闭存在两种方式,即切割环收缩的封闭方式和根据已封闭面壳上的面填充的封闭方式.第 3 节给出了第 1 种封闭方式的实现过程,即每一次通过构造 1EE 或 2EE 面填充切孔使切割环收缩,通过  $l$  次迭代后,最终将面壳封闭.本节进一步介绍如何构造 1EE 和 2EE 面,并给出一个详细的切割环收缩算法.同时,给出第 2 种封闭方式的实现方法.

4.1 构造裁剪延伸面

设  $c_i, c_{i+1}$  是切割环  $L^s = E_1^s E_2^s \cdots E_m^s$  上连续的两个 On-E 角点,并且  $f_{i-1}, f_i$  和  $f_{i+1}$  ( $f_k = E_k^s, f, k = i-1, i, i+1$ ) 分别是切边  $c_{i-1}c_i, c_i c_{i+1}$  和  $c_{i+1}c_{i+2}$  的

邻接面. 以下是生成 1EE 和 2EE 面的两个基本操作.

**操作 1.** 构造 1EE 面. 如果  $f_{i-1}$  和  $f_{i+1}$  具有相同的几何方程表达式,则在  $f_{i-1}$  和  $f_{i+1}$  的合成面  $f'$  上连接  $c_i c_{i+1}$  代替面  $f_i$  上的切边,并将  $c_i$  和  $c_{i+1}$  类型改为 On-F. 那么,边  $c_i c_{i+1}$  和  $f_i$  上原来的切边组成一个 1EE 面(见图 8(a)).

**操作 2.** 构造 2EE 面. 如果延伸  $f_{i-1}^x, f_i^x$  和  $f_{i+1}^x$  彼此相交于点  $v$ ,则在点  $v$  上创建一个点角  $c'$ ,分别在  $f_{i-1}^x$  和  $f_{i+1}^x$  上连接  $c_i c'$  和  $c' c_{i+1}$  代替原来的切边,将角点  $c_i$  和  $c_{i+1}$  的类型改为 On-F,将延伸边  $e^x = f_{i-1}^x \cap f_{i+1}^x$  上的角点  $c'$  的类型改为 On-E. 那么,边  $c_i v, v c_{i+1}$  以及面  $f_i$  上原来的切边组成一个 2EE 面(见图 8(b)).

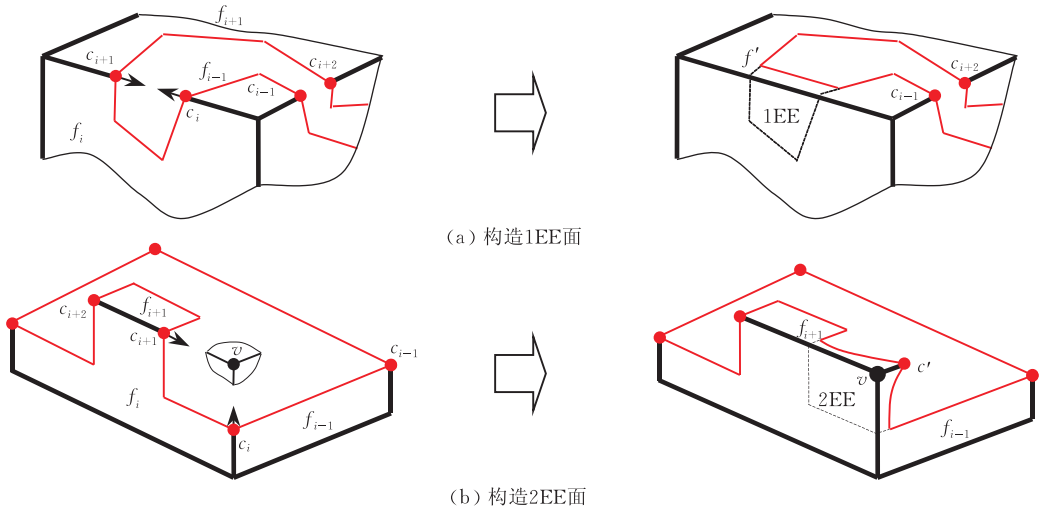


图 8 1EE 和 2EE 面的构造方法

从操作 2 的描述上看,创建的顶点只能有 3 条连接边,但实际上其它类型的顶点也同样可以用操作 2 生成.如图 9,首先用操作 2 生成 2 个 3 条边顶

点,然后删除连接这两个顶点的零长度边,就可以产生一个连接 4 条边的顶点.



图 9 用操作 2 生成一个超过 3 条边连接的顶点

填充切孔的过程中,并不是所有的 1EE 面或 2EE 面都必须构造的.例如,图 10(a)中  $c_1$  和  $c_2$  之间的 1EE 面,图 10(b)中  $c_1$  和  $c_2$  之间的 2EE 以及图 10(c)中  $c_2$  和  $c_3$  之间的 2EE 面在孔收缩过程中不能被构造.为了确定填充切孔时哪些 1EE 面和 2EE

面可以构造,下面给出一个定理,它是选择合适的 1EE 或 2EE 面的一个充分条件.

**定理 2.** 设  $c_i$  和  $c_{i+1}$  是切割环上连续的两个 On-E 角点,  $e_i^x$  和  $e_{i+1}^x$  分别是这两个角点的延伸边,切割环上所有延伸面表示为  $f_k^x (k=1, 2, \cdots, m)$ . 假

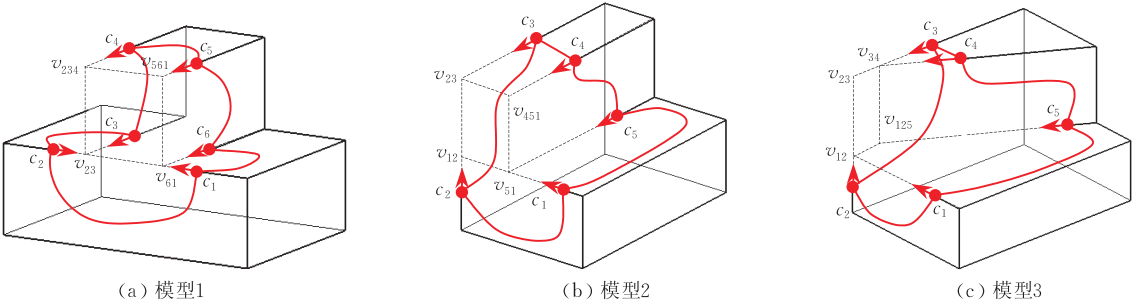


图 10 执行基本操作应该满足的几何条件

设可以填充切孔的所有裁剪延伸面  $f_j^x (j=1,2,\cdots, m)$  构成的一个面集合  $C$ :

(1) 如果根据操作 1 用  $c_i$  和  $c_{i+1}$  可以构造一个 1EE 面  $f_{e1}$ , 并且  $c_i$  和  $c_{i+1}$  的延伸边  $e_i^x$  上的线段  $s = e_i^x(c_i, c_{i+1})$  与延伸面  $f_k^x (k \neq i-1, i, i+1)$  不相交, 即  $s \cap f_k^x = \emptyset (k \neq i-1, i, i+1)$ . 那么  $f_{e1}$  一定属于集合  $C$  中的一个面.

(2) 如果根据操作 2 创建一个顶点  $v_{i,i+1}$  连同  $c_i$  和  $c_{i+1}$  可以构造一个 2EE 面  $f_{e2}$ , 并且  $c_j$  和  $v_{i,i+1}$  的两条延伸边  $e_j^x (j=i, i+1)$  上的线段  $s_j = e_j^x(c_j, v_{i,i+1})$  与延伸面  $f_k^x (k \neq i-1, i, i+1)$  不相交, 即  $s_j \cap f_k^x = \emptyset (k \neq i-1, i, i+1; j=i, i+1)$ . 那么  $f_{e2}$  一定属于集合  $C$  中的一个面.

证明. 因为集合  $C$  上的所有裁剪延伸面可以填充切孔, 那么集合中存在一个裁剪延伸面  $f'$ , 它是延伸面  $f_i^x$  的一部分, 并且它的边界由切边  $c_i c_{i+1}$ 、延伸边上的线段  $s_i, s_{i+1}$  以及其它可能的延伸边上的线段组成 (见图 11). 如果在  $f'$  的边界上存在另一条线段  $s' (s' \neq s_i)$  与  $s_{i+1}$  相交于点  $v'$ , 那么  $s_{i+1}$  应该与  $s'$  相邻的延伸面  $f_k^x (k \neq i-1, i, i+1)$  相交, 即  $s_{i+1} \cap f_k^x \neq \emptyset$ , 这与前提条件  $s_j \cap f_k^x = \emptyset (k \neq i-1, i, i+1; j=i, i+1)$  矛盾. 这就意味着在  $f'$  的边界上除了  $s_i$  和  $s_{i+1}$  外没有其它线段  $s'$ . 因此, 面  $f'$  是一个 1EE 或者 2EE 面. 因为根据给定的切边  $c_i c_{i+1}$  只能构造一个 1EE 面或 2EE 面, 那么集合  $C$  中的裁剪延伸面  $f'$  就是 1EE 面  $f_{e1}$  或者 2EE 面  $f_{e2}$ . 证毕.

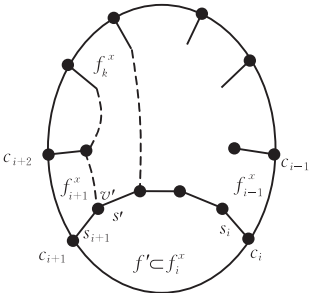


图 11 选择基本操作的充分条件

填充切孔过程中, 满足定理 2 条件的 1EE 或 2EE 面先被构造. 当一个 1EE 或 2EE 面生成后, 其它原先不满足条件的面就有可能满足条件, 因为它们的干涉面可能不再与更新后的切割环边界相连接. 例如, 在图 10(b) 中用  $c_2 c_3$  生成的 2EE 面在第一次的时候不能被构造因为边  $c_2 v_{23}$  与  $c_1 c_5$  的延伸面  $f_5^x$  相交; 但是用  $c_1 c_5$  构造 2EE 面后, 更新后的切割环的延伸面不再包括  $f_5^x$ , 因为这时候切割环上的角点只有  $c_2, c_3, c_4$  和  $v_{51}$ . 这样, 用  $c_2 c_3$  构造的 2EE 面就不再出现干涉情况.

#### 4.2 切割环收缩算法

利用 4.1 节的两个基本操作和定理 2 给出的构造合适 1EE 或 2EE 面的条件, 下面给出填充孔的收缩算法.

1. 在包含切割环  $L^s = E_1^s E_2^s \cdots E_m^s, E_k^s = (e, f) (1 \leq k \leq m)$  的面壳 FS 中, 找到切孔上的所有 On-E 角点  $c_k$ , 并且生成所有延伸面  $f_k^x$ 、延伸边  $e_k^x$ . 设置切边集合  $C = \{E_k^s\} = \emptyset$ , 其中  $E_k^s$  是符合操作 1 或操作 2 的切边.

2. 令  $k=1, 2, \cdots, m$ , 开始以下循环:

2.1. 如果  $E_{k-1}^s, f = E_{k+1}^s, f$ , 并且  $e_k^x(c_k, c_{k+1}) \cap f_i^x = \emptyset (i \neq k-1, k, k+1)$ , 那么将切边  $E_k^s$  放到集合  $C$  中.

2.2. 如果  $f_{k-1}^x \cap f_k^x \cap f_{k+1}^x = \{v\}, v \in R^3$ , 并且  $e_k^x(c_k, v) \cap f_i^x = \emptyset$  和  $e_{k+1}^x(c_{k+1}, v) \cap f_i^x = \emptyset (i \neq k-1, k, k+1)$ , 那么将切边  $E_k^s$  放入到集合  $C$  中.

3. 如果  $C \neq \emptyset$ , 进行循环:

3.1. 令  $i=1, 2, \cdots, |C|$ , 执行:

3.1.1. 当  $m \neq 1$  时, 在集合  $C$  中, 选择执行完第  $(i-1)$  步循环后满足定理 2 条件的第  $i$  条切边进行操作 1 或者操作 2.

3.1.2. 更新切孔上的点、延伸面、延伸边以及  $m$ .

3.2. 设置  $C = \emptyset$  并转步 2.

4. 如果  $C = \emptyset$ , 结束程序并输出以下两个结果:

4.1. 如果  $m=1$ , 从 FS 中删除切孔收缩后形成的第 1 类切割环, 直接封闭并返回封闭后的实体, 输出封闭成功信息.

4.2. 否则, 认为切孔是不可收缩的, 并输出封闭失败信息.



我们可以对上述算法的复杂度进行下列估计. 设切割环的起始边数为  $n$ , 搜索过程中切割环边数  $m$  从  $n$  逐步减少到 1, 每次边-面相交检查计算量为  $I_{ef}$ 、面-面相交检查计算量为  $I_{ff}$ 、构造一个 1EE 或 2EE 面的最大计算量为  $F$ . 在收缩最慢的情况下, 每步收缩只一条切割边, 即  $m$  每次减 1, 需要  $n$  步收缩. 在该算法中边-面相交检查次数较多, 但在算法具体实现时可以尽量使用前面已经计算过的检查结果, 这样, 在初始时有  $n(n-3)$  次边-面相交检查, 在以后各步中只对新出现的延伸边进行边-面相交检查. 由此, 在切割环边数为  $m$  时, 收缩一条切割边, 最多需要  $2m$  次面-面相交检查、 $m-3$  次针对新产生延伸边的边-面相交检查和 1 次 1EE 或 2EE 面构造. 所以, 总的计算量上界为

$$T = n(n-3)I_{ef} + \sum_{m=1}^n (2mI_{ff} + (m-3)I_{ef} + F)$$

$$= O(n^2).$$

用上述算法可以完成图 10 中的封闭过程. 譬如, 在图 10(a)中切边  $c_2c_3$  和  $c_6c_1$  首先被收缩, 然后孔收缩时角点的完成顺序是  $\{v_{23}, v_{61}\} \rightarrow \{v_{234}, v_{561}\}$ . 同样地, 图 10(b)中的角点完成顺序是  $\{v_{15}\} \rightarrow \{v_{23}, v_{451}\}$ ; 图 10(c)中是  $\{v_{12}, v_{34}\} \rightarrow \{v_{125}\}$ . 图 12 给出了一个更复杂的例子. 首先, 在面  $f_1, f_6$  和  $f_{11}$  上都可以创建 2EE 面, 但  $f_1$  上的 2EE 面与  $f_2^x$  干涉,  $f_6$  上的 2EE 面与  $f_{12}^x$  干涉 (见图 12(a)), 只有  $f_{11}$  上的 2EE 面是不干涉的. 处理完  $f_{11}$  后,  $f_{10}$  成为唯一可以用操作 2 且不相干涉的面 (见图 12(b)). 在图 12(c)中,  $f_9$  上的 2EE 面与  $f_2^x$  干涉. 但执行完前一次操作后,  $f_1$  上的 2EE 面  $f_{10}$  成为非干涉面. 当  $f_1$  填充后,  $f_{12}$  成为唯一可以用操作 2 且不相干涉的面 (见图 12(d)). 之后,  $f_6$  被填充 (见图 12(e)、(f)). 接着,  $f_7$  和  $f_8$  被填充 (见图 12(g)、(h)). 在图 12(h)中,  $f_9$  上的

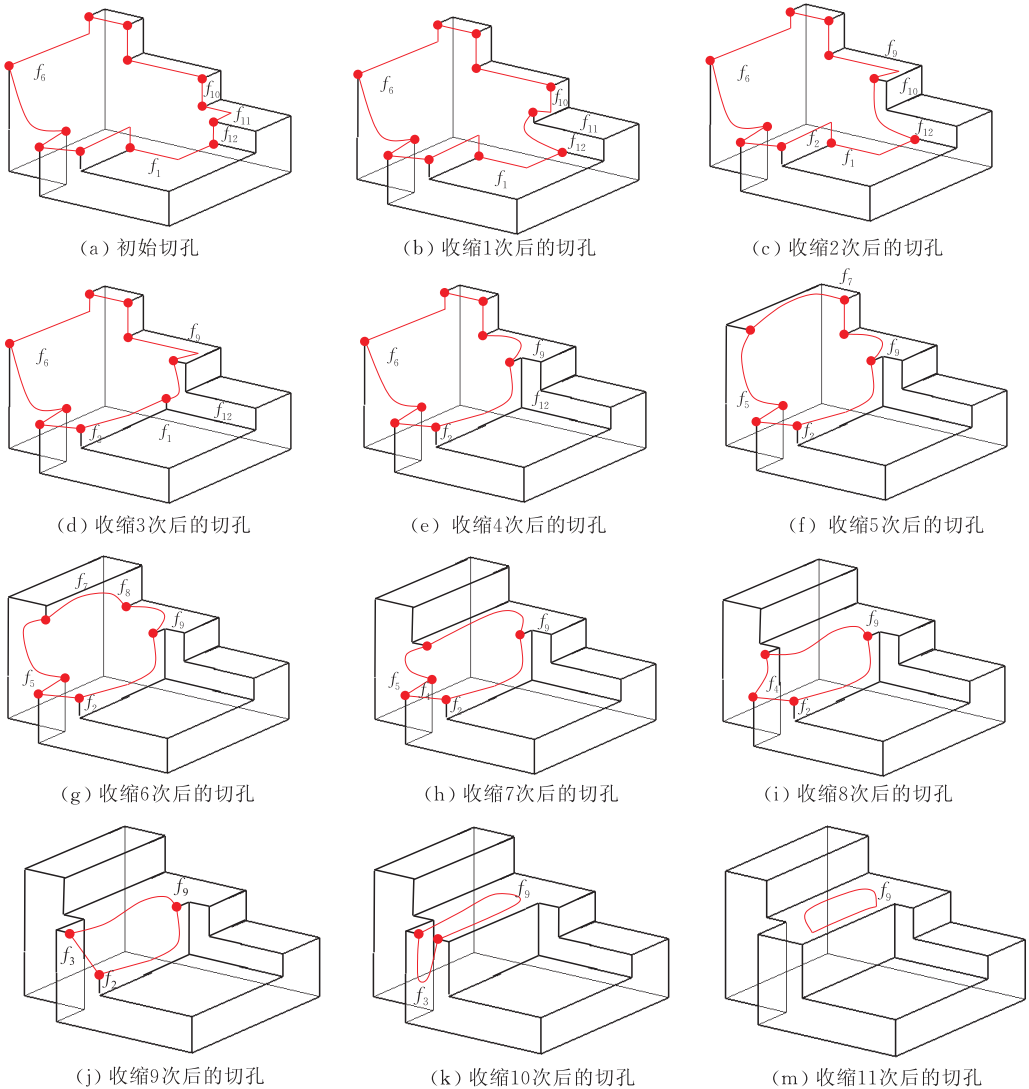


图 12 切孔收缩举例

2EE 面与  $f_4^x$  相交,那么  $f_5$  成为唯一可以被填充的面.  $f_5$  完成后,  $f_2$  和  $f_4$  都符合操作 2 的要求(见图 12(i)),直接构造(见图 12(j)、(k)). 然后,在图 12(k)中,  $f_3$  和  $f_9$  都符合操作 1 的要求,但当  $f_3$  上的 1EE 面生成后,切孔已经收缩到一个面上形成第 1 类切割环(见图 12(m)),那么移除  $f_9$  上由切孔形成的切割环后,算法程序就成功地结束.

4.3 单向可收缩切割环的封闭方法

根据定义 2 可知,单向可收缩的切割环只能封闭其对应两个面壳中的一个面壳  $FS_1$ . 出现这种情况的原因在于该切割环在另一个的面壳  $FS_2$  上的延伸边是发散的(见图 13(a)),导致填充区域是切割环外部的一个无限区域(见图 13(b)),这时我们可以用已封闭面壳  $FS_1$  上的面封闭面壳  $FS_2$ . 这是因为收缩算法改变的仅仅是 B-rep 中面的边界而不产生新面,那么可以用面壳  $FS_1$  上的收缩后的面与它对应的原始面作差运算得到裁剪面片,用这些裁减

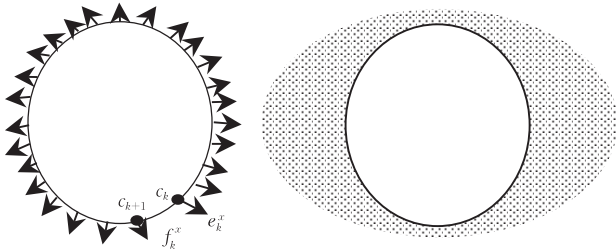


图 13 单向可收缩的切割环举例

面片就可以封闭面壳  $FS_2$ .

假设 B-rep 中所有原始面的集合为  $F_{old} = \{f_1, f_2, \dots\}$ , 并假设已经封闭的切孔上,经过填充后形成的面的集合为  $F_{ext} = \{f'_1, f'_2, \dots\}$ . 那么,封闭不收缩切孔的方法如下:

- 1. 创建一个临时的面集合  $F_{fill}$ , 并令  $F_{fill} = \emptyset$ .
- 2. 对于每一个在集合  $F_{ext}$  中的面  $f'_k$ , 在集合  $F_{old}$  中找到对应的原始面  $f_{k_1}, f_{k_2}, \dots, f_{k_m}$ , 作差运算  $f''_k = f'_k - {}^*f_{k_1} - {}^*f_{k_2} - \dots - {}^*f_{k_m}$ , 并将差运算后形成的面片  $f''_k$  放入到  $F_{fill}$ .
- 3. 用集合  $F_{fill}$  中的所有面填充孔.

5 实验结果与讨论

为验证本文提出的方法,我们使用 Visual C++ 和三维实体几何引擎 ACIS 实现上述算法,实验用的微机配置为 Pentium (R) 4CPU 3.00GHz, 1.00GB 内存. 图 14 反映的是模型分解算法中的部分中间过程. 图 14(b)是根据第 1 类切割环分割后形成的一个分割体,该分割体中用红色表示的面区域就是该分割体中的部分混合区域. 图 14(c)是在上述混合区域中找到的第 2 类切割环,其中橘黄色的环表示凸分割环,根据这些环分离出的是减体;紫色表示凹分割环,根据这些环分离出的是加体. 图 14(d)则是根据混合区域中找到的切割环进行收缩后得到的分割体.

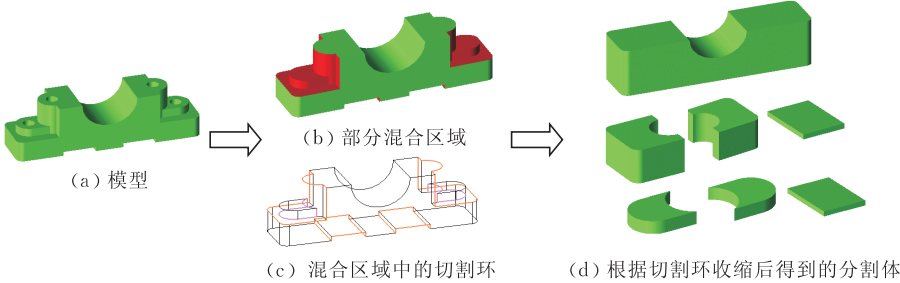


图 14 模型分解的部分中间过程举例

为了验证本文算法的有效性,我们选择了典型零件进行分解. 图 15 给出了实验中的 6 个典型零件模型以及它们分解后的结果,从图中可以看出本文的算法能较好地分解模型.

为了测试本文算法的效率,我们用模型的面数量衡量模型规模大小并作为横坐标,而模型分解时间作为纵坐标,形成模型分解时间的曲线图. 实验中我们选择了 18 个典型模型进行分解,其中纵坐标表示模型中面的数量. 图 16 是分解这些模型所需要的时间曲线图. 从图中可以看到,大部分模型的分解时

间低于 1s,即使模型中面数量超过 150 个,其分解时间也低于 1.5s,这说明本文方法的效率是比较高的.

通常,我们希望通过模型分解进一步分析模型中存在的典型设计结构以及它们之间的相互关系,并且通过多模型之间的比较,发掘有用的设计规律. 因此,我们希望模型分解后的分割体能尽量保持其完整的设计结构而不被破坏. 基于切割环收缩的模型分割方法与切模式分割方法的最大差别在于前者是根据信息恢复的思想,通过切割环的收缩恢复面

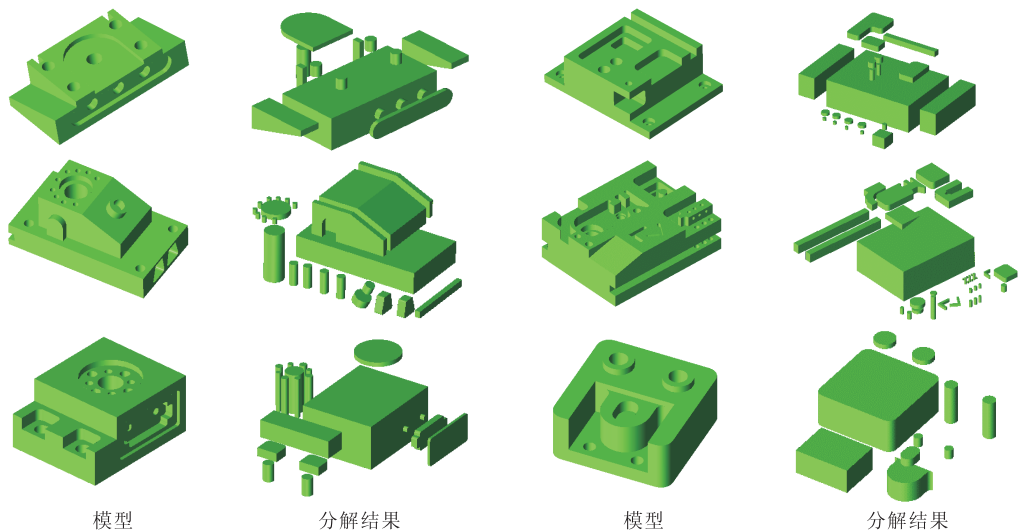


图 15 典型零件的分解举例

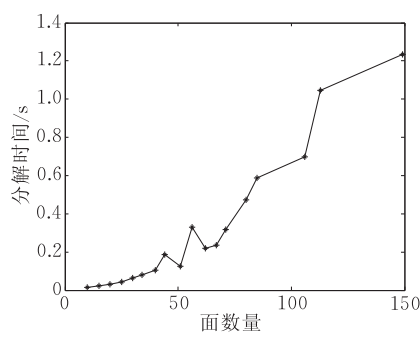


图 16 算法效率曲线

壳本身具有的设计意图,从而使分割体更加符合原本的设计意图;而切模式的分割方法则是一种强制性分割方法,其分割体很难体现原本的设计意图。

图 17 给出了一个例子,体现了本文方法分割结

果与切模式方法分割结果的差别。该模型中存在两个 U 型槽,四周存在三角型支撑面,中间存在一个菱形孔。U 型槽的设计是作为连接结构;支撑面是一个夹紧结构,起到定位作用;菱形孔在该模型中既是一个连接结构,同时也具有定位功能。因此,我们希望能从该模型分割中分割出这些设计结构。我们对文献[12]的算法和本文算法的分解结果进行对比,图 17(b)是文献[12]的算法的分解结果,图 17(c)是本文方法的分解结果。从中可以看到,文献[12]的算法由于其强制性的分割策略,得到的分割体已经不具有任何的设计信息,并且分割体形状各异且关系错综复杂;而本文方法得到的各分割体分别对应某一局部功能结构从而使得分割结果更有意义。

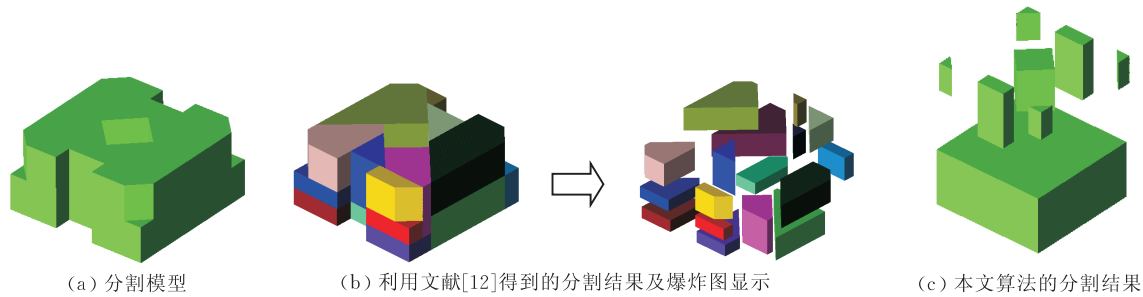


图 17 与文献[12]的实验结果对比

6 总 结

实现 B-rep 模型分解对模型分析和信息挖掘具有重要的意义,本文采用信息恢复的思想,提出一种补模式的基于切割环收缩的方法分解模型。通过实

验验证,该方法能有效地分解大部分的零件模型。本文方法的主要特点有:(1)本文的方法可以分离出加体和减体,即一般意义上的正特征和负特征,使得模型分解更合理,有利于进一步的分析和比较。(2)提出一种环收缩算法封闭面壳。该方法是确定性算法而不是启发式算法,因此具有较高的效率。同

时,在算法过程中用来填充切孔的 1EE 面和 2EE 面构造简单,易于实现。(3)在面壳封闭过程中,仅用面壳上存在的面进行封闭,而不人为地引入新的面封闭。这样使得封闭结果具有确定性,符合信息恢复的原则。

尽管如此,本文方法目前还存在两点不足需要在今后改进:(1)目前无法给出环的封闭性充要条件,不能预先确定环的可封闭性,而只是通过执行收缩算法去判断环是否可封闭。(2)本文方法暂时没有考虑包含自由曲面的模型。克服以上两点不足之处,会有许多颇具挑战的问题需要解决,这也是今后的研究内容。

## 参 考 文 献

- [1] Gao Shu-Ming. A survey of automatic feature recognition. *Chinese Journal of Computers*, 1998, 21(3): 281-288 (in Chinese)  
(高曙明. 自动特征识别技术综述. *计算机学报*, 1998, 21(3): 281-288)
- [2] Huang Zheng-Dong, Xie Bo, Ma Lu-Jie, Wei Xin. Feature conversion based on decomposition and combination of swept volumes. *Computer-Aided Design*, 2006, 38(8): 857-873
- [3] Zheng Bo-Chuan, Peng Wei, Zhang Yin et al. A survey on 3D model retrieval techniques. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2004, 16(7): 873-881 (in Chinese)  
(郑伯川, 彭维, 张引等. 3D 模型检索技术综述. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(7): 873-881)
- [4] Gao S, Shah J J. Automatic recognition of interacting machining features based on minimal condition subgraph. *Computer-Aided Design*, 1998, 30(9): 727-739
- [5] El-Mehalawi M, Allen Miller R. A database system of mechanical components based on geometric and topological simi-

larity, Part II: Indexing, retrieval, matching and similarity assessment. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(1): 95-105

- [6] Buchelea Suzanne F, Crawfordb Richard H. Three-dimensional halfspace constructive solid geometry tree construction from implicit boundary representations. *Computer-Aided Design*, 2004, 36(12): 1063-1073
- [7] Woo T C. Feature extraction by volume decomposition//*Proceedings of the Conference on CAD/CAM*. Cambridge, MA: MIT Press, 1982: 39-45
- [8] Hiroshi Sakurai. Volume decomposition and feature recognition, part I: Polyhedral objects. *Computer-Aided Design*, 1995, 27(11): 833-843
- [9] Sakurai Hiroshi, Dave Parag. Volume decomposition and feature recognition, part II: Curve objects. *Computer-Aided Design*, 1996, 28(6-7): 519-537
- [10] Gadh R, Prinz F B. Reduction of geometric forms using the differential depth filter. *Computer-Aided Design*, 1992, 24(11): 583-598
- [11] Lu Y, Gadh R, Tautges T J. Feature based hex meshing methodology: Feature recognition and volume decomposition. *Computer-Aided Design*, 2001, 33(3): 221-231
- [12] Woo Yoonhwan. Fast cell-based decomposition and applications to solid modeling. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(11): 969-977
- [13] Sonthi R, Kunjur G, Gadh R. Shape feature determination using the curvature region representation//*Proceedings of the 4th Symposium on Solid Modeling and Applications*. Atlanta, Georgia, 1997: 285-296
- [14] Fu M W, Ong S K, Lu W F et al. An approach to identify design and manufacturing features from a data exchanged part model. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(11): 979-993
- [15] Xu Jun-Ming. *Graph Theory and Its Applications*. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2004 (in Chinese)  
(徐俊明. 图论及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2004)



**MA Lu-Jie**, born in 1981, Ph. D. candidate. His current research interests include feature recognition, shape analysis, 3D model retrieval.

**HUANG Zheng-Dong**, born in 1961, Ph. D. professor. His research interests include computer graphics, geometrical modeling, design optimization and computer aided process planning.

## Background

In the area of computer-aided design, decomposition of 3D solid models with B-rep format is a crucial technique for

feature recognition, feature conversion, model analysis and transformation. With the wide application of three-dimen-

sional CAD software, 3D solid models increase in a high speed. This implicitly poses a question how to reuse the models. Usually, model reuse is based on model understanding, and model understanding can be achieved through geometrical shape analysis. This paper just presents a model decomposition method to support model shape analysis.

Although some approaches have been proposed to solve this problem in the past two decades, the problem hasn't been resolved effectively. Some approaches are only limited to polyhedron model, while others are difficult to implement. Usually, the time costs of these approaches are high. In addition, the existing methods share a disadvantage that only positive features can be decomposed from solid model while negative features can not. This problem goes against the need of structure analysis of CAD model because most of CAD models both have positive and negative features in structure. The model decomposition method presented in this paper based on a face-shell shrinking can overcome the above problems of existing methods. It can decompose solid models with quadric surfaces into positive and negative features with a high computation efficiency. However, like the other existing methods, the approach proposed in this paper also cannot

deal with the solid model with free-form surfaces. This is a difficult problem. It will be conducted research on it in future.

The work of this paper has been supported by the two projects from National Natural Science Foundation of China (No. 60573178 and No. 50875092). The major objective of the first project is to study shape and structure relations of solid models in a large CAD model database, and to discover the useful information through simultaneously analyzing multiple models. The latter project is to study the rationality of design structure in solid models as well as the comparison of the structures. So the contribution of this paper is a basic technique problem to both of the above two projects, and it can support the following research work of the two projects.

The authors of this paper have already done research in the area of feature recognition, feature conversion and shape analysis in the past, and some papers have been published in Computer-Aided Design, ASME Journal of Computing and Information Science in Engineering, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, Journal of CAD & CG and so on.