

基于 Mumford-Shah 模型的高精度 MR 图像 轮廓提取算法

原 达^{1),2)} 张彩明¹⁾ 李晋江¹⁾ 刘晓华²⁾

¹⁾(山东大学计算机科学与技术学院 济南 250100)

²⁾(山东工商学院计算机科学与技术学院 山东 烟台 264005)

摘 要 提出了基于曲线演化的 MR 边界轮廓精确提取方法. 针对 MR 图像边缘模糊和高噪声问题,改进 Mumford-Shah 曲线演化模型,将模糊聚类引入到轮廓演化能量模型中,降低对非规则细节和噪声的敏感性;利用水平集和半隐式的加性-乘性算子分裂数值方案进行轮廓线演化的迭代计算,提高精度和计算效率. 实验表明这种方法可以对边界模糊和高噪声的轮廓进行有效提取.

关键词 曲线演化;轮廓提取;水平集;算子分裂

中图法分类号 TP391 **DOI号**: 10.3724/SP.J.1016.2009.00268

A High-Accuracy Contour Extraction Algorithm for MR Images Based on Mumford-Shah Model

YUAN Da^{1),2)} ZHANG Cai-Ming¹⁾ LI Jin-Jiang¹⁾ LIU Xiao-Hua²⁾

¹⁾(School of Computer Science and Technology, Shandong University, Jinan 250100)

²⁾(School of Computer Science and Technology, Shandong Institute of Business and Technology, Yantai, Shandong 264005)

Abstract This paper proposes a high-accuracy contour extraction algorithm based on curve evolution model. Face to the blurred edges and high noise in MR image, Mumford-shah model is improved here and fuzzy clustering is used to establish active contour model to lower sensitivity to irregular details and noises. The derivation of the level set and the semi-implicit implementation based on the additive-multiplicative operator splitting is performed in order to improve the computing efficiency and accuracy. Experimental results are given to demonstrate the feasibility of the proposed method in extracting contour from the blurred edge and high-noise images.

Keywords curve evolution; contour extraction; level set; operator splitting

1 引 言

基于曲线演化的方法是近年来被广泛应用于医学领域的比较精细的分析方法,其基本思想是将曲线的形状变化用曲线演化偏微分方程(PDE)表示,

通过定义闭合曲线或曲面形变的演化能量函数或边界约束条件,使曲线逐渐逼近图像中异质区域的边界. 曲线演化方程给出了图像边界的连续模型,离散的处理方法可被视为具有微小子邻域局部处理的迭代,因而有利于将已有的分析方法进行合成和分类,形成新的边界提取算法.

收稿日期:2008-07-29;最终修改稿收到日期:2008-09-11. 本课题得到国家自然科学基金(60773053,60673153,60673003)资助. 原 达,男,1968年生,博士,教授,研究领域为医学图像分析与三维重建几何等. E-mail: ydccec@126.com. 张彩明,男,1956年生,博士,教授,博士生导师,研究领域为 CAD、CG、科学计算可视化和医学图像处理. 李晋江,男,1978年生,博士研究生,研究方向为计算机图形学、数字图像处理. 刘晓华,女,1964年生,副教授,研究方向为数字图像处理、计算机图形学.

Kass, Witkin 等^[1]首次提出了基于能量最小化模型的参数曲线演化方法 snake. Snake 是在图像域内定义可变形曲线, 通过对其能量函数的最小化及变形和调整从而产生连续平滑的轮廓, 当能量达到最小时曲线收敛到目标边界. Caselles 等^[2]和 Malladi 等^[3]提出基于几何形变模型 (geometric active contour) 的曲线演化方法, 将曲线的形状变化用曲率、法向量和梯度等几何度量表示, 作为曲线演化的速度函数. Caselles 等^[4]根据能量最小化模型提出了测地线 (geodesic active contours) 演化方程, 通过引入约束项使曲线即使跨过弱边界也可以被拉回来. 文献[1-5]中的方法一般依据图像梯度信息进行演化计算, 在灰度值变化剧烈的边缘容易收敛, 但在边界模糊或渐变区域会导致演化抖动或越过边缘. 另外, 图像噪声可以使模型陷入局部最优, 干扰对图像轮廓的准确提取. 虽然可以对图像进行滤波去噪后再提取, 但由于边缘信息被弱化, 使得后续处理变得较为困难. 近年来 Mumford 和 Shah 等^[6]提出的基于最优划分的 MS 图像分割模型以及 Chan 和 Vese 等^[7]提出的 CV 模型成为研究的热点, 一些有关的新方法和新观点也相继被提出. 例如, 文献[8]对 CV 方法的欧拉-拉格朗日偏微分方程求解做了改进, 提出了快速构造 SDF 的方法; 文献[9]对 CV 模型进行改进, 提出了曲线分层演化模型和多水平集方程求解方法. Han 等提出了边界提取与配准结合的边界匹配算法^[10], 利用 MS 模型及其自动耦合函数进行边界特征表示, 将曲线演化划分为线性与非线性两部分, 分别用有限元和梯度下降法迭代计算. Du 等改进了 MS 模型^[11], 用高频滤波分量作为曲线演化的耦合函数, 并用单变量 PDE 和高频卷积滤波加速演化函数的求解.

本文将改进的 MS 模型作为图像轮廓提取的曲线演化模型, 在模型中引入模糊方法定义轮廓拟合能量函数, 同时改进基于全局信息的轮廓演化能量函数, 降低由于边缘模糊和灰度不均匀等因素所产生的轮廓线演化抖动; 对模型的数值处理方法进行研究, 推导出最小化能量模型的水平集演化方程, 给出了基于加性-乘性算子分裂的水平集函数迭代计算方法.

2 Mumford-Shah 和 Chan-Vese 模型

Mumford-Shah 模型 (简称 MS) 是 20 世纪 80 年代提出的、具有曲线演化拓扑自适应能力的分析模

型, 它在理论上是一类具有体积能量和低维测度的变分问题. MS 模型将局部边缘信息与全局同质区域信息相结合, 可以实现对轮廓曲线的比较精确的定位, 并对噪声具有一定的抑制作用.

Mumford-Shah 模型的一般形式为

$$F(u, C) = \alpha \int_{\Omega \setminus C} |\nabla u|^2 dx dy + \beta \int_{\Omega} |u - u_0| dx dy + \gamma \cdot \text{length}(C) \quad (1)$$

式中, u_0 为开集 $\Omega \in R^2$ 上的噪声图像, 闭集 $C \in R^2$ 为 Ω 上不连续集合, 表征图像上不连续的突变点集合, 如边缘、角点等; u 为近似于 u_0 且仅与 C 相关的分段光滑函数. MS 模型的求解可归为寻找合适的数对 (u, C) 使 $F(u, C)$ 逼近极小值, 即

$$\{u, C\} = \inf_{u, C} F(u, C).$$

由于 u 和 C 分属不同维数空间集合, 且 $F(u, C)$ 非凸, 函数容易陷入局部极小值, 因而在实际应用中求数值解或数值逼近比较困难. 在 CV 模型中通过水平集曲线演化方法, 将 MS 模型转化为简化的隐式模型, 其能量泛函为

$$F(C, c_1, c_2) = \mu \cdot \text{length}(C) + \nu \cdot \text{area}(\text{inside}C) + \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |u_0 - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} |u_0 - c_2|^2 dx dy \quad (2)$$

式中, $\mu, \nu \geq 0$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ 为各项的权重系数; 图像 u_0 被闭合曲线 C 分割为内外两个区域, c_1 和 c_2 分别为这两个区域的灰度均值. 当 C 没有位于 u_0 的边界时, 能量泛函无法达到极小值, 曲线会向 u_0 的区域边界处演化. 只有 C 逼近 u_0 中同质区域的边界时, C 的演化逐渐趋于稳定, $F(C, c_1, c_2)$ 趋近极小值. 在曲线演化 PDE 的每次迭代过程中, c_1 和 c_2 的计算函数对图像具有光滑效果, 其作用虽然可以在一定程度上去噪, 但同时轮廓提取的准确性也降低了. MR 图像边缘往往存在着边界模糊和灰度渐进等现象. MS 和 CV 模型虽然可以使区域分割逼近全局最优, 但在处理渐进和模糊边界时, 仍难以精确刻画边界的轮廓. 另外, 不同的初始曲线对边缘提取结果也有影响.

3 轮廓提取模型

3.1 图像轮廓提取模型

用曲线演化进行轮廓提取的过程可解释为在给定初始轮廓线 C 的条件下, 在演化能量的作用下, 通过 C 的演化使得轮廓演化模型的能量泛函

的加权和最小,达到稳定状态后, C 逼近或停留在边界处。

在轮廓线演化过程中,能量函数须将曲线演化到图像中的边界处,因而能量函数必须能够对曲线的演化和约束有很好的表达。MS 模型以 ∇u 作为基本函数项,对轮廓线演化进行约束。当噪声造成 ∇u 大幅振荡时,会导致虚假边缘的出现。反之,如果 ∇u 变化较小,则会演化过度,不能精确反映图像中的模糊和灰度值渐变边界。文献[4]以图像均值作为演化手段,对一般的图像效果明显,但处理模糊和灰度值渐变图像时仍无能为力。另外,由于能量泛函的最小化受到局部最优的干扰,提取结果受到初始曲线位置的限制,不同的初始曲线会有不尽相同的结果。

MR 图像中的模糊边界很难显示定义,而模糊方法对于图像的不确定性有较好的描述,适合表示图像中无法精确定义的区域。因此我们在设计轮廓提取模型时将模糊方法引入到能量泛函的定义中。基本思路是:首先定义图像样本集中各类样本的空间隶属度,依次进行样本空间的划分,然后寻找变换方法将各样本子空间及空间隶属度变换到能量域。以模糊变换能量域和图像划分为基本项构建演化模型。

利用图像的模糊变换设计能量泛函时主要考虑:(1)能量模型能够对无梯度定义的渐进边界进行识别;(2)降低局部极小值对演化结果的影响,避免“空洞”现象。

假设图像的定义域为 Ω ,给定初始封闭曲线 C 和围绕 C 的一个邻域带状区域 ∂C , C 在轮廓提取模型的推动下演化并逐渐稳定,使如下能量泛函趋于最小:

$$F(C) = \mu \oint_C ds + \lambda \int_{\Omega \setminus \partial C} E_f(\partial C) dx dy + \gamma \int_{\Omega} E_g(\partial C) dx dy \quad (3)$$

式中,第 1 项为轮廓线 C 的长度,第 2 项是轮廓线 C 的拟合能量函数,第 3 项为轮廓线 C 的全局演化能量函数; μ, λ 和 γ 为各个能量函数项的权重系数。轮廓线 C 利用图像的全局信息,在各能量项的共同作用下,达到最优化状态,完成全局优化的轮廓提取结果。

3.2 轮廓拟合能量

设图像 I 的特征域为 U ,轮廓线 C 的邻域窄带区域为 ∂C ,在 U 内与 ∂C 相对应的区域是 $U \setminus \partial C$,取自 ∂C 和 $U \setminus \partial C$ 的能量为 $F(\partial C)$ 和 $F(U \setminus \partial C)$,轮廓线拟合能量的泛函为

$$F_c(C) = F_c(\partial C) - F_u(U \setminus \partial C),$$

其中, C 为轮廓线, $F_c(\partial C)$ 和 $F_u(U \setminus \partial C)$ 分别为依赖 C 的能量函数,代替式(2)中的区域均值项作为轮廓线的拟合函数。不同之处在于, $F_u(U \setminus \partial C)$ 不是直接取自图像,而是取决于模糊方法变换后的特征域 U 。

下面是图像特征域 U 的变换方法:

Gaussian 函数一般形式

$$G_\sigma(x, y) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma) \exp[-(x^2 + y^2)/2\sigma^2].$$

函数沿 x 轴方向的一阶导数

$$GD_\sigma(x, y) = -\frac{x}{\sigma^2} G_\sigma(x, y).$$

Gaussian 函数沿 θ 方向的一阶导数为

$$GD_{\sigma, \theta}(x, y) = GD_\sigma(x', y') \quad (4)$$

其中, $x' = x \cos \theta + y \sin \theta$, $y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$ 。

定义 1. 对于图像样本集中每一个样本 s ,定义边界属性向量 $\mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in R^n$,
 $p_i = |d(s, \theta_i) - d(s)| + |d(s, \theta_i + \pi) - d(s)|$ $0 \leq \theta_i < \pi$,
 $i = 1, 2, \dots, n$ (5)

其中,

$$\begin{cases} d(s, \theta_i) = |I(s) \times GD_{\sigma, \theta_i}(s)| \\ d(s) = \frac{\sum_{i=1}^n |d(s, \theta_i)| + \sum_{i=1}^n |d(s, \theta_i + \pi)|}{\sum_{i=1}^{2n} \delta(s)} \end{cases}$$

向量 \mathbf{P} 表示样本 s 的基本属性。边界、非边界和噪声集合的隶属函数定义如下。

定义 2. 对于图像空间中的样本 s ,边界集合的隶属函数定义为

$$U_b = \{u_1^b, u_2^b, \dots, u_n^b\} \in R^n,$$

其中 $u_i^b (i = 1, 2, \dots, n)$ 为 s 在 θ_i 方向的测度分量,

$$u_i^b = \max \left\{ 0, \frac{1 - \|\mathbf{P} - \boldsymbol{\alpha}_i\|^2}{m^2} \right\},$$

式中, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^T \in R^n$ 为各种边界类型的中心向量 $\boldsymbol{\alpha}_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n})$ 的集合。

$$a_{i,j} = \begin{cases} l, & i = j \\ h, & i \neq j \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

m, l, h 为属性阈值,满足 $l < m < h$ 。

定义 3. 对于图像样本集中每一个样本 s ,定义非边界集合的隶属函数为 $U_{nb} = \{u^{nb}\} \in R^1$ 。式中

$$u^{nb} = \max \left\{ 0, \frac{1 - \|\mathbf{P} - \boldsymbol{\beta}\|^2}{m^2} \right\},$$

$b_i = l, \boldsymbol{\beta} = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in R^n$ 为 n 维非边界类型中心向量。

定义 4. 对于图像样本集中每一个样本 s ,定

义噪声集合的隶属度为 $U_f = \{u^f\} \in R^1$. 式中

$$u^f = \max \left\{ 0, \frac{1 - \|\mathbf{P} - \boldsymbol{\gamma}\|^2}{m^2} \right\},$$

$c_i = h$, $\boldsymbol{\gamma} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 为 n 维非边界类型中心向量.

对于任意 $s \in I$, 构造一个映射

$$H(x): I \rightarrow U,$$

将图像变换到特征域, $H(x)$ 为变换规则, x 为隶属类型. $H(x)$ 规则为

$$u(s) = \begin{cases} 1, & x \in U_b \text{ 且 } f(x) > \epsilon \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{f(x)}{\epsilon} \right) \right), & x \in U_b \text{ 且 } f(x) < \epsilon, \\ 0, & x \in U_{nb} \text{ 或 } x \in U_f \end{cases}$$

其中, $f(x) = \max_s [U_b \cup U_{nb} \cup U_f]$.

假设围绕 C 的邻域窄带区域 ∂C 的灰度是常数, 对于区域 $T_i \subset \partial C$, 有 $p(T_i) = c_i$, c_i 是常量, 则边界拟合能量的最小化函数是

$$F_e(C) = \int_{U \setminus \partial C} (p(s) - u(s))^2 ds \quad (6)$$

当轮廓曲线 C 没有位于两个同质区域的边界时, $F_e(C)$ 较大; 当轮廓线逼近边界区域时, $F(C)$ 逐渐趋于最小值. 即

$$\inf_C F(C) < \rho.$$

将图像数据变换到特征域, 可以降低图像灰度不均匀、噪声等对边界提取的干扰, 提高提取的准确性.

3.3 轮廓演化能量

为了使轮廓线演化模型具有全局优化特性, 并且在用水平集演化时能够得到很好的表达, 轮廓演化泛函以轮廓线 ∂C 与特征域中的边界集合 C^b 的相似概率作为演化基本项. 为叙述方便, 我们对能量函数中所用的符号作以下约定. 图像样本空间 I 由类别空间 C_1 和 C_2 组成. 点 $x \in I$ 属于这两类空间的先验概率为 $P(C_1|I)$ 和 $P(C_2|I)$. 能量函数的演化过程实质上是找到合适的轮廓划分 ∂C , 使得 C_1 与 C_2 的划分达到最优, 能量函数趋于最小. 由 Bayes 定理可知后验概率

$$P(C_i|\partial C) = \frac{P(C_i|I)P(\partial C|C_i)}{P(\partial C)}, \quad i=1, 2 \quad (7)$$

其中,

$$P(\partial C) = \frac{\text{count}(x=c \in C^b)}{\text{Total}(x)}.$$

由后验概率式(7)推出轮廓演化能量函数

$$E_g(\partial C) = \alpha \log \left(\frac{P(C_2|\partial C)}{P(C_1|\partial C)} \right) N(\partial C) \quad (8)$$

其中, $N(\partial C)$ 为 C 与边界集合 C^b 的关系函数. 设 $w = \frac{P(C_2|\partial C)}{P(C_1|\partial C)}$, 如果 $P(C_2|\partial C) > P(C_1|\partial C)$, 可推导出 $w > 1$ 和 $\log w > 0$, 能量函数 $E(\partial C) > 0$; 如果 $P(C_2|\partial C) < P(C_1|\partial C)$, 同理可知, $E(\partial C) < 0$. 当 $P(C_2|\partial C) \approx P(C_1|\partial C)$ 时, $w \rightarrow 1$, $\log w \rightarrow 0$, 能量函数 $E(\partial C) \rightarrow 0$. 当边界点集在轮廓线内外区域分布的后验概率不一致时, 曲线会持续演化, 直到能量函数达到极小值.

4 数值实现

由 Osher 和 Sethian^[5] 提出的水平集方法在图像处理中已产生了广泛的影响. 水平集在空间形变曲线的表示方面取得了较好的应用结果, 也是解决曲线演化问题的主要方法之一. 在文献[7]中 Chan 和 Vese 将能量函数式(2)以水平集 ϕ 表达:

$$F(\phi, c_1, c_2) = \mu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + v \int_{\Omega} H(\phi) dx dy + \lambda_1 \int_{\Omega} |I - c_1| H(\phi) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |I - c_2| (1 - H(\phi)) dx dy \quad (9)$$

式中, Ω 是水平集函数的定义域; $H(z)$ 是 Heaviside 函数, 而 $\delta(x)$ 是 Dirac 函数; c_1 和 c_2 分别是当前状态下, 轮廓线 C 内外区域的灰度均值. 在 c_1 和 c_2 确定的条件下, 式(9)的求解方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_{\epsilon} \left[\mu \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \lambda_1 (I - c_1)^2 + \lambda_2 (I - c_2)^2 \right] \quad (10)$$

在 CV 方法中采用有限差分格式求解. 通常采用式(10)的迭代方法重新初始化 ϕ 为符号距离函数

$$\begin{cases} \phi = \text{sgn}(\phi) (1 - |\nabla \phi|) \\ \phi(0, \cdot) = \phi(t, \cdot) \end{cases} \quad (11)$$

ϕ 每次更新后需要重新初始化符号距离函数, 以保持计算稳定性. 如果要保证每个点在式(11)都收敛, 计算量较大. 在用有限差分格式求解水平集方程时, 为了保证计算稳定, 迭代步长被限制在较小的范围, 增加了计算量和迭代次数. 虽然, 水平集演化方程可以在数值处理上提供较精确的方法和易于实现的拓扑改变, 但由于时间效率低, 影响了实际使用. AOS 方案^[12-13]是由 Weickert 等提出的采用半隐式的欧拉方法求非线性滤波方程的方案, 算法计算复杂度为 $O(N)$. 与显示欧拉方法相比, 采用半隐式欧拉方

法的方案没有时间步长的限制,是无条件稳定的.文献[14]提出了 AMOS 方案,在加法性的 AOS 方案中加入乘法分裂算子,不仅进一步提高了计算精度,同时保证了矩阵运算的对称性.

根据水平集的表达方法将能量演化函数式(3)表示为水平集函数形式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = |\nabla \phi| [div(g \nabla \phi) + \lambda E_f(\partial C) + \gamma E_g(\partial C)] \quad (12)$$

g 为图像边缘耦合函数,通过图像 I 的属性特征控制曲线的演化,与能量演化函数无关.算子 $div(g \nabla \cdot)$ 在各个演化计算阶段不需重复初始化,仅在开始迭代时进行一次初始化.在每次迭代过程中,将 ϕ 映射为符号距离函数,意味着 $|\nabla \phi| \approx 1$. 轮廓线演化的 PDE 方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = div(g \nabla \phi) + E(\phi),$$

其中, $E(\phi) = \lambda \cdot E_f(\phi) + \gamma \cdot E_g(\phi)$.

水平集函数在演化过程中始终保持为一个函数,用图 1 所示的离散网格来表达水平集函数式.

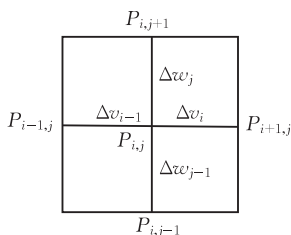


图 1 水平集离散网格

引入如下符号代表差分算子

$$\Delta v_{i-1} = \|\mathbf{P}_{i-1,j} \mathbf{P}_{i,j}\|, \quad \Delta v_i = \|\mathbf{P}_{i,j} \mathbf{P}_{i+1,j}\|, \\ \Delta w_{j-1} = \|\mathbf{P}_{i,j-1} \mathbf{P}_{i,j}\|, \quad \Delta w_j = \|\mathbf{P}_{i,j} \mathbf{P}_{i,j+1}\|.$$

算子 $div(g \nabla \phi)$ 的有限差分格式为

$$div(g \nabla \phi) = \frac{\bar{g}_{i+1}}{\Delta v_i \Delta v_{i-1}} \phi_{i+1,j} + \frac{\bar{g}_{i-1}}{\Delta v_i \Delta v_{i-1}} \phi_{i-1,j} + \\ \frac{\bar{g}_{j+1}}{\Delta w_j \Delta w_{j-1}} \phi_{i,j+1} + \frac{\bar{g}_{j-1}}{\Delta w_j \Delta w_{j-1}} \phi_{i,j-1} - \\ \frac{\bar{g}_{i+1} + \bar{g}_{i-1}}{\Delta v_i \Delta v_{i-1}} \phi_{i,j} - \frac{\bar{g}_{j+1} + \bar{g}_{j-1}}{\Delta w_j \Delta w_{j-1}} \phi_{i,j} \quad (13)$$

式中,

$$\bar{g}_{i+1} = (g_{i+1,j} + g_{i,j})/2, \quad \bar{g}_{i-1} = (g_{i,j} + g_{i-1,j})/2, \\ \bar{g}_{j+1} = (g_{i,j+1} + g_{i,j})/2, \quad \bar{g}_{j-1} = (g_{i,j} + g_{i,j-1})/2.$$

按照统一尺度 h 将图像划分为网格, $\phi_{i,j}$ 是曲线 ϕ 在网格上的位置. 散度算子表示为

$$div(g \nabla \phi) = \\ \frac{1}{h^2} (\bar{g}_{i+1} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) - \bar{g}_{i-1} (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j})) + \\ \frac{1}{h^2} (\bar{g}_{j+1} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) - \bar{g}_{j-1} (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1})),$$

也就是

$$div(g \nabla \phi) \approx \mathbf{A} \phi,$$

式中, $\mathbf{A} = [a_{i,j}]$ 为根据图像数据转换而来的 $MN \times MN$ 维三对角矩阵, 元素 $a_{i,j}$ 为

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{\bar{g}_j(i)}{h^2}, & j \in N(i) \\ -\sum_{j \in N(i)} \frac{\bar{g}_j(i)}{h^2}, & i = j \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

其中, $N(i)$ 为点 i 的 4 邻域点. AOS 方案是基于加性算子的分裂算法, 没有时间步长的限制, 选用大的步长可以提高计算效率, 但同时会带来精度的下降. 为了提高 MR 图像的处理精度, 我们采用加性算子与乘性算子组合的分裂算法求解轮廓模型的演化方程.

首先对轮廓方程采用半隐式方案沿 x 方向作一维迭代得到临时变量 ϕ^{nk} , 继而沿 y 方向作 ϕ^{nk} 的一维迭代, 得到如下方程组

$$\begin{cases} (I - \tau A_x) \phi^{nk} = \phi^n + E(\phi^n) \\ (I - \tau A_x) \phi^{n+1} = \phi^{nk} \end{cases} \quad (14)$$

再按照先 y 后 x 的顺序, 以同样的方法作一维迭代可得

$$\begin{cases} (I - \tau A_y) \phi^{nk} = \phi^n + E(\phi^n) \\ (I - \tau A_x) \phi^{n+1} = \phi^{nk} \end{cases} \quad (15)$$

以上两个方程组(14)和(15)经简化后得

$$\begin{cases} \phi_1^{n+1} = [(I - \tau A_x)^{-1} (I - \tau A_y)^{-1}] [\phi^n + E(\phi^n)] \\ \phi_2^{n+1} = [(I - \tau A_y)^{-1} (I - \tau A_x)^{-1}] [\phi^n + E(\phi^n)] \end{cases}.$$

然后取两者的均值为轮廓演化方程的迭代结果

$$\phi^{n+1} = \frac{1}{2} (\phi_1^{n+1} + \phi_2^{n+1}),$$

采用乘性与加性组合的轮廓线水平集方程求解方法, 可以在采用较大的时间步长下, 提高计算的精度.

5 实验验证

我们分别选用脑部 MR 图像和人工合成图像在 Matlab 环境中进行了轮廓提取实验. 下面从轮廓提取效果和收敛速度两方面对本文提出的算法和 CV 方法进行比较.

图 2 是采用本文方法与 CV 方法提取 MR 图像轮廓的结果对比, 两种方法采用同一初始曲线. 图 2(a) 为原始 MR 图像; 图 2(b) 为采用 CV 模型得到的边缘轮廓曲线. 图 2(c) 为采用本文提出的算法所提取的边缘轮廓曲线. 根据实验结果可以看出, 这两

种方法都能较好地对图像进行分割,本文提出的模型可以有效地将脑组织的边界提取出来,勾画出图像中目标边界的模糊和渐变部分.

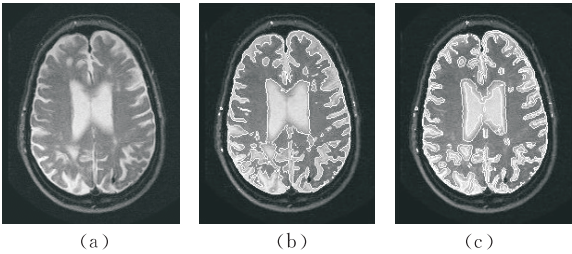


图 2 MR 图像的轮廓提取

图 3 给出了对带有噪声的边界模糊的合成图像进行的实验结果. 图 3(a)为含有初始曲线的原始图像. 在实验中,本文提出的方法和 CV 方法都采用相同的图像和初始曲线. 图 3(b)为 CV 方法实验结果,图 3(c)为本文方法实验结果. 可以看出本文提出的方法可以将图像中模糊和渐进边界准确提取出来,而 CV 方法仅提取出比较明显的边界.

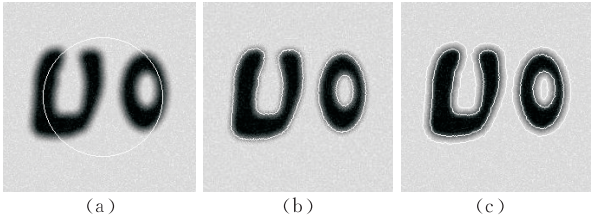


图 3 含噪声的合成图像的轮廓提取

图 4 考察曲线演化方法的全局优化能力. 图 4(a)是经过滤波处理的多层灰度图像;图 4(b)是采用 CV 方法提取的轮廓线,由于陷入局部最优,只提取了部分轮廓,产生“空洞”. 图 4(c)是本文所用方法提取后的轮廓,不仅提取了全部轮廓,还将边界的微变部分勾画出来.

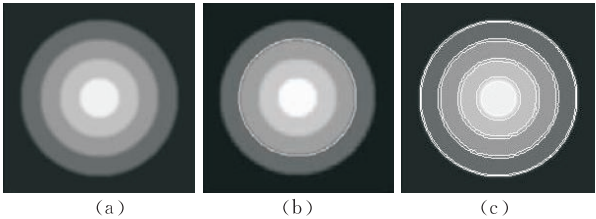


图 4 多层灰度图像的轮廓提取

图 5 是两种方法的收敛曲线,在图中 X 轴表示方程迭代次数, Y 轴表示数值 Q , Q 反映了曲线演化的收敛情况. 计算为

$$Q = \frac{\sum_{|\phi_{i,j}^m| < h} |\phi_{i,j}^{m+1} - \phi_{i,j}^m|}{M},$$

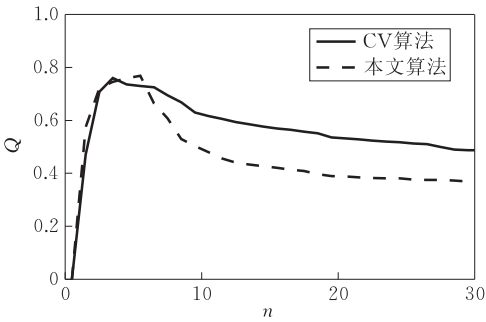


图 5 模型迭代收敛曲线

其中, M 为网格点的数量. 当 $Q < 0.5$, 曲线进入稳定状态. 在实验中两种方法采用相同位置和形状的初始曲线,并且选用相同的迭代次数,经过多次重复实验. 通过对比可以看出本文提出的方法经过 10 次迭代后 Q 值收敛到 0.5 以下. 由于本文采用了半隐式的数值求解方法,当曲线演化到模糊边界时,在能量函数的作用下,能够快速稳定在边界.

6 结束语

本文根据曲线演化的理论和方法,提出了基于 MS 模型的高精度图像边界轮廓提取算法. 针对 MR 图像中存在的边界区域模糊、灰度不均匀、边界难以定位的问题,在模型中采用模糊分析方法,提出了新的边界能量变换方法,实现边界信息的精确提取. 将水平集演化方法与半隐式的基于加性-乘性算子的数值求解方案相结合,提高了轮廓提取的快速性和准确性. 实验显示本文提出的方法可以有效地勾画出图像的模糊和不连续边缘,具有较好的全局优化特性.

参 考 文 献

[1] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models. International Journal of Computer Vision, 1987, 1(4): 321-331

[2] Caselles V, Catta F, Coll T, Dibos F. A geometric model for active contours in image processing. Numerische Mathematik, 1993, 66(1): 1-31

[3] Malladi R, Sethian J A, Vemuri B C. Shape modeling with front propagation; A level set approach. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17(2): 158-175

[4] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours. International of Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61-79

[5] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed; Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. Journal of Computational Physics, 1988, 79: 12-49

- [6] Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42 (5): 577-685
- [7] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266-277
- [8] Li Jun, Yang Xin, Shi Peng-Fei. A fast level set approach to image segmentation based on Mumford-Shah model. *Chinese Journal of Computers*, 2002, 25 (11): 1175-1183 (in Chinese)
(李俊, 杨新, 施鹏飞. 基于 Mumford-Shah 模型的快速水平集图像分割方法. *计算机学报*, 2002, 25(11): 1175-1183)
- [9] Gao S, Bui T D. Image segmentation and selective smoothing by using Mumford-Shah model. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(10): 1537-1549
- [10] Han Jing-Feng, Berkels Benjamin, Droske Marc, Hornegger Joachim, Rumpf Martin, Schaller Carlo, Scorzin Jasmin, Urbach Horst. Mumford-Shah model for one-to-one edge matching. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 11 (16): 2720-2732
- [11] Du Xiao-Jun, Bui Tien D. A new model for image segmentation. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, 15(1): 182-185
- [12] Weickert J, ter Haar Romeny B M, Viergever M A. Efficient and reliable scheme for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 398-410
- [13] Weickert J. Application of nonlinear diffusion in image processing and computer vision. *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*, 2001, 70(1): 33-50
- [14] Barash D, Schlick T, Israeli M, Kimmel R. Multiplicative operator splittings in nonlinear diffusion: From spatial splitting to multiple timesteps. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2003, 19(1): 33-48



YUAN Da, born in 1968, Ph. D., professor. His research interests include medical image analysis and 3D geometric reconstruction, etc.

ZHANG Cai-Ming, born in 1956, Ph. D., professor, Ph.D. supervisor. His research interests include computer

aided geometry design, computer graphics, visualization in scientific computing and medical image processing.

LI Jin-Jiang, born in 1978, Ph. D. candidate. His research interests include computer graphics and digital image processing.

LIU Xiao-Hua, born in 1964, associate professor. His research interests include digital image processing and computer graphics.

Background

The research of this paper is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 60773053, 60673153, 60673003.

There are some essential tasks of medical image processing, such as image segmentation, image smoothing and shape recovery. For a wide range of computer vision, a unified solution has been given by curve evolution, which provides an effective way for contour extraction. Furthermore, considerable results have been achieved on the research of curve evolution (e. g., classical snakes, GAC, Mumford-Shah and Chan-Vese method). However, there still exist some problems, such as original curves' great impacts on analysis result, difficulty to obtain accurate segmentation of objects, etc.

Based on curve evolution, we devote to the research of some critical problems of contour extraction. Our research aims to improve the extraction's accuracy, reality and stability. In the modeling process of curve evolution and the process of numerical approximation, fuzzy clustering and the curve evolution framework are comprehensively used. Our main result is the development of an automatic extraction algorithm with four characters, i. e.: Application adaptive evaluation, independent of original curve, fast convergence and accurate location capability. The evaluation and comparison analysis of our algorithm are performed by theoretical and experimental analysis, and the results are given finally.