

# 基于四通道不可分加性小波的多光谱图像融合

刘 斌<sup>1)</sup> 彭嘉雄<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (湖北大学数学与计算机科学学院 武汉 430062)

<sup>2)</sup> (华中科技大学图像识别与人工智能研究所 武汉 430074)

**摘 要** 针对张量积小波不具有对称性,在图像融合中难以获得高空间分辨率图像的问题,文中提出了伸缩矩阵为 $[2,0;0,2]$ ,且具有紧支撑、对称性和正交性的不可分小波的一种构造方法,并把此类小波应用于多光谱图像与高分辨率图像的融合中.利用矩阵扩充方法设计了4通道 $6\times 6$ 对称的不可分小波滤波器组,并构造出多组滤波器组,利用此类滤波器组中的低通滤波器对图像进行加性分解与重构;对 QuickBird 及其它类多光谱图像与高分辨率图像的融合进行了研究,提出了3种融合模式 NAWS、NAWRGB 和 NAWL.对这些模式进行了实验研究,并采用客观性能指标对融合结果图像进行了客观评价.实验结果表明,该方法对多光谱图像与高分辨率图像的融合有较好的融合效果,与张量积小波的融合方法、可分的加性小波融合方法和二通道不可分加性小波融合方法相比,该方法在保持图像的高空间分辨率方面有优越的性能,能从原图像中获得更多的信息.同时该方法又能保持较好的多光谱信息.

**关键词** 不可分小波;滤波器组;图像融合;多光谱图像;全色图像

中图法分类号 TP391

DOI号: 10.3724/SP.J.1016.2009.00350

## Fusion Method of Multi-Spectral Image and Panchromatic Image Based on Four Channels Non-Separable Additive Wavelets

LIU Bin<sup>1)</sup> PENG Jia-Xiong<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (School of Mathematics and Computer Science, Hubei University, Wuhan 430062)

<sup>2)</sup> (Institute of Image Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** In order to solve the problem that separable wavelets are not symmetry and can not get high spatial resolution image. This paper presents a construction method of a class of wavelets, non-separable wavelets which dilation matrix is  $[2,0;0,2]$  and has compactly support, symmetry, orthogormality and its application in the fusion of multi-spectral image and panchromatic image. Using matrix expansion, a method constructing four channels  $6\times 6$  filter bank is presented. Quickbird images are decomposed and reconstructed through additive wavelet mode using the low-pass filter of the filter bank. Three fusion modes called NAWS, NAWRGB and NAWL are proposed in the fusion of multi-spectral image and panchromatic image. The fusion performance of the fusion method is evaluated using objective index. The experiment results show that this method have good visual effective in the preservation of spectral quality and spatial resolution information. This fusion method outperforms tensor product wavelet fusion method, separable additive wavelet fusion method and two channels non-separable additive wavelet fusion method in the preservation of spatial resolution information and can get more information from the source images. The fusion method can also preserve good spectral quality.

**Keywords** non-separable wavelets; filter bank; image fusion; multi-spectral image; panchromatic image

收稿日期:2006-08-17;最终修改稿收到日期:2008-12-16. 本课题得到国家自然科学基金(10477007)、湖北省自然科学基金(2006ABA015)、湖北省教育厅重点项目基金(D200510004)资助. 刘 斌,男,1963年生,博士,教授,主要研究领域为小波理论与应用、图像融合、模式识别. E-mail: liubin3318@163.com. 彭嘉雄,男,1934年生,教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别、计算机视觉、图像匹配与定位、成像跟踪、检测与估计、智能自动化.

## 1 引言

多光谱(MS)图像与高分辨率全色(PAN)图像的融合是将具有好的光谱信息但分辨率较低的图像与具有高空间分辨率全色图像进行整合,生成一幅既具有好的光谱信息又具有高的分辨率的图像.它是目前遥感图像融合热点,并有着广泛的应用<sup>[1-3]</sup>.

目前关于多光谱图像与高分辨率图像的融合方法主要有 IHS(LHS)变换方法<sup>[4]</sup>、主成分分析法(PCA)<sup>[5]</sup>、基于 Mallat 算法的张量积小波变换方法<sup>[6]</sup>.这些方法都存在一些不足. LHS 变换方法能得到高分辨率的图像,但融合结果图像的光谱信息损失严重. PCA 方法适合于多光谱图像的所有波段,虽然增加了融合结果图像的空间表现力,但其光谱分辨力受到很大影响,其融合的运算量较大. 基于 Mallat 算法的张量积小波变换方法所得融合结果图像有好的光谱信息,但其分辨率低,且由于在对图像进行分解和重构时进行了抽样,使得融合结果图像中有方块效应,另外,张量积小波在图像融合中得到了成功的应用,在这些应用中,对图像进行分解和重构时所采用的小波大多是由 Daubechies 构造的紧支撑正交小波,二维小波由 Daubechies 一维小波通过张量积生成,而这些小波均不具有对称性(Haar 小波除外),利用不对称的小波进行图像融合时会产生如下问题:众所周知,一个实值函数(或实值系列)具有线性相位当且仅当它是对称的或反对称的<sup>[7]</sup>.在利用小波进行图像融合的过程中,重构是其必不可少的步骤,我们当然要选择具有完全重构性能的小波,即选择具有对称性或反对称性的小波,而 Daubechies 已证明:若  $\phi$  和  $\psi$  分别为一尺度函数和其多尺度分析生成的小波,且均为具有紧支撑的实值函数,若  $\psi$  为对称的或反对称的,则  $\phi$  必为 Haar 小波(即 db1 小波)<sup>[8]</sup>,这就是说,在 Daubechies 所构造的一维紧支撑正交小波中,只有 Haar 小波具有完全重构性能,因而,虽然 Daubechies 小波在图像处理等领域得到了广泛的应用,但在重构图像时,不可避免地会产生相位失真,相位失真必然产生图像边缘失真.用 Haar 小波重构图像时不会产生边缘失真,但 Haar 小波过于简单,在很多应用情况下,其性能不佳.因此,如何构造具有较好融合性能的对称的或反对称的小波是小波应用于图像融合的一个关键问题. Núñez 等人提出了一种基于 B3 样条小波的张量积所构成的低通滤波器和 *à trous* 加性小

波算法的多光谱图像与高分辨率图像融合方法<sup>[9]</sup>,获得了较好的融合效果,但文中只是用融合方法的结果多光谱图像与原多光谱图像的相关性进行融合性能分析,其所分析的只是所研究方法保持光谱信息的性能,对高分辨率信息的保持只是根据加性小波的特性作了定性说明,没有用客观指标对融合结果多光谱图像保持高分辨率信息的能力进行量化分析.不可分小波图像融合方法能使融合结果图像获得更多的熵信息<sup>[10-11]</sup>,能提高图像的分辨率,使融合结果图像包含更多的细节信息,因此,将基于张量积小波的多光谱高分辨率图像融合方法推广到二维不可分小波的情形具有理论价值和应用价值,在文献<sup>[12]</sup>中,我们研究了二通道不可分小波的构造并把它应用于多光谱图像融合中,获得了较好的融合效果,但其所构造的低通滤波器中,除了对角线上的元素值不为 0 外其它位置元素的值均为 0,这样构造的  $4 \times 4$  滤波器在对图像进行滤波时,其 0 值所对应的图像中的像素的信息没有被利用,从而丢掉了图像中的大部分信息.本文试图构造二维四通道不可分加性小波并把它应用于多光谱图像与高分辨率图像的融合中.

## 2 具有紧支撑、对称性的不可分二维正交小波及滤波器的构造

### 2.1 二维小波变换

设  $\mathbf{x}=(x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2$ ,  $\phi(\mathbf{x}) \in L^2(\mathbb{R}^2)$  为二维母小波函数,  $\mathbf{A}$  为  $2 \times 2$  伸缩矩阵. 设  $\mathbf{b}=(b_1, b_2)^T \in \mathbb{R}^2$  为平移向量,令

$$\phi_{\mathbf{A}, \mathbf{b}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \phi[\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{b})],$$

若  $f(x_1, x_2) \in L^2(\mathbb{R}^2)$ , 则其二维小波变换定义为

$$\begin{aligned} WT_f(\mathbf{A}, \mathbf{b}) &= \langle f(\mathbf{x}), \phi_{\mathbf{A}, \mathbf{b}}(\mathbf{x}) \rangle \\ &= \frac{1}{a} \iint_{\mathbb{R}^2} f(\mathbf{x}) \phi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{b}}{a}\right) d\mathbf{x}, \end{aligned}$$

其中,  $a = \det(\mathbf{A})$ . 在离散小波变换时,  $\mathbf{A}$  表示小波变换后的抽样(downsampling)方式,因此  $\mathbf{A}$  也称为抽样矩阵,如当  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  时,表示对离散栅格的行和列同时做下 2 抽样,这是图像处理常采用的方式. 因为矩阵  $\mathbf{A}$  的行列式的值为 4,故有 4 个通道,1 个低通滤波器和 3 个高通滤波器,相应地有 1 个尺度函数和 3 个小波函数. 如果这 1 个尺度函数和 3 个小波函数都能分解为 2 个一维尺度函数(或 1 个一

维尺度函数和 1 个一维小波函数或 2 个一维小波函数)的张量积,则我们称尺度函数和小波函数是可分的(separable),此时的小波被称为张量积小波,否则称为非张量积小波或不可分的(non-separable)小波.

## 2.2 二维小波的构造与滤波器组

小波的构造可由多尺度分析(MRA)来实现. 一个  $L^2(\mathbb{R}^2)$  空间的闭子空间序列  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$  生成  $L^2(\mathbb{R}^2)$  的一个多尺度分析,如果下列条件成立:

$$(1) V_j \subset V_{j+1}, \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}, \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R}^2);$$

$$(2) \text{ 如果 } f \in V_j, \text{ 那么 } f(Ax) \in V_{j+1};$$

$$(3) \exists \phi \in V_0, \phi \in L^2(\mathbb{R}^2), \{\phi(x-k)\}, k \in \mathbb{Z}^2, \text{ 为 } V_0 \text{ 空间的正交基.}$$

上述条件(3)中的函数称为尺度函数,由定义知  $\phi \in V_0 \subset V_1$ , 因此,  $\phi$  满足如下的双尺度方程:

$$\phi(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} h_0(k) \phi(Ax - k) \quad (1)$$

记  $W_0 = V_1/V_0$ , 即  $W_0$  为  $V_0$  在  $V_1$  中的补空间, 设  $W_0$  由  $\phi_1(x), \phi_2(x), \phi_3(x)$  通过平移生成, 则有如下的小波双尺度方程

$$\phi_1(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} h_1(k) \phi(Ax - k) \quad (2)$$

$$\phi_2(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} h_2(k) \phi(Ax - k) \quad (3)$$

$$\phi_3(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} h_3(k) \phi(Ax - k) \quad (4)$$

在表达式(1)~(4)中, 记尺度函数  $\phi(x)$  和小波函数  $\phi_i(x) (i=1, 2, 3)$  的 Fourier 变换分别为  $\hat{\phi}(\omega)$  和  $\hat{\phi}_i(\omega) (i=1, 2, 3)$ , 这里,  $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T$ , 记小波低通滤波器  $H_0 = \{h_0(k)\}_{k \in \mathbb{Z}^2}$  和 3 个高通滤波器  $H_i = \{h_i(k)\}_{k \in \mathbb{Z}^2}$  的 Fourier 变换分别为  $M_0(\omega)$  和  $M_i(\omega) (i=1, 2, 3)$ . 对双尺度方程式(1)两边作 Fourier 变换得

$$\hat{\phi}(\omega) = M_0(\omega/2) \hat{\phi}(\omega/2),$$

若  $\hat{\phi}(0) = 1$ , 则进行无穷次乘积迭代得

$$\hat{\phi}(\omega) = \prod_{k=1}^{\infty} M_0(\omega/2^k) \quad (5)$$

对式(2)~(4)分别作 Fourier 变换得

$$\hat{\phi}_i(\omega) = M_i(\omega/2) \hat{\phi}(\omega/2), \quad i=1, 2, 3 \quad (6)$$

由此可知, 若能构造出小波低通滤波器  $M_0(\omega)$ , 则可根据式(5)求得尺度函数  $\phi$ , 然后根据式(6)可以求得 3 个小波函数  $\hat{\phi}_i(\omega) (i=1, 2, 3)$ .

以上理论分析说明, 非张量积小波的构造问题的关键是构造非张量积小波低通滤波器  $M_0(\omega)$ . 在

诸如图像融合等实际工程应用问题中, 由于利用 Mallat 算法对图像进行分解和重构时不涉及到尺度函数和小波的具体形式, 而只需要知道低通滤波器和相应的高通滤波器即可, 因此, 若尺度函数和小波函数满足 Mallat 算法的条件, 我们主要关心的是如何构造小波低通和高通滤波器.

Chen 等人提出了高维非张量积小波及滤波器组的构造方法<sup>[13]</sup>, 其二维形式可表示如下:

设小波变换时的伸缩矩阵为  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , 则二维具有紧支撑、对称性、正交性的  $2P \times 2P$  的滤波器组可表为如下的形式:

$$(M_0(x, y), M_1(x, y), M_2(x, y), M_3(x, y)) =$$

$$\frac{1}{4} (1, x, y, xy) \prod_{j=1}^K (U_j D(x^2, y^2) U_j^T) V,$$

其中,  $x = e^{-i\omega_1}$ ,  $y = e^{-i\omega_2}$ ,  $U_j (j=1, 2, \dots, K)$  为中心对称正交阵,  $D(x, y) = \text{diag}(1, x, y, xy)$ ,  $V/2 = (V_0, V_1, V_2, V_3)/2$  为正交阵,  $V_1, V_2, V_3$  为  $4 \times 1$  向量,  $V_0 = (1, 1, 1, 1)^T$ .

为寻求  $6 \times 6$  的具有对称性的滤波器组, 取  $K=2$ , 构造

$$A_j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos(\alpha_j) & -\sin(\alpha_j) \\ 0 & 0 & \sin(\alpha_j) & \cos(\alpha_j) \\ \cos(\beta_j) & -\sin(\beta_j) & 0 & 0 \\ \sin(\beta_j) & \cos(\beta_j) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad j=1, 2,$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

且取

$$U_j = \frac{1}{2} \times E \times A_j \times E^T, \quad j=1, 2,$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

则可以验证:  $U_j (j=1, 2)$  为中心对称的正交矩阵,  $V/2$  为正交阵. 从而可以构造出具有对称性、紧支撑、正交的滤波器组  $H_0, H_1, H_2, H_3$ . 其中  $H_0$  为低通滤波器,  $H_1, H_2, H_3$  分别为 3 个高通滤波器. 我们设计了多组具有紧支撑、对称性和正交性的小波滤波器组. 通过实验, 我们选择当  $\alpha_1 = \pi/4$ ,  $\alpha_2 = \pi/4$ ,  $\beta_1 = \pi/3$ ,  $\beta_2 = -\pi/3$  时的一组滤波器的低通滤波器的时域形式如式(8), 在下一节中, 我们将用它对图像进行融合.

$$H_0 = \begin{bmatrix} .533471\text{E-}1 & .695233\text{E-}1 & .120418 & -.923999\text{E-}1 & -.545790\text{E-}17 & .418799\text{E-}17 \\ -.702328\text{E-}2 & .915291\text{E-}2 & -.158533\text{E-}1 & -.121647\text{E-}1 & .718546\text{E-}18 & .551360\text{E-}18 \\ .121647\text{E-}1 & .158533\text{E-}1 & .187500 & .187500 & -.120418 & .923999\text{E-}1 \\ .923999\text{E-}1 & -.120418 & .187500 & .187500 & .158533\text{E-}1 & .121647\text{E-}1 \\ .551360\text{E-}18 & .718546\text{E-}18 & -.121647\text{E-}1 & -.158533\text{E-}1 & .915291\text{E-}2 & -.702328\text{E-}2 \\ .418799\text{E-}17 & -.545790\text{E-}17 & -.923999\text{E-}1 & .120418 & .695233\text{E-}1 & .533471\text{E-}1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

可以验证,它是一组正交的滤波器,显然  $H_0$  关于其中心对称,  $H_1, H_2, H_3$  也都是关于中心对称的滤波器,因而这组滤波器是具有线性相位的完全重构滤波器组。

### 3 融合算法

利用二维不可分小波低通滤波器式(8)对图像进行 *à trous* 分解,即利用滤波器  $H_0$  对图像进行卷积,不进行下抽样,得到小波平面系列:

设  $p_0$  为原图像,则

$$\begin{aligned} H_0(p_0) &= p_1, \quad \omega_1 = p_0 - p_1, \\ H_0(p_1) &= p_2, \quad \omega_2 = p_1 - p_2, \quad \dots \\ H_0(p_2) &= p_3, \quad \omega_3 = p_2 - p_3 \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\omega_i$  即为小波平面,  $p_i$  为近似分量。其重构公式为

$$p_0 = \sum_{i=1}^n \omega_i + p_r \quad (10)$$

其中,  $p_r$  为残余图像。

分别采用与文献[12]相同的 3 种融合算法对多光谱图像和高分辨图像进行融合,这 3 种方法分别是:(1)替代方法(Non-separable Additive Wavelet Substitution),简称为 NAWS 方法;(2)把全色图像的小波平面叠加到 R、G、B 通道中的方法(Non-separable Additive Wavelet RGB),简称为 NAWRGB 方法;(3)把全色图像的小波平面叠加到 LHS 变换的 L 分量中的方法(Non-separable Additive Wavelet L),简称为 NAWL 方法。我们把文献[12]中与此 3 种方法对应的 3 种方法分别称为 AWS 方法、AWRGB 方法、AWL 方法。考虑到非张量积小波能提供融合结果图像较好的高频信息<sup>[10-11]</sup>,为了使融合结果图像能获得较好的光谱信息,以上 3 种融合方法均未做直方图匹配。

## 4 实验结果的评价与分析

### 4.1 实验结果

基于以上的原理和融合方法,我们对同一地区

(太空船发射场)QuickBird 多波段影像和全色影像进行了融合实验。图 1(a)和图 1(b)为原始图像,其中,图 1(a)是分辨率为 0.61m 的 QuickBird 全色图像,图 1(b)为分辨率为 2.44m 的 QuickBird 多波段图像,采用双线性插值法对多光谱图 MS 进行重采样,将 MS 图像上采样得到像素大小为 0.61m × 0.61m,与 PAN 图像的尺度一致,对 PAN 图像和 MS 图像进行配准。由于图像太大,为了能看清各种方法的融合效果,我们采用裁剪子图像的方式显示融合效果。图 1(c)为原多光谱图像的子图,图 1(d)为 LHS 方法的融合子图像,图 1(e)为张量积小波方法的融合子图像,所采用的是参考文献[6]所建议的融合算法,图 1(f)为 NAWS 方法的融合子图像,图 1(g)为 NAWRGB 方法的融合结果子图像,图 1(h)为 NAWL 方法的融合结果子图像。图 1(i)为 AWS 方法的融合子图像,图 1(j)为 AWRGB 方法的融合结果子图像,图 1(k)为 AWL 方法的融合结果子图像。小波分解层数均为 3,实验在 MATLAB7.1 编程环境中实现。为使式(8)的滤波器得到较好的分频特性,我们用 4×4 的均值滤波器对它进行了一次低通滤波。

从融合的视觉效果看,本文方法既保留了原多光谱图像的光谱信息,又保持了原 PAN 图像的较高的分辨率。NAWS、NAWRGB、NAWL 3 种融合方法的结果图像分别比 AWS、AWRGB、AWL 3 种融合方法的结果图像要清晰。LHS 方法融合图像(图 1(d))虽然有较高的分辨率,但其光谱信息退化较严重,基于张量积小波的融合方法图像(图 1(e))虽然较好地保留 MS 图像的光谱信息,但图像较模糊,分辨率不高。

### 4.2 融合结果客观性能分析

为了衡量融合图像在保持 PAN 图像的高分辨率信息和 MS 图像的光谱信息的好坏,我们采用分别计算原多光谱图像的 R、G、B 通道与融合结果多光谱图像的 R、G、B 通道的相关系数衡量光谱信息的保持程度<sup>[9,14]</sup>,其值越大,说明光谱信息保持越好。而采用先对 PAN 图像、融合后的多光谱图像的



图 1 QuickBird 多光谱图像与全色图像的融合

R、G、B 图像分别用如式(11)的高通滤波器滤波,然后分别求滤波后的 PAN 图像与 R 图像、PAN 图像与 G 图像、PAN 图像与 B 图像的相关系数,以衡量融合结果图像所含的高分辨率信息<sup>[14]</sup>,其值越大,说明高分辨信息保持越好. 所使用的高通滤波器为

$$H = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

另外,为了研究本文方法的特点,我们把它与 LHS 变换方法、基于张量积小波融合方法、AWS 方法、AWRGB 方法、AWL 方法分别作比较,有关客观性能指标列于表 1 和表 2 中,表 1 是原 PAN 图像与融合结果多光谱图像通过高通滤波器滤波后的相

关系数. 表 2 所示的是各种融合方法的融合结果图像的 R、G、B 图像与原多光谱图像的 R、G、B 图像的相关系数.

表 1 各方法融合图像与 PAN 滤波后的相关系数				
融合方法		R	G	B
可分 加性小波	LHS	0.9958	0.9967	0.9959
	张量积小波	0.5241	0.5289	0.5286
	AWS	0.9875	0.9879	0.9882
	AWRGB	0.9703	0.9718	0.9709
不可分 加性小波	AWL	0.9148	0.9187	0.9174
	NAWS	0.9959	0.9969	0.9961
	NAWRGB	0.9760	0.9775	0.9768
	NAWL	0.9214	0.9252	0.9242

表 2 各方法融合图像与 MS 图像的相关系数				
融合方法		R	G	B
LHS		0.8486	0.7813	0.7213
张量积小波		0.9764	0.9704	0.9653
可分 加性小波	AWS	0.9543	0.9430	0.9336
	AWRGB	0.9591	0.9489	0.9406
	AWL	0.9856	0.9817	0.9786
不可分 加性小波	NAWS	0.9281	0.9125	0.9001
	NAWRGB	0.9379	0.9238	0.9120
	NAWL	0.9770	0.9712	0.9663

从表 1 的数据可以看出,基于不可分加性小波的 3 种融合模式分别比基于可分的加性小波的 3 种模式的相关系数的值大,而且 3 种融合模式的相关系数的值远远超过基于张量积小波的融合方法的值,说明本文融合方法保持空间分辨率的性能比上述两种方法的性能好. 基于 LHS 变换的方法虽有较高的空间分辨率,但其保持光谱信息的能力很差(见表 2).

从表 2 的数据可以看出,本文建议的 3 种融合方法的相关系数的值均在 0.9 以上,说明本文方法有较好的光谱信息保持能力,而尤以 NAWL 融合方法保持光谱信息的能力最好,其相关系数的值除了比 AWL 略低外,比所列其它方法的相关系数的值都高.

与文献[12]的研究方法相比,本文融合方法所使用的滤波器的各个位置上的系数均不为 0,能获得更多的图像信息,为了量化对比两种方法所含信息量的多少,我们选用熵作为量化指标来衡量图像所含信息量多少,其表达式如式(12)所示.

$$e=-\sum_{i=0}^{L-1}p_i\log_2^p_i$$

(12)

其中, $L$  为图像的灰度级数, $p_i$  为灰度级为  $i$  的像素数与总像素数之比. 融合图像的熵值越大,说明融合图像携带的信息量越大,信息就越丰富. 其结果列于表 3 中. 所选试验图像为本文中所述的快鸟图像.

表 3 二通道与四通道融合结果图像的熵值比较				
融合方法		R	G	B
二通道不可分 加性小波	NAWS	7.5172	7.3562	7.2325
	NAWRGB	7.5943	7.4475	7.3292
	NAWL	7.5120	7.3385	7.1978
四通道不可分 加性小波	NAWS	7.5242	7.3704	7.2589
	NAWRGB	7.6345	7.5052	7.3972
	NAWL	7.5427	7.3770	7.2422

从表 3 数据可以看出,基于四通道的不可分加性小波的 3 种融合方法所得结果图像分别比基于二通道的不可分加性小波的 3 种融合方法所得结果图

像的熵值高,说明本文方法能从原 MS 图像和 PAN 图像中获得更多的信息.

## 5 结 论

本文提出了一种缩矩阵为 $[2,0;0,2]$ 且具有对称性的二维不可分小波的构造方法,构造了不可分低通滤波器,并把它应用于高分辨率图像与多光谱图像的融合中. 从融合的视觉判读效果看,所建议的 3 种方法 NAWS、NAWRGB、NAWL 有好的视觉效果,融合结果图像清晰,能保持较好的色彩效果. 从客观性能指标看,与张量积小波的融合方法、可分的加性小波融合方法和二通道不可分加性小波融合方法相比,该方法在保持图像的高空间分辨率方面有优越的性能,能获得更多的信息量. 同时该方法又能保持较好的多光谱信息,其中 NAWL 保持光谱信息的能力都比 LHS 融合、张量积小波方法、AWS 方法、AWRGB 方法都强.

利用本文建议方法对 SPOT—XS 图像与 SPOT—PAN 图像的融合、ETM+30m 分辨率和 ETM+PAN 图像的融合、SPOT 高分辨图像与 TM 多光谱图像的融合时,也得到与以上相同的结论. 另外,利用第 2 节构造的其它低通滤波进行融合时,也得到相同的结论,说明此类滤波器在对高分辨率图像和多光谱图像的融合性能相近.

## 参 考 文 献

[1] Munechika C K, Warnick J S, Salvaggio C, Schott J R. Resolution enhancement of multi-spectral image data to improve classification accuracy. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1993, 59(1): 67-72

[2] Zhang Yun, Hong Gang. An IHS and wavelet integrated approach to improve pan-sharpening visual quality of natural colour IKONOS and QuickBird images. Information Fusion, 2005, 6(3): 225-234

[3] Wang Z, Ziou D, Armenakis C, Li D, Li Q. A comparative analysis of image fusion methods. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(6): 1391-1402

[4] Chavez P S, Sides S C, Anderson J A. A comparison of three different methods to merge multiresolution and multispectral data: TM & SPOT Pan. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1991, 57(3): 295-303

[5] Sheffigara V K. A generalized component substitution technique for spatial enhancement of multispectral image using a high resolution data set. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1992, 58(5): 561-567

- [6] Yocky D A. Image merging and data fusion by means of the discrete two-dimensional wavelet transform. *Journal of the Optical Society of America A*, 1995, 12(9): 1834-1841
- [7] Chui Charles K. *An Introduction to Wavelets*. New York: Academic Press, 1992
- [8] Daubechies I. *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia: SIAM, 1992
- [9] Núñez Jorge, Otazu Xavier, Fors Octavi et al. Multiresolution based image fusion with additive wavelet decomposition. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(3): 1204-1211
- [10] Liu Bin, Peng Jia-Xiong. Image fusion method based on non-separable wavelet. *Machine Vision and Applications*, 2005, 16(3): 189-196
- [11] Liu Bin, Peng Jia-Xiong. Image fusion method based on short support symmetric non-separable wavelet. *International Journal of Wavelets, Multiresolution, and Information Processing*, 2004, 2(1): 87-98
- [12] Liu Bin, Peng Jia-Xiong. Multi-spectral image fusion based on two channel non-separable additive wavelets. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(8): 1419-1424(in Chinese)  
(刘斌, 彭嘉雄. 基于二通道不可分加性小波的多光谱图像融合. *光学学报*, 2007, 27(8): 1419-1424)
- [13] Chen Qiuhui, Micchelli Charles A, Peng Silong et al. Multivariate filter banks having matrix factorizations. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2003, 25(2): 517-531
- [14] Choi Myungjin, Kim Rae Young, Nam Myeong-Ryong et al. Fusion of multispectral and panchromatic satellite images using the curvelet transform. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2005, 2(1): 136-140



**LIU Bin**, born in 1963, Ph. D., professor. His main research interests include wavelet theory and applications, image fusion, pattern recognition and image registration.

**PENG Jia-Xiong**, born in 1934, professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include image processing and analysis, pattern recognition, computer vision, image match and location, imaging recognition, motion detection and tracking, intelligent automation, image compression, and image fusion.

## Background

Image fusion is the hot research field of image processing in recent years. Separable wavelets have been successfully applied in the image fusion, but the construction of non-separable wavelets has not been solved perfectly. Its applications in image fusion were begun a few years ago. The research group has constructed several kinds of non-separable wavelets filter banks and used them in the image fusion such as multi-focus images, visible image and infrared image, remote sensing image. Jorge Núñez et al had proposed a fusion method of multi-spectral image and panchromatic image based on separable additive wavelet and *à trous* algorithm. This paper will extend the fusion method of multi-spectral image and panchromatic image based on separable wavelet to non-separable additive wavelets, and provide a class of fusion method of multi-spectral image and panchromatic image based on two-dimensional four channels non-separable additive wavelets.

This work was supported in part by the National Natural Science Foundation of China (No. 10477007), the Natural Science Foundation of Hubei Province under project

(No. 2006ABA015), and the important foundation of Hubei Provincial Department of Education under project (No. D200510004). These projects aim at construction methods of non-separable wavelets and its filter banks. Its applications in image fusion and computer vision (such as airplane automatic landfall) are also main research focuses.

The research interests of the group include wavelet theory and applications, image fusion and registration, image recognition, computer vision, motion detection and tracking, intelligent automation. The group has proposed several kinds of image fusion methods such as image fusion method based on symmetrical non-separable wavelets filter banks, image fusion method based on dissymmetry non-separable wavelets, image fusion based on two channels non-separable wavelets, image fusion method based on two-dimensional two channels non-separable additive wavelets. And a new fusion method of multi-spectral image and panchromatic image based on four channels non-separable additive wavelet is presented in this paper.