

# 基于曲率流的四边形主导网格的光顺方法

胡事民 来煜坤 杨永亮

(清华大学计算机科学与技术系 北京 100084)

**摘 要** 网格模型是计算机图形学和数字几何处理中运用最为广泛的三维几何表达方式. 四边网格(以四边形为主的网格)由于其符合人们对几何形状变化的自然感知,在表示三维几何上有其独有的优势,并且可以更为直接地应用在几何造型、细分曲面、建筑设计等方面. 文中针对四边形主导网格含有噪声的情况,设计了一种基于表面微分属性的光顺方法,该方法具有易实现、计算效率高的特点. 基于曲率流的几何扩散可以有效地保持原网格的几何特征,同时还针对四边形主导网格的  $T$ -顶点进行了特殊处理.

**关键词** 网格; 四边形; 光顺

**中图法分类号** TP391

## A Curvature Flow Based Fairing Algorithm of Quad-Dominant Meshes

HU Shi-Min LAI Yu-Kun YANG Yong-Liang

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** Mesh model is the most extensively used 3D geometry representation in computer graphics and geometry processing. Quadrilateral/quad-dominant mesh has the unique advantage of representing 3D shapes because its structure fits the shape variation well according to human perception. Moreover, quadrilateral mesh can be directly applied to various fields as geometric modeling, subdivision surface and architecture design. This paper presents a differential properties based fairing algorithm on quad-dominant meshes. The method is computationally efficient and very easy to implement. During the fairing process, geometric features on the mesh model can be well preserved because of the geometry diffusion guided by curvature flow.  $T$ -junctions in the mesh structure are also under special consideration.

**Keywords** mesh; quad-dominant; fairing

## 1 引 言

随着三维扫描获取技术的不断发展,三维数字几何作为一种新的可视媒体表达方式,越来越多地应用在工业设计、数字遗产、影视娱乐、游戏动画等方面. 对数字几何处理相关技术的研究也成为近年来计算机图形学领域的研究热点.

在数字几何表达的多种形式中,网格模型以其简单的表达方式、通用的表达能力、便于硬件绘制等特点得到了最为广泛的应用. 三角网格由于能够从扫描获取和点云重构直接建模,已经大量应用于数字几何处理的方方面面. 以三角网格为对象进行几何处理的研究,也较为深入并已成体系. 最近,一种新的网格结构——四边网格(以及四边形为主的网格)出现并得到了越来越多的应用. 同三角网格较为

自由的拓扑连接关系不同, 四边网格的连接更为规则, 并且根据实际的需要大都沿着主曲率方向分布, 所以相比三角网格更能反映网格所表示几何形体的形状变化, 符合人们对形状的自然感知. 四边网格由于其规则的结构以及符合人们对三维形状的感知与审美, 可以比三角网格更为直接地应用在几何造型、细分曲面、建筑设计等方面.

四边网格可以由三角网格重剖分生成, 也可以由 3 维动画设计师使用 3Dmax 或者 Maya 等建模软件直接设计得到. 在重采样和设计的过程中, 可能会引入四边网格模型的不平滑, 影响四边网格表达形状的精确程度, 并且给后续的应用带来负面效果. 本文将三角网格中常用的曲率流光顺的算法推广到以四边形为主的网格 (quad-dominant mesh), 并对其中的  $T$ -顶点 (见图 5) 做了特殊处理, 使得原网格在被光顺的同时, 原有的几何特征还能得到充分的保持. 实验证明我们的算法效率很高, 并且很容易编程实现. 我们还将算法从显式推广到隐式, 使得算法的参数更容易调节, 便于用户使用.

## 2 相关工作

### 2.1 网格光顺

网格光顺的用途非常广泛, 可以应用在模型去噪、多分辨率分析等方面. 目前绝大多数的网格光顺算法都是针对三角网格. 其中最简单的方法便是使用拉普拉斯平滑<sup>[1]</sup>. 该方法利用网格上的拉普拉斯算子, 将每个顶点移动到其邻域的平均位置. 拉普拉斯平滑效率高、实现简单, 但是容易产生体积上的收缩现象.

和图像平滑相比, 网格光顺可以视作对网格的一种滤波. 根据滤波器是否为各向同性, 网格光顺方法可分为各向同性和各向异性两类.

各向同性光顺方法使用的滤波器对各个方向的作用相同. Taubin<sup>[2]</sup>的方法通过结合使用具有正的和负的阻尼因子的两个滤波器以补偿体积的收缩, 不过该方法需要对参数进行非常合适的调节才能达到比较好的效果. Desbrun 等人<sup>[3]</sup>基于几何扩散和曲率流的思想, 提出了隐式光顺的方法. 该方法可以对步长进行放大, 提高了参数设置的自由度, 并由于使用曲率流而非等权值拉普拉斯平滑, 该方法对网格的三角剖分并不敏感, 并且在保持几何特征方面更加有效. 国内在这方面也进行了相关的研究, 刘新国等<sup>[4]</sup>在能量优化过程中保持面片中点不变, 并通

过迭代的方法求解. 刘利刚等<sup>[5]</sup>采用带约束的优化方法进行网格平滑, 通过求解稀疏线性系统, 不需要进行迭代操作. 由于使用各向作用相同的滤波器, 各向同性的网格光顺方法相对简单, 但是往往会造成平滑之后重要特征的丢失.

各向异性的光顺方法主要是为了对网格进行光顺的同时尽可能地保持网格原有的几何特征, 如尖边等. 这类方法包括使用各向异性几何扩散的方法<sup>[6-8]</sup>、将位置和几何 (法向) 信息相结合的双边滤波方法<sup>[9-10]</sup>、先对法向进行平滑并据此更新顶点坐标的二阶段方法<sup>[11-14]</sup>、通过优化一个包含坐标和法向的能量的方法<sup>[15]</sup>、把模型分成特征和非特征区域并采用不同策略进行平滑的方法<sup>[16]</sup>等.

同三角网格光顺进行了广泛的研究相比, 对四边网格进行光顺的研究显得不多. 李桂清等<sup>[17]</sup>提出了一种对任意多边形网格进行光顺的方法, 但该方法首先通过引入中心点对 1 个  $n$  边形分解为  $n$  个三角形, 然后再将生成的三角网格进行  $\sqrt{3}$  细分, 并引入边交换操作使得细分网格面片形状较为规则, 该方法本质上还是三角网格上的拉普拉斯平滑. Zhang 等<sup>[18]</sup>将基于曲面扩散的光顺方法推广到四边网格, 该方法只针对纯四边形网格进行操作, 每个四边形用双线性插值进行参数化, 推导过程较为复杂, 并因为函数的积分无显式解而引入了数值积分. 以上两种方法都没有对四边形主导网格的  $T$ -顶点进行特殊处理.

### 2.2 四边网格

同三角网格可以基于三维扫描技术获取不同, 四边网格往往是通过动画师手工设计, 这也是因为四边网格的结构更加符合人们对于形状的感知, 便于设计表达.

除了手工设计, 近年来研究得比较多的是如何从三角网格作为输入, 通过进行网格重采样, 生成以四边形为主的网格. 进行重采样的依据是网格上的主曲率方向场, 因为该方向场能够体现出形状的变化, 并能够为四边网格生成提供几何结构上的引导. 为了使重采样后的四边网格形状尽可能规则, 一些  $T$ -顶点在重采样的过程中被引入, 最终生成的实际上是一种以四边形为主的网格. 这方面代表性的工作有文献<sup>[19-23]</sup>所述的工作.

本文第 3 节给出一些预先的符号定义; 第 4 节着重讨论基于曲率流的四边网格的光顺算法; 第 5 节讨论如何处理四边形主导网格上的  $T$ -顶点; 第 6 节将迭代的光顺算法推广到隐式; 实验结果在第 7 节

给出;第 8 节总结全文.

### 3 符号和定义

在文中我们将待光滑的网格记为  $M$ , 网格上所有顶点集合为  $V$ , 边集合记为  $E$ . 网格顶点记为  $v_i$ , 与  $v_i$  邻接(有网格边相连)的顶点记为  $v_j$ , 连接  $v_i$  与  $v_j$  的边记为  $e_{ij}$ . 与  $v_i$  邻接的网格顶点的个数称为  $v_i$  的度.

基于曲率流的网格光滑算法是在每个网格顶点  $v_i$  估算出该点的平均曲率法向量  $\mathbf{H}(v_i)$ . 网格顶点的更新沿着平均曲率法向量的反方向移动, 即

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\lambda \mathbf{H}(v_i), \lambda > 0 \quad (1)$$

在经典的微分几何中, 平均曲率法向量的定义是

$$\mathbf{H}(v_i) = \frac{\nabla A}{2A} \quad (2)$$

其中  $A$  是  $v_i$  处的面积微元,  $\nabla$  是对  $v_i$  的  $x, y, z$  分量求方向导数的算子.

在三角网格上, 求解曲率流的方法是通过离散微分几何, 取  $v_i$  的 1-环邻域作为面积微元  $A$  来求解  $\mathbf{H}(v_i)$ . 在文献[3]中给出用余弦权值定义的三角网格上顶点  $v_i$  的平均曲率法向量:

$$\mathbf{H}(v_i) = \frac{1}{4A} \sum_{e_{ij} \in E} (\cot \alpha_j + \cot \beta_j) (v_i - v_j) \quad (3)$$

其中  $\alpha_j$  和  $\beta_j$  是边  $e_{ij}$  在邻接的两个三角面片中的对角, 如图 1 所示.

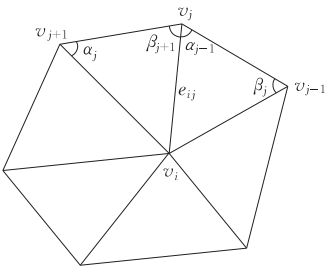


图 1 三角网格顶点  $v_i$  及其 1-环邻域

其中,

$$\frac{\partial \Delta v_i v_j v_{j+1}}{\partial v_i} = \frac{1}{2} \cot \alpha_j (v_i - v_j) + \frac{1}{2} \cot \beta_{j+1} (v_i - v_{j+1}) \quad (4)$$

### 4 基于曲率流的四边网格光滑算法

本节着重讨论如何在四边网格上进行基于曲率流的光滑, 暂不考虑  $T$ -顶点的情形. 对于规则四边网

格中的一个顶点  $v_i$ , 我们取其在四边网格上的 1-环邻域作为面积微元来进行研究, 其中  $v_j^* (* = 0, 1, 2, 3)$  是与  $v_i$  邻接的网格顶点,  $v_k^* (* = 0, 1, 2, 3)$  是  $v_i$  在其关联的四边形面片中的对顶点, 如图 2 所示.

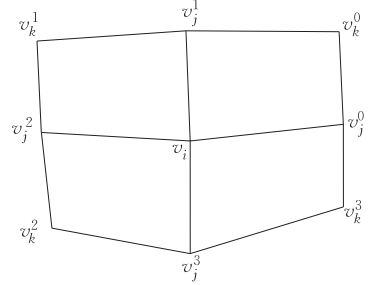


图 2 四边网格顶点  $v_i$  及其 1-环邻域

由于四边网格每个面片的四个顶点无法保证严格在一个平面上, 这给定义面片的面积带来了很大的困难<sup>[18]</sup>. 因此, 我们在四边网格每个面片的中心引入一个虚拟顶点, 如图 3 所示. 其中

$$v_l^0 = \frac{1}{4} (v_i + v_j^0 + v_k^0 + v_l^1) \quad (5)$$

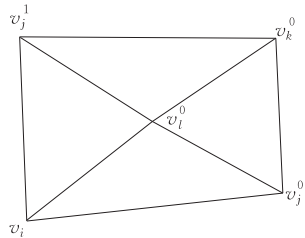


图 3 四边网格面片引入虚拟顶点

这样, 每个四边网格面片的面积可以近似表示为四个网格顶点和虚拟顶点所组成的四个三角形的面积之和, 即

$$S_{\square v_i v_j^0 v_k^0 v_l^1} = S_{\triangle v_i v_j^0 v_l^0} + S_{\triangle v_i v_j^0 v_k^0} + S_{\triangle v_i v_j^1 v_k^0} + S_{\triangle v_i v_l^1 v_j^1} \quad (6)$$

于是在顶点的平均曲率法向量可以化为

$$\mathbf{H}(v_i) = \frac{\nabla A}{2A} = \frac{1}{2A} (\nabla_{\square v_i v_j^0 v_k^0 v_l^1} + \nabla_{\square v_i v_j^1 v_k^0 v_l^1} + \nabla_{\square v_i v_j^2 v_k^0 v_l^1} + \nabla_{\square v_i v_j^3 v_k^0 v_l^1}) \quad (7)$$

其中,

$$A = S_{\square v_i v_j^0 v_k^0 v_l^1} + S_{\square v_i v_j^1 v_k^0 v_l^1} + S_{\square v_i v_j^2 v_k^0 v_l^1} + S_{\square v_i v_j^3 v_k^0 v_l^1} \quad (8)$$

$$\nabla_{\square v_i v_j^0 v_k^0 v_l^1} = \nabla_{\triangle v_i v_j^0 v_l^0} + \nabla_{\triangle v_i v_j^0 v_k^0} + \nabla_{\triangle v_i v_l^0 v_k^0} + \nabla_{\triangle v_i v_l^0 v_j^1} \quad (9)$$

$\nabla_{\triangle v_i v_j^0 v_l^0}$  可化为

$$\begin{aligned} \nabla_{\triangle v_i v_j^0 v_l^0} &= \frac{\partial \Delta v_i v_j^0 v_l^0}{\partial v_i} + \frac{\partial \Delta v_i v_j^0 v_l^0}{\partial v_l^0} \frac{\partial v_l^0}{\partial v_i} \\ &= \frac{\partial \Delta v_i v_j^0 v_l^0}{\partial v_i} + \frac{1}{4} \frac{\partial \Delta v_i v_j^0 v_l^0}{\partial v_l^0} \end{aligned} \quad (10)$$

由上式同理可得到  $\nabla_{\Delta v_i^0 v_j^1 v_k^0}$ .

$\nabla_{\Delta v_i^0 v_j^0 v_k^0}$  可化为

$$\nabla_{\Delta v_i^0 v_j^0 v_k^0} = \frac{\partial \Delta v_i^0 v_j^0 v_k^0}{\partial v_i^0} \frac{\partial v_i^0}{\partial v_i} = \frac{1}{4} \frac{\partial \Delta v_i^0 v_j^0 v_k^0}{\partial v_i^0} \quad (11)$$

由上式同理可得到  $\nabla_{\Delta v_i^0 v_j^0 v_k^1}$ .

于是将式(4)代入式(10)、(11)可展开计算式(9), 得到

$$\nabla_{\square v_i v_j^0 v_k^0 v_j^1} = \eta_1^0 \cdot v_i + \eta_2^0 \cdot v_j^0 + \eta_3^0 \cdot v_j^1 + \eta_4^0 \cdot v_k^0 \quad (12)$$

其中,

$$\begin{cases} \eta_1^0 = \frac{3}{4}\lambda_1^0 - \frac{1}{4}\lambda_2^0 - \frac{1}{4}\lambda_3^0 - \frac{1}{4}\lambda_4^0 \\ \eta_2^0 = \frac{3}{4}\lambda_2^0 - \frac{1}{4}\lambda_1^0 - \frac{1}{4}\lambda_3^0 - \frac{1}{4}\lambda_4^0 \\ \eta_3^0 = \frac{3}{4}\lambda_3^0 - \frac{1}{4}\lambda_1^0 - \frac{1}{4}\lambda_2^0 - \frac{1}{4}\lambda_4^0 \\ \eta_4^0 = \frac{3}{4}\lambda_4^0 - \frac{1}{4}\lambda_1^0 - \frac{1}{4}\lambda_2^0 - \frac{1}{4}\lambda_3^0 \end{cases} \quad (13)$$

上式中的系数为(各角度如图 4 所示)

$$\begin{cases} \lambda_1^0 = \frac{3}{8}(\cot \alpha_i^0 + \cot \beta_i^0) + \frac{1}{2}(\cot \alpha_j^0 + \cot \beta_j^0) \\ \lambda_2^0 = -\frac{1}{2}\cot \alpha_j^0 - \frac{1}{8}(\cot \gamma_i^0 + \cot \gamma_k^0) \\ \lambda_3^0 = -\frac{1}{2}\cot \beta_j^0 - \frac{1}{8}(\cot \theta_i^0 + \cot \theta_k^0) \\ \lambda_4^0 = -\frac{1}{8}(\cot \alpha_k^0 + \cot \beta_k^0) \end{cases} \quad (14)$$

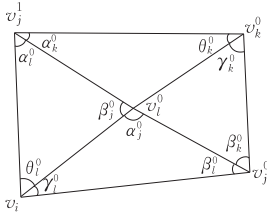


图 4  $\square v_i v_j^0 v_k^0 v_j^1$  中各角度示意图

将式(12)代入式(7)则可计算出网格顶点  $v_i$  处的平均曲率法向量  $\mathbf{H}(v_i)$  取值为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(v_i) = \frac{1}{2A} [ & (\eta_1^0 + \eta_1^1 + \eta_1^2 + \eta_1^3) \cdot v_i + \\ & (\eta_2^0 + \eta_2^3) \cdot v_j^0 + (\eta_3^0 + \eta_2^1) \cdot v_j^1 + \\ & (\eta_3^1 + \eta_2^2) \cdot v_j^2 + (\eta_3^2 + \eta_2^3) \cdot v_j^3 + \\ & \eta_4^0 \cdot v_k^0 + \eta_4^1 \cdot v_k^1 + \eta_4^2 \cdot v_k^2 + \eta_4^3 \cdot v_k^3 ] \quad (15) \end{aligned}$$

其中,  $\eta_1^*, \eta_2^*, \eta_3^*$  ( $*$  = 1, 2, 3, 4) 是式(12)作用在四边形  $\square v_i v_j^1 v_k^1 v_j^2$ ,  $\square v_i v_j^2 v_k^2 v_j^3$  和  $\square v_i v_j^3 v_k^3 v_j^0$  上的结果。

值得指出的是, 虽然我们对平均曲率法向量的推导过程是按纯四边网格进行的, 即网格上所有的面片都是四边形, 但通过引入虚拟顶点, 上述推导可

以很容易地推广到含有  $n$  边形 ( $n > 4$ ) 面片的四边形主导网格。

另外, 在将式(15)的结果用在第 6 节的显示迭代和隐式光顺算法中时, 为了能更方便地调节迭代步长, 与文献[3]中类似, 我们对  $v_i$  的平均曲率法向量预先用  $v_i$  的系数的绝对值进行归一化, 并且每次光顺结束之后用文献[3]中的方法进行体积修正, 避免在光顺过程中的体积塌陷。

## 5 处理 $T$ -顶点和边界

四边形主导网格上的  $T$ -顶点是在设计或者重采样过程中, 为了使四边网格面片形状尽可能规则而引入.  $T$ -顶点所在的一个网格面片的形状非常近似于四边形, 但实际上却是五边形, 如图 5 中的阴影面片。

对于  $T$ -顶点  $v_T$  的光顺, 我们采用一种更为自然的方法, 认为  $v_T$  只和  $v_1, v_2$  两个相邻的网格顶点发生作用(如图 5 所示), 且

$$\frac{\partial v_T}{\partial t} = \frac{2}{|v_T v_1| + |v_T v_2|} \cdot \left( \frac{v_1 - v_T}{|v_T v_1|} + \frac{v_2 - v_T}{|v_T v_2|} \right) \quad (16)$$

其中  $|v_T v_1|$  和  $|v_T v_2|$  是分别连接  $v_T$  和  $v_1, v_2$  的网格边的边长. 实验中我们认为  $T$ -顶点是度为 3, 并且关联的边夹角中其中一个显著地大于另外两个, 如图 5 中  $\angle v_1 v_T v_2$  显著大于  $\angle v_1 v_T v_3$  和  $\angle v_2 v_T v_3$ .

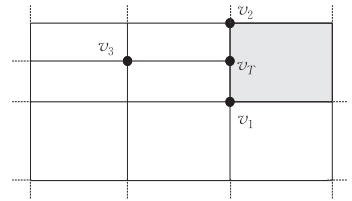


图 5 四边形主导网格上的  $T$ -顶点

另外对于  $v_1$  点曲率流的估计, 我们忽略连接  $v_T$  和  $v_3$  的边, 而采用如图 6 所示的 1-环邻域, 这样可以直接利用第 4 节中的曲率流计算方法对  $v_1$  进行光顺. 顶点  $v_2$  的情形和  $v_1$  相同。

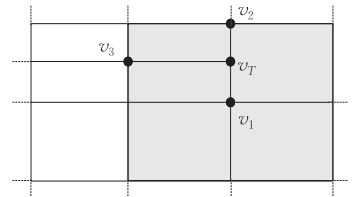


图 6 对  $v_1$  计算曲率流的 1-环邻域

对于  $v_1, v_2$  中含有多个  $T$ -顶点的情况,可以依次类推.

如果四边形主导网格含有边界,则对于边界上的网格顶点  $v_B$  可以找到与之相邻且同在边界上的两个邻接顶点  $v_{B1}, v_{B2}$ ,然后用式(16)中处理  $T$ -顶点的方法对边界网格顶点  $v_B$  进行光顺.

6 隐式四边形主导网格的光顺算法

由第 4 节和第 5 节中的结果,很容易得到基于迭代的四边形主导网格的光顺算法:

$$\mathbf{V}_{i+1} = (\mathbf{I} + \omega \mathbf{L}) \cdot \mathbf{V}_i \tag{17}$$

其中  $\mathbf{V}_i$  是第  $i+1$  次迭代前网格顶点的坐标,  $\mathbf{V}_{i+1}$  是迭代后网格顶点的坐标,  $\mathbf{L}$  是将网格顶点(除去  $T$ -顶点和边界点)基于平均曲率法向量  $\mathbf{H}(v_i)$ (见式(15))进行光顺的公式(1)、 $T$ -顶点及边界顶点更新公式(16)代入并整理出的扩展拉普拉斯矩阵,  $\omega$  为迭代

步长,  $\mathbf{I}$  是单位矩阵.  
基于文献[3]中的方法,可以很容易得到隐式的四边形主导网格的光顺算法:

$$(\mathbf{I} - \omega \mathbf{L}) \mathbf{V}_{i+1} = \mathbf{V}_i \tag{18}$$

7 实验及结果分析

我们的实验环境是一台普通笔记本, CPU 为 Intel Core2Duo 2GHz 处理器, 内存为 2GB.

我们将提出的网格光顺算法在多个四边形主导网格模型上进行了测试, 并对显示迭代和隐式算法做了比较.

图 7 中是一个 Torus 模型的光顺结果, 可以看出在初始噪声很大的情况下, 无论是显示迭代的方法还是隐式方法都能很好地对噪声模型进行平滑, 并且隐式方法求解 1 次可以得到显示迭代若干次的光顺效果. 提高了计算效率.

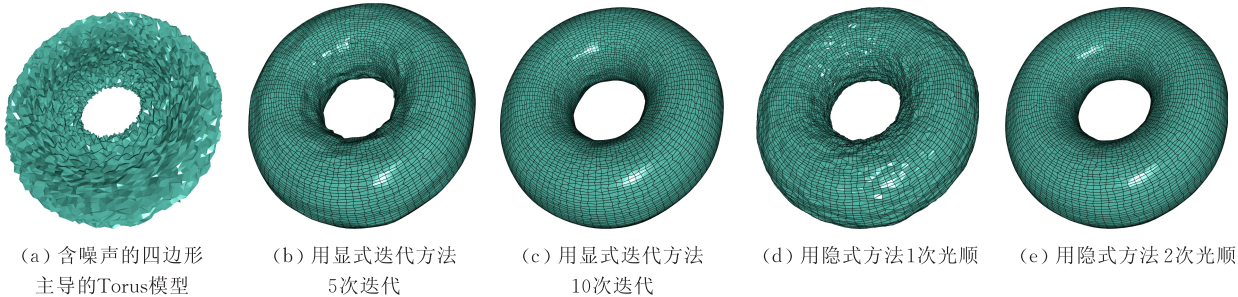


图 7 Torus 模型的光顺

图 8 和图 9 分别是 RockArm 模型和 Kitten 模型的的光顺效果. 可以看到我们的光顺算法可以得到很好的结果, 并且能有效地保持原网格上的几何特征在光顺过程中不被丢失.

3 个模型的规格和运行时间见表 1.

表 1 实验统计

模型	面片	迭代法用时	隐式法用时
Torus	10000	5.731s/10 次	3.403s/2 次
RockArm	6132	5.293s/15 次	1.847s/2 次
Kitten	62620	71.522s/20 次	58.762s/4 次

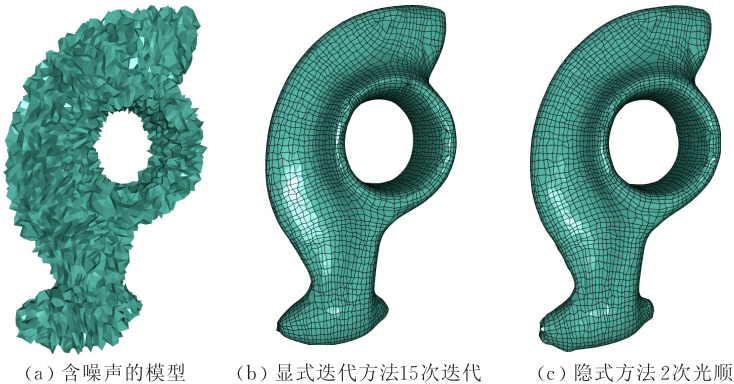
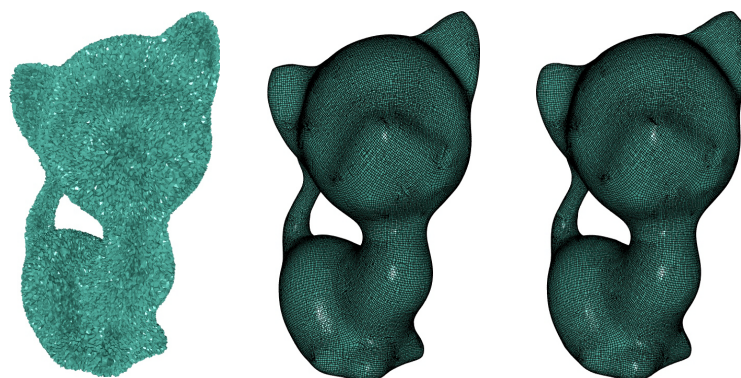


图 8 Rock Arm 模型的光顺





(a) 含噪声的Kitten模型 (b) 用显式迭代方法20次迭代 (c) 隐式4次光顺

图9 Kitten 模型的光顺

## 8 总结和展望

本文中,我们提出了基于曲率流的四边形主导网格上的光顺算法,通过引入虚拟顶点可以很容易地计算四边形主导网格顶点上的平均曲率法向量。我们对四边形主导网格上的  $T$ -顶点进行了特殊处理,还将迭代的光顺算法推广到隐式,提高了计算效率。实验结果显示,我们的光顺算法实现简单、效率高,并且可以有效保持原网格几何特征。

未来我们将着重研究四边网格上的微分属性,将基于曲率流的光顺算法推广到各向异性,从而更好地保持原网格几何特征。

## 参 考 文 献

- [1] Field D A. Laplacian smoothing and delaunay triangulations. *Communications in Applied Numerical Methods*, 1988, 4: 709-712
- [2] Taubin G. A signal processing approach to fair surface design//*Proceedings of the SIGGRAPH*. 1995: 351-358
- [3] Desbrun M, Meyer M, Schroder P, Barr A H. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow//*Proceedings of the SIGGRAPH*. 1999: 317-324
- [4] Liu X G, Bao H J, Peng Q S, Heng P-A, Wong T-S. Constrained fairing for meshes. *Computer Graphics Forum*, 2001, 20(2): 115-123
- [5] Liu L G, Tai C-L, Ji Z P, Wang G J. Non-iterative approach for global mesh optimization. *Computer-Aided Design*, 2007, 39(9): 772-782
- [6] Bajaj C L, Xu G. Anisotropic diffusion of surfaces and functions on surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(1): 4-32
- [7] Clarenz U, Diwald U, Rumpf M. Anisotropic geometric diffusion in surface processing//*Proceedings of the IEEE Visualization*. 2000: 397-405
- [8] Hildebrandt K, Polthier K. Anisotropic filtering of non-linear surface features. *Computer Graphics Forum*, 2004, 23(3): 391-400
- [9] Fleishman S, Drori I, Cohen-Or D. Bilateral mesh denoising. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 950-953
- [10] Jones T R, Durand F, Desbrun M. Non-iterative, feature-preserving mesh smoothing. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 943-949
- [11] Ohtake Y, Belyaev A, Bogaevksi I. Mesh regularization and adaptive smoothing. *Computer-Aided Design*, 2001, 33(11): 787-800
- [12] Shen Y, Barner K E. Fuzzy vector median-based surface smoothing. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2004, 10(3): 252-265
- [13] Chen C Y, Cheng H Y. A sharp dependent filter for mesh smoothing. *Computer Aided Geometric Design*, 2005, 22(5): 376-391
- [14] Sun X, Rosin P, Martin R, Langbein F. Fast and effective feature-preserving mesh denoising. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2007, 13(5): 925-938
- [15] Nehab D, Rusiniewicz S, Davis J, Ramamoorthi R. Efficiently combining positions and normals for precise 3D geometry. *ACM Transactions on Graphics*, 2005, 24(3): 536-543
- [16] Shen J, Maxim B, Akingbehin K. Accurate correction of surface noises of polygonal meshes. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2005, 64(12): 1678-1698
- [17] Li G Q, Bao H J, Ma W Y. A unified approach for fairing arbitrary polygonal meshes. *Graphical Models*, 2004, 66: 160-179
- [18] Zhang Y J, Bajaj C, Xu G L. Surface smoothing and quality improvement of quadrilateral/hexahedral meshes with geometric flow//*Proceedings of the 14th International Meshing Roundtable*. 2005: 449-468
- [19] Alliez P, Cohen-Steiner D, Devillers O, Levy B, Desbrun M. Anisotropic polygonal remeshing//*Proceedings of the ACM SIGGRAPH*. 2003: 485-493
- [20] Marinov M, Kobbelt L. Direct anisotropic quad-dominant

remeshing//Proceedings of the Pacific Graphics, 2004: 207-216

[21] Dong S, Kircher S, Garland M. Harmonic functions for quadrilateral remeshing of arbitrary manifolds. Computer Aided Geometric Design, 2005, 22(5): 392-423

[22] Ray N, Li W C, Levy B, Sheffer A, Alliez P. Periodic global parameterization. ACM Transactions on Graphics, 2006, 25(4): 1460-1485

[23] Kalberer F, Nieser M, Polthier K. QuadCover—Surface parameterization using branched coverings. Computer Graphics Forum, 2007, 27(3): 375-384



**HU Shi-Min**, born in 1968, Ph. D. , professor. His research interests include digital geometry processing, video processing, rendering, computer animation, and computer-aided geometric design.

**LAI Yu-Kun**, born in 1980, Ph. D. candidate. His research interests include computer graphics, geometry processing and computer-aided geometric design.

**YANG Yong-Liang**, born in 1982, Ph.D. candidate. His research interests include computer graphics, geometric modeling and processing.

Background

With the development of 3D scanning techniques, 3D digital geometry is getting more and more widely used in various applications. 3D geometry is usually represented as meshes, due to their simplicity, generality and efficiency. Compared with irregular triangle meshes, quadrilateral or quad-dominant meshes have more regular connectivity and fit the shape variation well according to human perception. As a result, quadrilateral or quad-dominant meshes are suitable for various applications like geometric modeling, subdivision surfaces and architecture design. Quad-dominant meshes have different sources; sometimes they may contain unwanted noise. Thus it is worthwhile to consider fairing of such meshes. Relatively little work has been done in this direction.

In this paper, the authors present a fairing algorithm of quad-dominant meshes based on curvature diffusion. Due to a general derivation, our method can deal with quad-dominant meshes, with *T*-vertices and irregularity polygons in a consistent way. Implicit diffusion is also extended to quad dominant meshes to improve the performance. This method is computationally efficient and easy to implement. Experimental results show that this method is insensitive to the mesh connectivity and produce reasonably smoothed results. This work was partially supported by the National Basic Research Program(973 Program) of China (No. 2006CB303106) and the National High Technology Research and Development Program (863 Program) of China (No. 2007AA01Z336).