

一种基于旋转体的摄像机定位方法

王 挺 王越超 姚 辰

(中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 沈阳 110016)

摘 要 基于旋转体的摄像机定位是单目合作目标定位领域中的涉及较少并且较为困难的一个问题,传统的基于点基元、直线基元及曲线基元的定位方法在用于旋转体定位过程中都存在相应的问题.文中设计了一种由4个相切椭圆构成的几何模型,该模型环绕于圆柱体表面,利用二次曲线的投影仍然是二次曲线的特性和椭圆的相应性质能够得到唯一确定模型位置的3个坐标点,从而将旋转体定位问题转化为P3P问题.在对P3P的解模式区域进行分析后,推导了根据模型上可视曲线的弯曲情况来确定P3P问题解模式的判别方法,并给出证明过程.仿真实验表明了这种模型定位方法的有效性.最后利用这个模型引导机械手完成目标定位的实验.

关键词 旋转体;P3P问题;多解现象;唯一解

中图法分类号 TP391

Determining Camera Pose Based on Body of Revolution

WANG Ting WANG Yue-Chao YAO Chen

(State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016)

Abstract Camera pose determination for body of revolution with single camera is a problem that is referred little and more puzzled. Traditional pose estimation methods using point features, straight line features and conics features have corresponding problems when they are applied to pose computation based on body of revolution. This paper presents a geometric model composed of four tangential ellipses that surround the surface of a cylinder. By using the preserved characteristic of conics and the corresponding characteristic of ellipse, three control points which can determine the pose of the model uniquely are obtained, thus the current problem of is converted into the problem of P3P. At the same time, a judgment method is developed to get the solution mode of P3P according to the curving style of eyeable arc on the model based on the analysis of the solution mode region of P3P. After that the proving process is presented. The effectiveness of the location method based on model is confirmed by simulation. At last, the model is used to lead a manipulator to locate the object in an experiment.

Keywords body of revolution; the P3P problem; multi-solution phenomenon; unique solution

1 引 言

摄像机定位是机器人视觉中重要的研究问题之

一.所谓摄像机定位问题是指通过空间三维基元(如点、直线、曲线)与图像二维基元之间的对应,求摄像机坐标系与物体坐标系之间的刚体变换,这里假定摄像机的内参数是已知的.这方面已有大量的研究

工作,主要有基于空间点到图像点对应的定位方法,这类方法可归结为经典的 PnP 问题^[1-10],另一类方法是基于空间直线到图像直线对应的方法^[11-18].除了利用点基元和直线基元进行摄像机定位外,基于曲线的定位方法也在很多文献中出现^[19-23].

无论是点、直线、还是曲线作为基元进行摄像机定位都取得了很多研究成果,并且有些方法已经成功地应用到实际工程中,但这些方法存在的一个共同的问题是摄像机光心位置和姿态的可变化范围往往较小,这是因为一般的摄像机定位方法都存在多解现象,为了避免多解,保证解的唯一性,摄像机光心只能在单一解的空间区域内变动;而如果被测模型是三维基元,其中一个基元因为可能被安装面或其它基元遮挡,更加限制了摄像机光心的变化范围.除此之外,我们尚没有在已有的文献中看到对旋转体从侧面进行摄像机定位的研究.

旋转体是直齐次广义柱体的最常见的重要子类^[24],是指绕一轴旋转一条与轴同平面且不相交叉的任意曲线一周所得到的曲面围成的区域.旋转体几何特征广泛存在于现实世界中,在某些特定场合,往往需要对本身具有旋转体特征的目标或与旋转体固连的目标进行定位,即利用旋转体表面的几何特征,确定目标在三维空间的位置和姿态,因而旋转体的定位技术具有重要的理论价值和实际意义.

对旋转体的定位必然要保证无论旋转体围绕轴心转动到什么位置都能够进行定位,因此旋转体上的几何特征需要具备连续性和可恢复性,即这些几何基元不会因为旋转体的转动和部分被遮挡而丧失定位功能.点基元由于不能被遮挡,因而不能用于旋转体定位;直线基元具有连续性,可以被部分遮挡,但由于直线只能平行于旋转轴的方向置于旋转体表面,因此一旦直线背离摄像机光心,那么直线整体都将不可见,因此也不适于旋转体定位.而环绕于旋转体表面的封闭曲线在摄像机处于任何位置时都不能完全被遮挡,这就为旋转体的定位提供了可能.

在曲线定位的研究中,比较多的是基于圆锥曲线即二次曲线的定位方法,这主要是因为二次曲线表示方法简洁,是所有曲线中次数最低的,并且二次曲线在平面的投影也依然是二次曲线,相应地简化了曲线投影方程的提取过程.一般来讲,完全基于曲线的定位方法大都是非线性的,并且计算复杂,存在多解现象.

本文提出了一种对于旋转体中最为常见的圆柱体进行定位的方法,利用的几何基元是柱体表面的

四个成一定姿态分布的椭圆,根据椭圆的相对位置关系获得可以唯一确定柱体坐标系的特征点,在此基础上利用 P3P 的定位算法完成定位. P3P 问题是出现最早也是发展最为成熟的摄像机定位问题,大量的文献都对 P3P 问题进行了研究,其中很大一部分是针对 P3P 存在的多解现象进行的研究.文献[4-9]对 P3P 解的数目,正解存在的充要条件等问题进行了深入探讨,文献[10]从另一个角度研究了可以保证唯一解的区域分布情况.借助这些研究成果,我们详细讨论了焦平面上的曲线投影可视部分的弯曲特征和摄像机光心所在解模式区域的一一对应关系,从而可以从图像特征上确定唯一解,这样就可以在圆柱体侧面从任何位置对摄像机进行定位.从本质上说我们的方法是利用曲线获取控制点进行的基于点基元的摄像机定位方法.

2 模型描述

如图 1 所示, F 是横截面半径为 R 的旋转体,利用 4 个割面与旋转体的侧表面相交,得到 4 个椭圆 O_1, O_2, O_3, O_4 , 设每个割面与旋转体的轴线都呈 45° , 则易知,椭圆的长轴都为 $\sqrt{2}R$, 短轴都为 R . 另设 O_1, O_2 同心(P 点)并垂直相交于短轴所在的直线, 交点为 M_1, N_1 , O_3, O_4 同心(Q 点)并垂直相交于短轴所在的直线, 交点为 M_2, N_2 ; O_1, O_3 垂直并相切于长轴端点 G , O_2, O_4 垂直并相切于长轴端点 H . 取 P, Q 连线的中点作为模型坐标系的原点 O , Q 指向 P 的矢量为模型坐标系的 x 轴, H 指向 G 的矢量为模型坐标系的 y 轴, 并利用右手定则确定 z 轴方向. 通过 O_1, O_2, O_3, O_4 向 $yo-z$ 平面投影, 易知, 投影

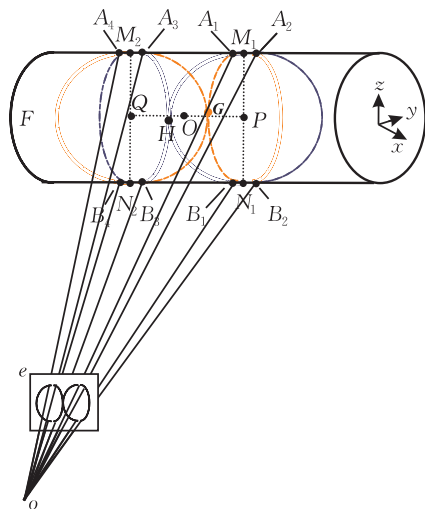


图 1 基于旋转体的模型示意图

得到的曲线是同一个圆 $z^2 + y^2 = R^2$ (如图 2), 在实际的模型上, O_1, O_2, O_3, O_4 就是置于截面半径为 R 的不透明圆柱体侧表面上的 4 个椭圆. 设 o 点为摄像机光心, e 为焦平面, O_1, O_2, O_3, O_4 在圆柱体上的可视部分分别为 $\widehat{A_1B_1}, \widehat{A_2B_2}, \widehat{A_3B_3}, \widehat{A_4B_4}$ (注: 本文中提到的所有曲线弧都不包括两个端点), 相应的它们在焦平面上的投影为 $\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$ (如图 3), 连接 $a_1b_1b_3a_3$ 和 $a_2b_2b_4a_4$ 构成两个封闭的凸四边形, 顶点 o 与 $a_1b_1b_3a_3$ 和 $a_2b_2b_4a_4$ 分别构成两个无底四棱锥.

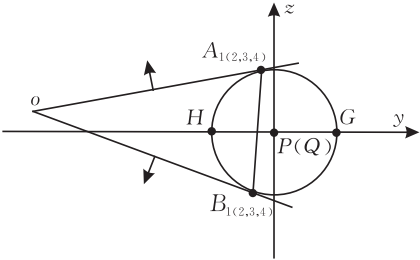


图 2 模型侧视图

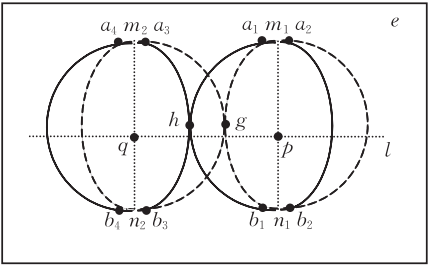


图 3 模型在焦平面投影示意图

3 控制点提取

使用二次曲线进行定位的一个好处是空间二次曲线在焦平面上的投影依然是二次曲线, 相应的 O_1, O_2, O_3, O_4 在焦平面的投影也是椭圆, 设为 o_1, o_2, o_3, o_4 . 在图 1 的模型上, 由于曲面是不透明的, 因此 O_1, O_2, O_3, O_4 在焦平面上得到的投影仅部分可见, $\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$ 分别对应 O_1, O_2, O_3, O_4 在圆柱体上的可视部分 $\widehat{A_1B_1}, \widehat{A_2B_2}, \widehat{A_3B_3}, \widehat{A_4B_4}$. 由于 $\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$ 所在的 o_1, o_2, o_3, o_4 同样是椭圆, 利用椭圆的“极点-极弦”性质及使用有约束的直接提取方法我们可以计算出椭圆的中心和长短轴及倾斜角, 进而将不完整的椭圆恢复为完整的椭圆^[25]. 重建之后的椭圆 o_1, o_3 相切于 g 点, o_2, o_4 相切于 h 点, 由于在空间模型上 O_1, O_3 相切于 G , O_2, O_4 相切于 H , 那么易知 g, h 分别为 G, H 在焦平

面上的投影.

设 O_1, O_2 的交点 M_1, N_1 在焦平面上的投影分别对应 o_1, o_2 的交点 m_1, n_1 , M_2, N_2 在焦平面上的投影分别对应 o_3, o_4 的交点 m_2, n_2 , 因为 P 点必然在 M_1N_1 的连线上, 由映射关系知其在焦平面的投影也必然在 m_1n_1 的连线上; 同理, Q 点在焦平面的投影也必然在 m_2n_2 的连线上. 再过光心点 o 做平面 oa_1a_2, ob_1b_2 成角的平分面, 交焦平面于直线 l (如图 3). 由于平面 oa_1a_3 与 ob_1b_3 分别与圆柱体切于 A_1A_3, B_1B_3 , 那么易知光心 o 与 PQ 所构成的平面同样是平面 oa_1a_3, ob_1b_3 成角的平分面, 因此 l 即为 PQ 在焦平面上的投影. 相应的, l 与 m_1n_1 的交点 p 即为点 P 在焦平面的投影, l 与 m_2n_2 的交点 q 即为点 Q 在焦平面的投影. 分别联立 l 与 m_1n_1 和 m_2n_2 的直线方程可计算得到 P, Q 的图像坐标. P, Q, G 构成 P3P 问题的 3 个控制点, 且有 $|PQ| = 2R$, $|GP| = \sqrt{2}R$, $|GQ| = \sqrt{2}R$, 之所以取这 3 个点作为控制点主要是为了方便获得唯一解, 关于唯一解的证明将在后面部分论述.

4 基于 P3P 的摄像机定位方法

由上一节的叙述可知 g, p, q 分别为模型上 G, P, Q 在焦平面上的投影, 又知 G, P, Q 都是模型坐标系上的固定点, 因此可以令这 3 个点构成 P3P 问题的 3 个控制点. 在图 4 中, 连接 G, P, Q 构成一个三角形, 易知 $\triangle GPQ$ 为等腰直角三角形, 设 oG, oP, oQ 的长度分别为 x, y, z , 已知它们之间的夹角分别为 α, β, γ 及 $|PQ| = a, |QG| = b, |PG| = c$, 求 x, y, z , 这就是 P3P 问题, 其方程描述如下:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha = c^2 \\ x^2 + z^2 - 2xz \cos \beta = b^2 \\ y^2 + z^2 - 2yz \cos \gamma = a^2 \end{cases}$$

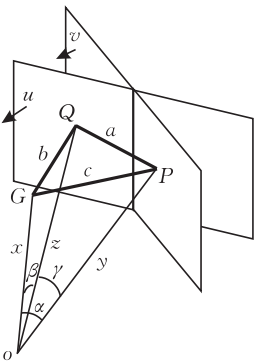


图 4 P3P 问题解模式示意图

典型的 P3P 的解对应 4 种模式:

$$\text{模式 1: } \begin{cases} y = x \cos \alpha - \sqrt{(c^2 - x^2 \sin^2 \alpha)} \\ z = x \cos \beta - \sqrt{(b^2 - x^2 \sin^2 \beta)} \\ y^2 + z^2 - 2yz \cos \gamma = a^2 \end{cases}$$

$$\text{模式 2: } \begin{cases} y = x \cos \alpha - \sqrt{(c^2 - x^2 \sin^2 \alpha)} \\ z = x \cos \beta + \sqrt{(b^2 - x^2 \sin^2 \beta)} \\ y^2 + z^2 - 2yz \cos \gamma = a^2 \end{cases}$$

$$\text{模式 3: } \begin{cases} y = x \cos \alpha + \sqrt{(c^2 - x^2 \sin^2 \alpha)} \\ z = x \cos \beta - \sqrt{(b^2 - x^2 \sin^2 \beta)} \\ y^2 + z^2 - 2yz \cos \gamma = a^2 \end{cases}$$

$$\text{模式 4: } \begin{cases} y = x \cos \alpha + \sqrt{(c^2 - x^2 \sin^2 \alpha)} \\ z = x \cos \beta + \sqrt{(b^2 - x^2 \sin^2 \beta)} \\ y^2 + z^2 - 2yz \cos \gamma = a^2 \end{cases}$$

因为 $\sqrt{(c^2 - x^2 \sin^2 \alpha)} \geq 0$, $\sqrt{(b^2 - x^2 \sin^2 \beta)} \geq 0$, 那么

可以推知对于模式 1, 有 $\begin{cases} y \leq x \cos \alpha \\ z \leq x \cos \beta \end{cases}$; 对于模式 2, 有

$\begin{cases} y \leq x \cos \alpha \\ z \geq x \cos \beta \end{cases}$; 对于模式 3, 有 $\begin{cases} y \geq x \cos \alpha \\ z \leq x \cos \beta \end{cases}$; 对于模式 4,

有 $\begin{cases} y \geq x \cos \alpha \\ z \geq x \cos \beta \end{cases}$, 即每个模式都对应着一个区域, 且

4 个区域完整地分割了整个空间. 参照文献[10]的结论, 令过 P 点的平面 u 和过 Q 点的平面 v 分别垂直于直线 FP 和直线 FQ , 其正方向如图 4 所示, 那么可以证明空间区域被 u, v 平面分割成的 4 个区域分别对应着 P3P 问题的 4 个模式. 当摄像机光心出现在平面 u 的负方向侧, 平面 v 的负向侧, 那么 P3P 问题解的形式对应模式 1; 光心出现在平面 u 的正方向侧, 平面 v 的负向侧, 那么 P3P 问题解的形式对应模式 2; 光心出现在平面 u 的负向侧, 平面 v 正方向侧, 那么 P3P 问题解的形式对应模式 3; 光心出现在平面 u 的正方向侧, 平面 v 的正方向侧, 那么 P3P 问题解的形式对应模式 4. 因此如果能够确定摄像机光心在模型坐标系中的空间区域, 就能知道对应的是 P3P 问题的哪一个解模式, 进而能够确定唯一解, 因为篇幅的关系, 证明过程在此省略.

5 解的唯一性讨论

由上一节的分析知, 对于传统的 P3P 问题, 一般来讲如果预先不知道摄像机光心与 P3P 模型的区域关系, 就无法判别哪一个解是正确解. 利用本文

提出的模型可以提取 P3P 的 3 个控制点信息, 同时 O_1, O_2, O_3, O_4 在焦平面上映射的图像还包含了曲线弯曲方向的信息, 经过分析, 根据椭圆 O_3, O_4 在焦面上投影曲线的不同弯曲方向的信息可以判定摄像机光心所在的模型坐标系的解区域, 进而确定唯一解.

题设. 图 5 是模型的上视图, 图中, 空间区域被 O_2, O_4 所在的平面 u, v 分割成 4 个区域, u, v 的平面方程可以表示为 $y = x - 1$ 和 $y = -x - 1$, u, v 的正方向如图所示, 再令 $f_1 = y - x + 1$, $f_2 = y + x + 1$, 那么模式 1~4 对应的区域可以表示为

区域 1: $f_1 < 0, f_2 < 0$;

区域 2: $f_1 > 0, f_2 < 0$;

区域 3: $f_1 < 0, f_2 > 0$;

区域 4: $f_1 > 0, f_2 > 0$.

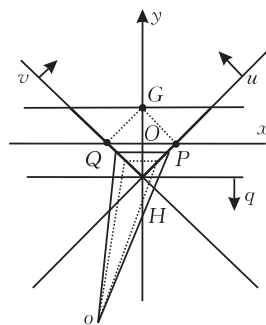


图 5 模型上视图

引理 1. 当且仅当光心 o 位于区域 1, 有 O_2, O_4 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 都在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内.

引理 2. 当且仅当光心 o 位于区域 2, 有 O_2 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}$ 在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域外, O_4 的可视部分 $\widehat{A_4B_4}$ 在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内.

引理 3. 当且仅当光心 o 位于区域 3, 有 O_2 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}$ 在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内, O_4 的可视部分 $\widehat{A_4B_4}$ 在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域外.

引理 4. 当且仅当光心 o 位于区域 4, 有 O_2, O_4 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 都不在无底四棱锥 $\sigma-A_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内.

引理 1 必要性证明. 当光心 o 位于区域 1 时, 由于平面 oA_2A_4 和 oB_2B_4 分别与圆柱体相切于 A_2A_4, B_2B_4 (如图 2), 显而易见 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 位于平面 oA_2A_4 的负方向侧和平面 oB_2B_4 的负方向侧围城的区域之内.

据此为了使得引理的必要性成立, 设 oA_2B_2 和 oA_4B_4 指向棱锥外侧方向为正方向, 只需证明 $\widehat{A_2B_2}$, $\widehat{A_4B_4}$ 位于平面 oA_2B_2 和平面 oA_4B_4 的负方向侧. 欲证 $\widehat{A_2B_2}$ 位于 oA_2B_2 的负方向侧, 只需证明 $\widehat{A_2B_2}$ 上存在至少一点在 oA_2B_2 的负方向侧即可, 因为如果 $\widehat{A_2B_2}$ 还存在一点位于 oA_2B_2 的正方向侧, 那么必有 $\widehat{A_2B_2}$ 与 oA_2B_2 相交, 相应的它们在焦平面的投影 $\widehat{a_2b_2}$ 和 a_2b_2 必有交点, 而我们知道曲线弧和它的弦是不存在交点的, 说明 $\widehat{A_2B_2}$ 不可能同时在 oA_2B_2 平面的两侧. 为了简便起见, 选择 O_2, O_4 与 y 轴的交点 H 作为研究对象, 不失一般性设 H 点的坐标为 $(0, -1, 0)$.

首先我们来说明 H 的可见性, 在图 3 中, 作经过点 H 并与圆柱体相切的平面 q , 方向如图所示. 由于 H 是曲面上的一点, H 点的可视区域就是 q 的正方向侧. 因为区域 1 完全在 q 正方向侧, 则说明点 H 在区域 1 是可见的, 即 H 是 $\widehat{A_2B_2}$ 和 $\widehat{A_4B_4}$ 上的点.

设光心 o 的坐标为 (x_0, y_0, z_0) , A_2 点的坐标为 (x_A, y_A, z_A) , B_2 点的坐标为 (x_B, y_B, z_B) . 由于平面 oA_2B_2 的正方向指向棱锥外侧, 它的法线的方向向量可以表示为 $\mathbf{HB}_2 \times \mathbf{HA}_2$, 同时由于 oA_2B_2 经过点 (x_0, y_0, z_0) , 则可以建立 oA_2B_2 平面的点法式方程

$$-(y_A z_B - y_A z_0 - y_0 z_B - y_B z_A + y_B z_0 + y_0 z_A) \cdot \\ (x - x_0) + (x_A z_B - x_A z_0 - x_0 z_B - x_B z_A + x_B z_0 + \\ x_0 z_A)(y - y_0) - (x_A y_B - x_A y_0 - x_0 y_B - x_B y_A + \\ x_B y_0 + x_0 y_A)(z - z_0) = 0.$$

令

$$f(x, y, z) = -(y_A z_B - y_A z_0 - y_0 z_B - y_B z_A + \\ y_B z_0 + y_0 z_A)(x - x_0) + (x_A z_B - x_A z_0 - \\ x_0 z_B - x_B z_A + x_B z_0 + x_0 z_A)(y - y_0) - \\ (x_A y_B - x_A y_0 - x_0 y_B - x_B y_A + x_B y_0 + \\ x_0 y_A)(z - z_0),$$

把 $H(0, -1, 0)$ 代入上式得

$$f(H) = -(y_0 + 1)(x_A z_B - x_B z_A) - \\ (y_A + 1)(x_B z_0 - x_0 z_B) - \\ (y_B + 1)(x_0 z_A - x_A z_0).$$

因为 $f_1 < 0$, 即 $y_0 + 1 < x_0$, 又因为 $x_A > 0, x_B > 0, z_A > 0, z_B < 0$ 有 $-(x_A z_B - x_B z_A) > 0$, 因此

$$f(H) < x_0(x_A z_B - x_B z_A) + \\ (y_A + 1)(x_B z_0 - x_0 z_B) + \\ (y_B + 1)(x_0 z_A - x_A z_0),$$

整理得

$$f(H) < ((y_A + 1)x_B - (y_B + 1)x_A)z_0 +$$

$$((y_B + 1 - x_B)z_A - (y_A + 1 - x_A)z_B)x_0.$$

因为 (x_A, y_A, z_A) 在 u 平面上, 有 $y_A + 1 = x_A$, (x_B, y_B, z_B) 在 u 平面上, 有 $y_B + 1 = x_B$, 遂得 $f(H) < 0$, 即 H 点位于平面 oA_2B_2 的负方向侧.

同理可证 H 点位于 oA_4B_4 平面的负方向侧. 因为 H 点同时在 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 上, 根据前面的证明过程可知 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 都位于平面 oA_2B_2 和平面 oA_4B_4 的负方向侧, 因此 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 在 $oA_2B_2, oB_2B_4, oA_4B_4, oA_2A_4$ 包围的无底四棱锥 $oABCD$ 内部.

证毕.

同样选取 H 点作为判定点, 其余几个引理的必要性可以类似得证. 需要注意的是在平面 q 的负方向侧 H 点是不可见点, 因此当 $f(H) < 0$, G 所在的不可见弧段位于四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 内部, 相应可见弧段 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 位于四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 外部; 当 $f(H) > 0$, G 所在的不可见弧段位于四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 外部, 可见弧段 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 位于四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 内部; 为此区域 2 和区域 3 需要各分成 $y \geq 1$ 和 $y \leq 1$ 两个区域进行证明.

引理 1 充分性证明. 当 O_1, O_2 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 都在无底四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内, 假设此时光心 o 不在区域 1, 那么 o 可能在区域 2、区域 3 或区域 4, 由引理 2~4 的必要性证明可知, 在这 3 个区域中 O_1, O_2 的可视部分 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 不会都在无底四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 包围的区域内. 所以假设不成立, o 必然在区域 1 内, 引理 1 的充分性得证.

证毕.

引理 2~引理 4 的充分性证明与引理 1 的充分性证明类似, 它们的证明在此省略.

定理 1. 当 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_2b_2}, \widehat{a_4b_4}$ 都处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部时, 光心 o 位于区域 1.

定理 2. 当 $\widehat{A_2B_2}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_2b_2}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部, $\widehat{A_4B_4}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_4b_4}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部时, 光心 o 位于区域 2.

定理 3. 当 $\widehat{A_2B_2}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_2b_2}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部, $\widehat{A_4B_4}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_4b_4}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部时, 光心 o 位于区域 3.

定理 4. 当 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 在焦平面上的投影 $\widehat{a_2b_2}, \widehat{a_4b_4}$ 都处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部时, 光心 o 位于区域 4.

定理 1 证明. 由 $\widehat{a_2b_2}$ 在四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 的内部, 易知 $\widehat{a_2b_2}$ 也在无底四棱锥 $oA_2B_2B_4A_4$ 内部. 连

接光心 o 与 $\widehat{a_2b_2}$ 上的任意一点 t , 根据映射关系知 ot 必经过 $\widehat{A_2B_2}$ 上的一点 T , 那么 T 也在无底四棱锥 $o-A_2B_2B_4A_4$ 的内部. 因为如果 T 在无底四棱锥 $o-A_2B_2B_4A_4$ 外部, 那么 oT 连线必然经过四棱锥的某一个表面, 则 ot 必与 $a_2b_2, b_2b_4, b_4a_4, a_2a_4$ 中的一条线相交, 即 t 点在 $a_2b_2b_4a_4$ 的某一个边上, 而 t 同时又在 $\widehat{a_2b_2}$ 上, 则可以推出 $\widehat{a_2b_2}$ 与 $a_2b_2b_4a_4$ 的某边相交, 这与已知条件 $\widehat{a_2b_2}$ 在无底四棱锥 $o-A_2B_2B_4A_4$ 内部矛盾, 所以假设不成立, T 点必位于无底四棱锥 $o-A_2B_2B_4A_4$ 的内部. 由于 $\widehat{a_2b_2}$ 和 $\widehat{A_2B_2}$ 对应点具有一一映射关系, 说明 \widehat{AB} 上的任意一点在无底四棱锥 $o-A_2B_2B_4A_4$ 内部, 由引理 1 知, 此时 o 位于区域 1.

证毕.

其余几个定理可以类似得证, 证明过程在此省略.

由定理 1~定理 4 的证明可知,

(1) 当 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_2b_2}, \widehat{a_4b_4}$ 都处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部时, 解 1 为正确解, 如图 6(a).

(2) 当 $\widehat{A_2B_2}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_2b_2}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部, $\widehat{A_4B_4}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_4b_4}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部时, 解 2 为正确解, 如图 6(b).

(3) 当 $\widehat{A_2B_2}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_2b_2}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 内部, $\widehat{A_4B_4}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_4b_4}$ 处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部时, 解 3 为正确解, 如图 6(c).

(4) 当 $\widehat{A_2B_2}, \widehat{A_4B_4}$ 在焦面上的投影 $\widehat{a_2b_2}, \widehat{a_4b_4}$ 都处于四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 外部时, 解 4 为正确解, 如图 6(d).

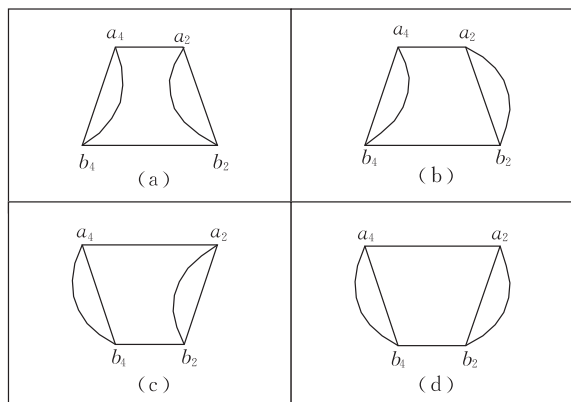


图 6 可视弧段成像关系示意图

因此无论摄像机分布在模型坐标系的哪一个区域, 我们总可以根据 O_2, O_4 的可视曲线弧在图像上的成像 $\widehat{a_2b_2}, \widehat{a_4b_4}$ 与边界点构成的凸四边形 $a_2b_2b_4a_4$ 的平面位置关系确定 P3P 问题的解模式.

6 仿真和实验

在仿真实验中, 设摄像机内参数矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

图像大小为 480×480 像素单位. 按照第 2 节所述的方法建立模型坐标系, 将摄像机的光心取在模型附近的不同位置, 通过投影变换得到模型上 O_1, O_2, O_3, O_4 的可视部分 $\widehat{A_1B_1}, \widehat{A_2B_2}, \widehat{A_3B_3}, \widehat{A_4B_4}$ 在焦平面上投影的曲线弧 $\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$. 为了检验本文方法的有效性, 将每个曲线弧按照像素单位进行量化, 然后为量化后的曲线上的所有点加入以像素为单位的均匀随机噪声. 再根据文献[25]中的方法利用这些有噪声的点提取完整的椭圆, 最后利用本文中的方法提取 3 个控制点 g, p, q . 在求解 P3P 问题的时候, 利用第 6 节得到的结论根据图像上 $\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$ 与 $a_2b_2b_4a_4$ 的位置关系确定唯一解, 并使用迭代搜索的方法, 计算光心点在模型坐标系的空间位置和姿态角. 在实验中我们对 4 个曲线弧分别加入了 0.25 的均匀随机噪声. 我们将计算结果与理论值相比较得到定位误差如图 7 所示. 设旋转体截面的直径设为 60 毫米, 图 7(a~f) 的横坐标为模型中心到摄像机光心距离与旋转体截面直径的比值, 图(a~c) 的纵坐标单位为度, 图 7(d~f) 的纵坐标单位为毫米.

为了检验方法的性能我们同时做了与传统 P3P 定位方法的模拟对比实验, 实验中直接以圆柱模型坐标系上的 G, P, Q 三点作为控制点建立 P3P 模型, G, P, Q 在焦平面上的直接投影设为 g', p', q' , 相应的也为这 3 个投影点加入 0.25 像素的均匀随机噪声.

图 7(a)~(f) 分别显示了摄像机光心与模型坐标系原点在不同的距离上的定位误差. 仿真实验结果表明基于椭圆曲线的旋转体定位方法可以从旋转体附近的几乎所有区域进行定位而不会产生多解. 从定位精度来看, 由于这个方法本质上采用的是基于 P3P 的定位方法, 因此其定位精度接近于直接采用点基元的 P3P 的定位精度, 而其平均精度略低于直接采用点基元 P3P 的定位精度是由于曲线拟合提取得到 P3P 控制点的精度不够高造成的. 在实验中, 我们发现 g, p, q 三点的提取精度取决于图像上

$\widehat{a_1b_1}, \widehat{a_2b_2}, \widehat{a_3b_3}, \widehat{a_4b_4}$ 加入的误差大小和椭圆的拟合精度, 在图像上的曲线弧误差较大或椭圆的拟合精

度不高的时候, g, p, q 三点的提取精度就会严重下降, 并最终影响到摄像机的定位精度。

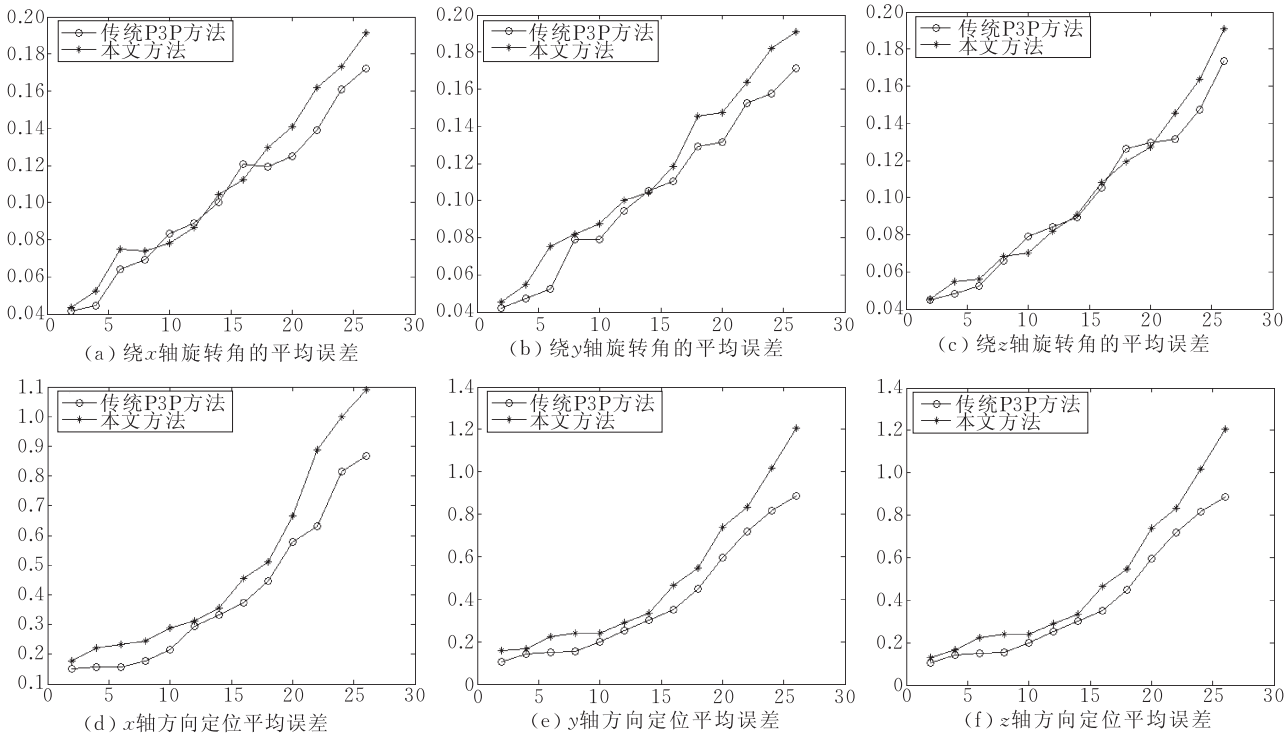


图 7 曲线特征与点特征定位误差对比

在仿真实验的基础上, 我们将这个模型安置于机械手的末端, 用于引导机械手完成对准操作. 实验中采用了一个全局单目摄像机和一个六自由度机械手, 实验中的任务是利用视觉伺服的方法引导机械手完成对目标物的对准操作. 其中目标物在摄像机

坐标系下的位置和姿态已经通过激光测量和人机合作的方式得到, 只要能够测量出机械手末端在摄像机坐标系下的位置和姿态, 就可以利用基于位置的视觉伺服方法引导机械手到目标处. 图 8 为机械手在旋转体合作目标的引导下达到抓取位姿的过程.

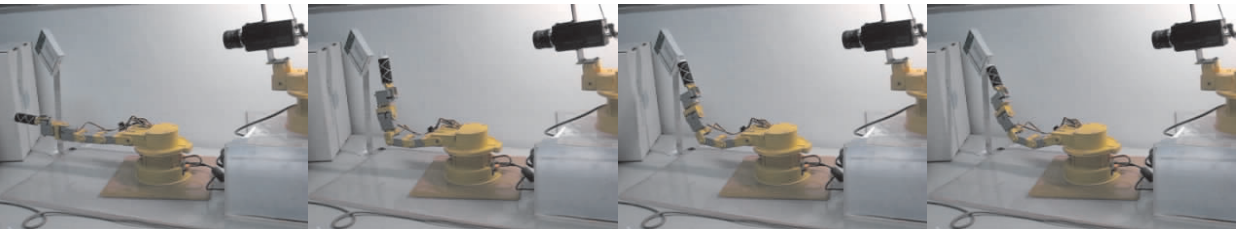


图 8 机械手抓取目标物

7 结 论

本文利用组合椭圆曲线实现了一种针对旋转体中最为常见的圆柱体进行摄像机定位的简便、可行的方法. 首先, 利用残缺椭圆曲线的可复原的性质解决了旋转体定位基元被遮挡的问题, 其次利用空间曲线交点和圆柱体的性质获得了柱体上可以构成 P3P 问题的 3 个控制点. 在对 P3P 问题的解模式区

间进行分析后, 利用模型上的两个椭圆形成的图像曲线与 P3P 问题的解模式区间进行一一对应, 从而避免了多解问题. 最后的仿真和实验表明利用这种方法可以在圆柱体侧面的任何位置完成对圆柱体的定位, 而不会产生多解, 结合高精度的椭圆提取算法, 可以保正其具有较高的定位精度。

参 考 文 献

[1] Fishler M A, Bolles R C. Random sample consensus: A par-

- adigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395
- [2] Abidi M A, Chandra T. A new efficient and direct solution for pose estimation using quadrangular targets: Algorithm and evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(5): 534-538
- [3] Yuan J S C. A general photogrammetric method for determining object position and orientation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(2): 129-142
- [4] Haralic R M, Lee C, Ottenber8K, Nolle M. Analysis and solutions of the three point perspective pose estimation problem//*Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Hawaii, 1991: 592-598
- [5] Dementhon D, Davis L S. Exact and approximate solutions of the perspective-three-point. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(11): 1100-1105
- [6] Wolfe W J, Jones K. Camera calibration using the perspective view of a triangle//*Proceedings of the SPIE Conference Automated Inspection Measurement*. Cambridge, 1986, 730: 47-50
- [7] Wolfe W J, Mathis D, Weber C, Magee M. The perspective view of three points. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, 13(1): 66-73
- [8] Haralick R M, Lee C N, Ottenberg K, Nolle M. Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem. *International Journal of Computer Vision*, 1994, 13(3): 331-356
- [9] Su Cheng, Xu Ying-Qing et al. Necessary and sufficient condition of positive root number of Perspective-three-Point problem. *Chinese Journal of Computers*, 1998, 21(12): 1084-1095(in Chinese)
(苏成,徐迎庆等.判定 P3P 问题正解数目的充要条件. *计算机学报*, 1998, 21(12): 1084-1095)
- [10] Zhou Xin, Zhu Feng. A note on unique solution conditions of the P3P problem. *Chinese Journal of Computers*, 2003, 26(12): 1696-1671(in Chinese)
(周鑫,朱峰.关于 P3P 解的唯一性条件的几点讨论. *计算机学报*, 2003, 26(12): 1696-1671)
- [11] Dhome M, Richetic M, Lapreste J T, Rives G. Determination of the attitude of 3-D objects from a single perspective view. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(12): 1266-1278
- [12] Phong T Q, Horaud R, Yassine A, Pham D T. Optical estimation of object pose from a single perspective view. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(12): 534-540
- [13] Stephane Christy, Radu Horaud. Iterative pose computation from line correspondences. *Computer Vision and Image Understanding*, 1999, 73(1): 137-144
- [14] Cheng Chin-Chun, Tsai Wen-Hsiang. Reliable determination of object pose from line features by hypothesis testing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(12): 1235-1241
- [15] Lanser Stefan, Lengauer Thomas. On the selection of candidates for point and line correspondences. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 11(9): 157-162
- [16] Takeshi Shakunaga. Robust line-based pose enumeration from a single image. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 1993, 5(4): 545-550
- [17] Huang T S, Netravali A N, Chen H H. Motion and pose determination using algebraic methods. *Time-Varying Image Processing and Moving Object Recognition*, 1990, 2(3): 243-249
- [18] Horaud R. New methods for matching 3-D objects with single perspective views. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, 9(3): 401-412
- [19] Ma S D. Conics-based stereo, motion estimation, and pose determination. *International Journal of Computer Vision*, 1993, 10(1): 82-98
- [20] Fermuller C, Aloimonos Y. Global rigidity constraints in image displacement fields//*Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision*. Boston, MA, USA, 1995: 245-250
- [21] Sugimoto A, Matsuyama T. Multilinear relationships between the coordinates of corresponding image conics//*Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition*. Barcelona, Spain, 2000: 550-554
- [22] Long Quan. Conic reconstruction and correspondence from two views. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(2): 151-160
- [23] Wu Fu-Chao, Hu Zhan-Yi. Determining camera pose from corresponding conics. *Chinese Journal of Computers*, 2002, 25(11): 1157-1164(in Chinese)
(吴福朝,胡占义.由二次曲线确定摄像机方位的线性算法. *计算机学报*, 2002, 25(11): 1157-1164)
- [24] Ponce J et al. Invariant properties of straight homogeneous generalized cylinders and their contours. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(9): 1117-1120
- [25] Yang Zhong-Gen, Luan Xiao-Ming, Hu Hui. Ellipse extraction using geometric properties. *Journal of Harbin Engineering University*, 1997, 18(5): 70-77(in Chinese)
(杨忠根,栾晓明,胡辉.利用极点一极弦性质提取椭圆. *哈尔滨工程大学学报*, 1997, 18(5): 70-77)
- [26] Abdel-Aziz Y, Karara H. Direct linear transformation from comparator to object space coordinates in close-range photogrammetry//*Proceedings of the ASP Symposium Close-Range Photogrammetry*. Urbana, Illinois, 1971: 1-18



WANG Ting, born in 1978, Ph. D. , assistant researcher. His research interests include computer vision, image processing and robot navigation.

WANG Yue-Chao, born in 1961, Ph.D. , professor, Ph.D. supervisor. His research interests include robot control, robot navigation and computer vision.

YAO Chen, born in 1963, associate professor. His research interests focus on robot control.

Background

The paper is based on the National High Technology Research and Development Program (863 Program) Project "Pivotal Techniques of Bomb Disposal Robot". The project aims to solve the problem of determining pose of cooperative target with single camera when guiding robot arm to grasp

the object. Since the pose of the end of robot arm needs to be detected in real time and it takes on body of revolution, the design of a novel cooperative target based on curve is provided in this paper as well as the corresponding determination method and experiment result.