

# 基于双向耦合扩散的保持特征的边缘锐化和图像增强

付树军<sup>1),2)</sup> 阮秋琦<sup>2)</sup> 穆成坡<sup>3)</sup> 王文洽<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)

<sup>2)</sup>(北京交通大学信息科学研究所 北京 100044)

<sup>3)</sup>(北京理工大学宇航科学技术学院 北京 100081)

**摘 要** 在过去的十几年中,偏微分方程在图像增强中得到了越来越多的研究和应用. 该文提出了一个保持特征的双向耦合扩散框架. 这个框架沿着等照度线(边缘)的梯度方向,利用柔和的边缘判定实施反向扩散以锐化边缘;而相反地沿切线方向实施正向扩散以去除噪声和锯齿伪像. 为了消除这两个相反的扩散力彼此之间的冲突,将算法分裂为一种耦合的格式,而且为了保持图像特征,利用图像的局部微分几何特征调整非线性扩散系数. 实验结果显示,文中算法可以显著地提高被增强图像的视觉质量.

**关键词** 图像增强;边缘锐化;双向扩散;各向异性扩散;冲击滤波器;反向扩散;微分几何  
中图法分类号 TP391

## Feature Preserving Coupled Bidirectional Flow for Edge Sharpening and Image Enhancement

FU Shu-Jun<sup>1),2)</sup> RUAN Qiu-Qi<sup>2)</sup> MU Cheng-Po<sup>3)</sup> WANG Wen-Qia<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100)

<sup>2)</sup>(Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

<sup>3)</sup>(School of Aerospace Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

**Abstract** In the past decade there has been a growing amount of research concerning partial differential equations in image enhancement. In this paper, a feature preserving coupled bidirectional flow is presented, where an inverse diffusion with a soft edge decision is performed to sharpen edges along the normal directions to the isophote lines (edges), while a normal diffusion is done to remove noise and artifacts (jaggies) along the tangent directions on the contrary. The two converse diffusion forces are split into a coupled form to stop the cancellation between each other. To preserve image features, the nonlinear diffusion coefficients are adjusted according to the local differential geometry of image. Experimental results demonstrate that the algorithm substantially improves the subjective quality of the enhanced images.

**Keywords** image enhancement; edge sharpening; bidirectional diffusion; anisotropic diffusion; shock filter; inverse flow; differential geometry

收稿日期:2005-05-28;最终修改稿收到日期:2007-12-27. 本课题得到山东省自然科学基金(Y2006G08)、中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室开放课题基金(2006-08)、北京交通大学专项研究基金(48109)、山东大学数学与系统科学学院面上科研基金(306002)资助. 付树军,男,1968年生,博士研究生,副教授,主要研究方向为图像处理、偏微分方程、小波分析. E-mail: shujunfu@163.com. 阮秋琦,男,1944年生,教授,博士生导师,主要研究领域为图像处理、视频编码、计算机视觉、虚拟现实. 穆成坡,男,1964年生,副研究员,研究方向为人工智能、信息感知与信息对抗. 王文洽,男,1950年生,教授,博士生导师,主要研究领域为偏微分方程数值解、油水资源数值方法.

## 1 引言

一幅图像的主要信息存在于它的边缘、细节和纹理等特征中. 图像特征不但对于增强图像的视觉质量来说意义重大, 而且对于图像分割、图像识别和图像理解等图像后续处理任务来说, 也是非常重要的. 其中, 将图像中的不同目标分割开来的边缘是图像的最普遍和最重要的特征之一. 然而, 在不同成像条件下, 通过不同的成像设备获取的图像的边缘并不总是锐利的: 当穿过边缘的图像灰度差太小时, 图像看起来不清晰; 而当边缘太宽时, 图像看起来模糊.

图像增强和锐化是图像处理中的一个经典的问题. 在过去已经提出了很多不同的方法<sup>[1]</sup>. 一类方法是点操作运算. 图像灰度级变换通过某种方式改变图像每一个像素的灰度值以达到增强图像的目的. 另一种常见的方法是图像直方图修整, 它根据图像原始的直方图, 将每一个灰度级映射为一个新的值. 对于没有有效地充分利用灰度级范围的图像来说, 这个方法产生了较好的结果. 另一类方法是邻域运算. 微分方法利用微分算子检测图像边缘, 然后调整边缘像素的灰度值来增强边缘和轮廓, 而与同质区域形成对比. 另一种简单的广泛采用的方法是图像滤波. 这时可以采用锐化模板实施空间滤波. 这种方法的基本原理是提高图像边缘的对比度: 提高边缘的明亮一侧的像素的灰度值, 而降低黑暗一侧的灰度值, 然而跨过边缘两侧容易产生过冲. 一个常用的滤波器是钝化模板滤波. 它把原始图像的一个高通滤波版本加到原始图像上去. 图像滤波更加经常地在频域实施. 由于边缘包含主要的高频分量, 如果在图像的变换版本上增加高频分量的能量, 就能够达到增强边缘的目的.

然而, 经典的图像对比增强的点操作算法存在同等地处理所有图像区域的缺点, 而且它们并不适应于所有图像. 图像滤波, 特别是基于小波变换<sup>[2]</sup>的多尺度方法, 如果适当地选择分解的尺度层数和设计变换系数, 效果会比较好; 否则, 重建图像会丢失原始图像的一些空间特征, 而且振铃效应会出现. 同时, 这些方法的另一个主要缺点是在增强图像的同时, 也增强了图像噪声. 更重要的是, 传统的图像锐化方法主要是增加跨过边缘的灰度差别, 而边缘的宽度保持不变. 对于增强宽度狭小的和对比度低的边缘, 这是有效的; 而对于宽度大的和模糊的边缘,

只增加它们的对比度带来了非常有限的效果.

在过去的十几年中, 偏微分方程方法在图像处理中的应用得到了很大的发展<sup>[3-11]</sup>. 这个技术综合利用了偏微分方程、微分几何、矢量分析与场论、计算流体力学、有界变分空间 (bounded variation space) 和粘性解 (viscosity solutions) 理论等现代数学工具. 它的基本思想是在一个偏微分方程模型中进化一幅图像、一条曲线或一个曲面, 通过数值求解这个偏微分方程得到期望的结果. 实质上, 通过有效的数值离散之后, 偏微分方程便转化为一种非线性局部迭代滤波器.

图像增强和锐化的关键是在去除图像噪声和锐化图像边缘的同时, 保持并增强图像的重要特征. 因此, 图像增强由两个步骤组成: 特征检测和针对不同特征而采取相应策略的图像增强和锐化. 本文利用微分几何技术, 将图像的局部结构和特征划分为平坦区域, 边缘区域, 角点、铰接点和线条等细节以及纹理区域. 为此, 提出了一个自适应的保持特征的双向耦合扩散框架. 这个框架沿着等照度线 (边缘) 的梯度方向, 利用二阶法向导数判定边缘, 并实施反向扩散以锐化边缘; 而相反地沿切线方向实施正向扩散以去除噪声和锯齿伪像. 为了消除这两个相反的扩散力彼此之间的冲突, 将算法分裂为一种耦合的格式, 而且为了保持图像特征, 利用图像的局部微分几何性质调整非线性扩散系数.

在第 2 节, 首先分析一维典型斜坡边缘的微分性质, 并解释边缘锐化的原理; 然后讨论图像的局部微分结构; 接着介绍应用于图像增强的一些微分方程: 各向异性扩散方程和冲击滤波器方程. 在统一了各向异性扩散方程和冲击滤波器方程之后, 提出了一个保持图像特征的双向扩散 (BiDirectional Flow, BDF) 框架, 并讨论非线性扩散系数的选取. 在第 3 节, 提出数值实现的双向耦合扩散 (Coupled BiDirectional Flow, CBDF) 格式, 并用于实际图像的实验. 在第 4 节, 给出最后的结论.

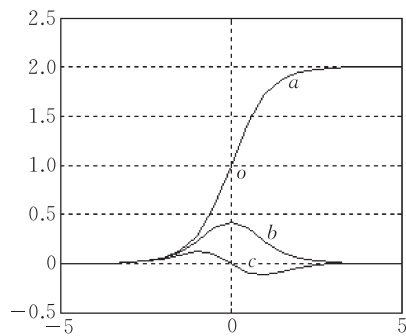
## 2 双向扩散框架

### 2.1 边缘的微分与边缘锐化

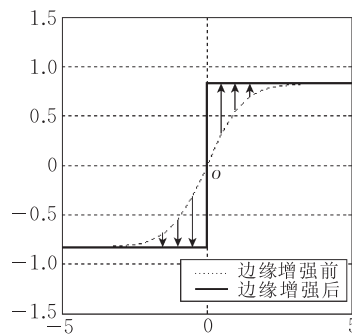
首先分析典型的斜坡边缘的微分性质. 在图 1 中,  $a$  是一个斜坡边缘,  $o$  是它的中心,  $b$  和  $c$  分别是它的一阶和二阶微分曲线. 注意到曲线  $b$  在数值上从 0 逐渐上升, 在  $o$  点达到它的最大值, 然后下降到 0; 而曲线  $c$  在  $o$  点改变符号, 从正值变为负值. 因

此,我们在边缘中心点  $o$  的两侧控制它的灰度值的变化.更确切地说,在边缘中心点  $o$  的左侧(这时边缘像素的二阶微分是正的),减小像素的灰度值,而

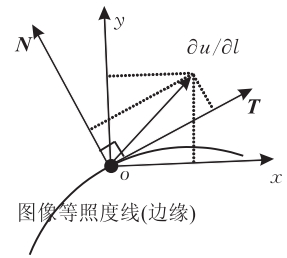
在边缘中心点  $o$  的右侧(这时边缘像素的二阶微分是负的),增加像素的灰度值,由此就能减小边缘的宽度而锐化边缘(参见图 1(a)和(b)).



(a) 典型斜坡边缘  $a$  的微分: 中心  $o$ ,  $b$  和  $c$  分别为一阶和二阶微分曲线



(b) 边缘锐化处理



(c) 局部坐标系和方向导数  $\partial u / \partial l$  的分解

图 1

## 2.2 图像的局部微分结构

考虑图像为一个在二维矩形域  $\Omega$  上的实函数  $u(x, y)$ , 图像边缘为函数值等于常数的等照度线(水平线). 图像的梯度是一个矢量,  $\mathbf{u}_N = \nabla u = (u_x, u_y)$ . 如果  $\nabla u \neq 0$ , 则可以在一点  $o$  定义局部坐标系(如图 1(c)所示):

$$\mathbf{N} = \nabla u / |\nabla u| \text{ 和 } \mathbf{T} = \nabla u^\perp / |\nabla u^\perp|,$$

其中,  $\nabla u^\perp = (-u_y, u_x)$ . 定义图像函数  $u(x, y)$  的 Hessian 矩阵:

$$\mathbf{H}_u = \begin{pmatrix} u_{xx} & u_{xy} \\ u_{xy} & u_{yy} \end{pmatrix},$$

对于两个矢量  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$ , 记  $\mathbf{H}_u(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{X}^T \mathbf{H}_u \mathbf{Y}$ . 由此, 得到关于  $\mathbf{N}$  和  $\mathbf{T}$  的二阶方向导数:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{NN} &= \mathbf{H}_u(\mathbf{N}, \mathbf{N}) \\ &= (u_{xx}^2 u_{xx} + u_{yy}^2 u_{yy} + 2u_{xy} u_{xy}) / |\nabla u|^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{TT} &= \mathbf{H}_u(\mathbf{T}, \mathbf{T}) \\ &= (u_{xx}^2 u_{yy} + u_{yy}^2 u_{xx} - 2u_{xy} u_{xy}) / |\nabla u|^2. \end{aligned}$$

通过计算, 图像函数在一点  $o$  的水平线曲率为

$$\begin{aligned} k &= \text{div}(\mathbf{N}) = \mathbf{u}_{TT} / |\nabla u| \\ &= (u_{xx}^2 u_{yy} + u_{yy}^2 u_{xx} - 2u_{xy} u_{xy}) / |\nabla u|^{\frac{3}{2}}, \end{aligned}$$

其中  $\text{div}$  为散度算子.

## 2.3 各向异性扩散和冲击滤波器

1990 年, Perona 和 Malik 在线性尺度空间理论的基础上, 提出了非线性各向异性扩散(Anisotropic Diffusion, AD)滤波器<sup>[8]</sup>, 应用于图像去噪、增强和边缘锐化. 图像函数  $u(x, y, t): \Omega \times [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  的灰度值按照以下方程扩散:

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla u(x, y, t)|) \nabla u(x, y, t)) \quad (1)$$

其中标量扩散系数  $g(|\nabla u|)$  被选择为一个非增函数, 控制扩散方程的行为. 通过展开散度项, 方程(1)可以表示为梯度方向( $\mathbf{N}$ )上的二阶导数项和与它正交的切线方向( $\mathbf{T}$ )上的二阶导数项的加权和:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= (g'(|\nabla u|) |\nabla u| + g(|\nabla u|)) \mathbf{u}_{NN} + \\ &\quad (g(|\nabla u|)) \mathbf{u}_{TT} \end{aligned} \quad (2)$$

不同于扩散型的非线性抛物型方程, Osher 和 Rudin<sup>[9]</sup>基于 2.1 节的边缘锐化思想, 提出了一种叫作冲击滤波器(Shock Filter, SF)的双曲型方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{sign}(\mathbf{u}_{NN}) |\nabla u| \quad (3)$$

一个对于噪声更加稳定的方法是在上述方程中增加扩散项, 而在冲击项和扩散项之间自适应地选择平衡系数. Alvarez 和 Mazorra 将冲击项和扩散项结合起来<sup>[10]</sup>, 提出了下列形式的方程(Anisotropic Diffusion with Shock Filter, ADSF):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{sign}(G_\sigma \times \mathbf{u}_{NN}) \text{sign}(G_\sigma \times \mathbf{u}_N) |\nabla u| + c \mathbf{u}_{TT} \quad (4)$$

这里,  $G_\sigma$  是一个标准差为  $\sigma$  的高斯函数,  $c$  是一个正的常数.

## 2.4 双向扩散和扩散参数的选择

利用符号函数  $\text{sign}(s)$  的性质, 有下面的表达式:

$$\text{sign}(s) = s / |s|, \quad s \neq 0 \quad (5)$$

我们提出一个统一的双向扩散(BiDirectional Flow, BDF)方程, 它包含了方程(1)~(4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \alpha(-c_N(u, \nabla u, \mathbf{H}_u) \mathbf{u}_{NN}) + \\ &\quad \beta(c_T(u, \nabla u, \mathbf{H}_u) \mathbf{u}_{TT}) \end{aligned} \quad (6)$$

这里  $\alpha, \beta$  是反向和正向扩散控制系数,  $c_N(\cdot), c_T(\cdot)$  是带有参数的扩散系数, 这些系数需要适当地设计以保持图像的特征, 例如边缘、角点和细节. 总之, 需要两个相反的扩散力同时作用于图像: 一个力是反向力, 沿着方向  $\mathbf{N}$  锐化边缘; 另一个力是正向力, 沿着方向  $\mathbf{T}$  抑制人工锯齿、振荡和噪声以平滑轮廓.

一幅图像包含边缘、细节、纹理和平坦区域等不同的特征. 在图像处理任务中, 这些特征需要不同地对待, 以获得好的实际效果. 在本文中, 对于分割不同目标的边缘, 在边缘的梯度方向, 利用二阶法向导数判定边缘, 并实施反向扩散以锐化边缘; 而相反地沿切线方向实施正向扩散以去除噪声和锯齿伪像. 对于细节和纹理, 利用双曲正切函数  $\text{th}(s)$  来代替符号函数  $\text{sign}(s)$ , 在边缘中心两侧柔和地控制图像的灰度值变化, 消除虚假的分片常数区域的出现. 对于平坦区域, 实施各向同性的扩散. 这里, 我们选取原始图像梯度的高斯平滑版本  $(u_G^0)_N = G_\sigma \times \nabla u^0$ ,  $u^0$  是原始图像, 进行图像不同特征的分类.

下面讨论扩散参数的选择. Morse 提出了一种利用水平集重建 (Level-Set Reconstruction, LSR) 的图像增强算法<sup>[11]</sup>, 它实施对于水平集曲线的平滑, 产生了视觉上引人注目的图像结果. 然而, 它同时平滑掉了角点和小的细节, 这是应该避免的. 由于沿着切线方向, 图像函数的曲率在角点达到局部最大值, 因此我们把曲率信息加入到  $c_T$  以阻止对于角点的过度平滑.

基于上述考虑, 提出以下的双向扩散方程:

$$\begin{cases} u_G = G_\sigma * u \\ \frac{\partial u}{\partial t} = c_N \mathbf{u}_{NN} + c_T \mathbf{u}_{TT} - \omega_N \text{sign}((u_G)_{NN}) |\nabla u| \end{cases} \quad (7)$$

其中, 方程的扩散系数选取如表 1 所示.

表 1 扩散系数选取范围

	$c_N$	$c_T$	$\omega_N$
$ (u_G^0)_N  > T_1$	0	$1/(1+l_1 k^2)$	1
$T_2 <  (u_G^0)_N  \leq T_1$	0	$1/(1+l_1 k^2)$	$ \text{th}(l_2 \mathbf{u}_{NN}) $
其它	1	1	0

注: 这里,  $T_1, T_2$  是阈值,  $l_1, l_2$  是常数,  $k$  是图像水平线曲率.

3 数值实现和实验结果

3.1 双向耦合扩散

由于上述模型方程(7)中包含有反向扩散项, 在数值离散计算时, 这是不稳定的. 因此, 我们对正向扩散项采用中心差分格式, 而对反向扩散项, 利用计算流体力学中的通量限制技术实现数值计算<sup>[9, 12]</sup>. 同时, 当迭代地实现方程(7)时, 发现在一个方程中后向力和前向力会相互抵消. 因此, 将方程(7)分裂为两个方程, 提出以下随时间迭代的双向耦合扩散 (Coupled BiDirectional Flow, CBDF) 格式:

$$\begin{cases} v^0 = u^0, \quad u_G = G_\sigma * u \\ v^{n+1} = u^n + \Delta t (-\omega(v_{NN}^n) \text{sign}((u_G)_{NN}) |\nabla u|) \\ u^{n+1} = v^{n+1} + \Delta t (c_N v_{NN}^{n+1} + c_T v_{TT}^{n+1}) \end{cases} \quad (8)$$

带有诺曼边界条件. 这里  $u^0$  是原始图像,  $\Delta t$  是时间步长. 迭代计算图像序列  $u^0 \rightarrow v^0 \rightarrow v^1 \rightarrow u^1 \rightarrow v^2 \rightarrow u^2 \rightarrow \dots$ , 最终得到被增强的图像.

在每个关于时间的迭代步骤中, 为了减少计算时间, 对于满足  $|(u_G^0)_N| < T_1$  的图像像素点, 其灰度值可以直接用  $u_G^0$ , 而不是  $\mathbf{u}_{NN} + \mathbf{u}_{TT}$  进行更新. 对于图像水平线曲率  $k$ , 利用文献[13]提供的方法计算.

3.2 实验结果

这里选取仿真图像、辣椒 (Peppers) 图像和摄影师 (Cameraman) 图像进行图像增强实验 (如图 2 所示), 模型参数选取为使得每种方法的增强效果最好.



图 2 实验图像

仿真图像实验. 在图 3 中, (a) 是加高斯噪声的模糊图像, (b) 是高斯卷积的处理结果, (c) 是在本文

算法中, 选取  $(u_G)_{NN} = (u_G^0)_{NN}$ ,  $c_T = 1$  的图像处理结果, (d) 是本文算法的图像处理结果. 可以看出: 虽

然高斯卷积处理可以有效地去除噪声,它对于图像的模糊也是不可避免的: 图像的边、细节和纹理被逐渐地平滑掉了;在图像的进化过程中,由于噪声的影响,利用初始图像的二阶法向导数的平滑版本  $(u_G^0)_{NN}$  进行边缘的中心点(拐点)估计,使得边缘估计出现偏离,轮廓变得不光滑;对于角点、铰接点和

线条等细节不采取保护措施,而选择系数  $c_T=1$ ,使得这些细节被平滑掉了;利用本文提出的 CBDF 方法增强图像得到了最好的视觉效果: 图像(d)保持了图像的重要的几何特征,产生了令人满意的锐利的边缘和平滑的轮廓.

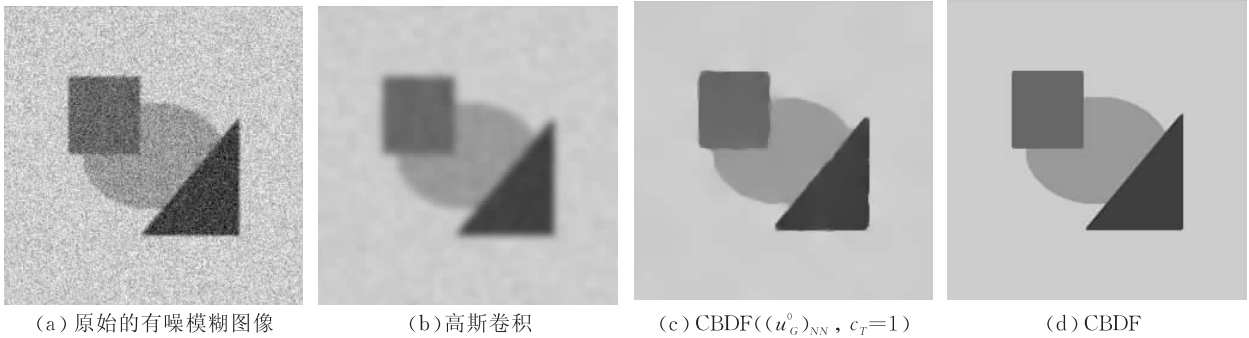


图 3 仿真图像的边缘锐化和增强

辣椒图像实验. 为了清楚地比较不同方法的效果和优劣,采用实验结果的局部放大图像. 在图 4 中,(a)是原始的模糊图像,(b)和(c)分别是利用 AD 和 ADSF 两种方法处理得到的结果;(d)~(f)分别是利用将  $\text{sign}(s)$  替换为  $\text{th}(s)$  的方程(3),(4)和 CBDF 三种方法处理得到的结果. 可以看出,虽然 AD 方法能够较好地去除图像噪声,但是由于它本身带有的不适当的扩散系数,它的边缘锐化能力不是很强;在图 4(b)中边缘仍然是模糊的. 同时,因为它的扩散系数不具有保持图像特征的机制,重要

的图像特征,例如细节、角点和纹理被平滑掉了. 虽然图 4(c)产生了锐利的边缘,但是由于不同图像区域之间存在不连续的过渡,它看起来是不自然的,是一个虚假的分片常数图像. 图 4(d)和(e)的结果相对好一些,但是图 4(d)的轮廓不是很平滑,而图 4(e)的边缘不是很锐利,一些细节丢失了. 最后,利用本文提出的 CBDF 方法增强图像得到了最好的视觉效果: 图像(f)保持了图像的大多数特征,不同图像区域之间过渡自然,边缘锐利而轮廓平滑.

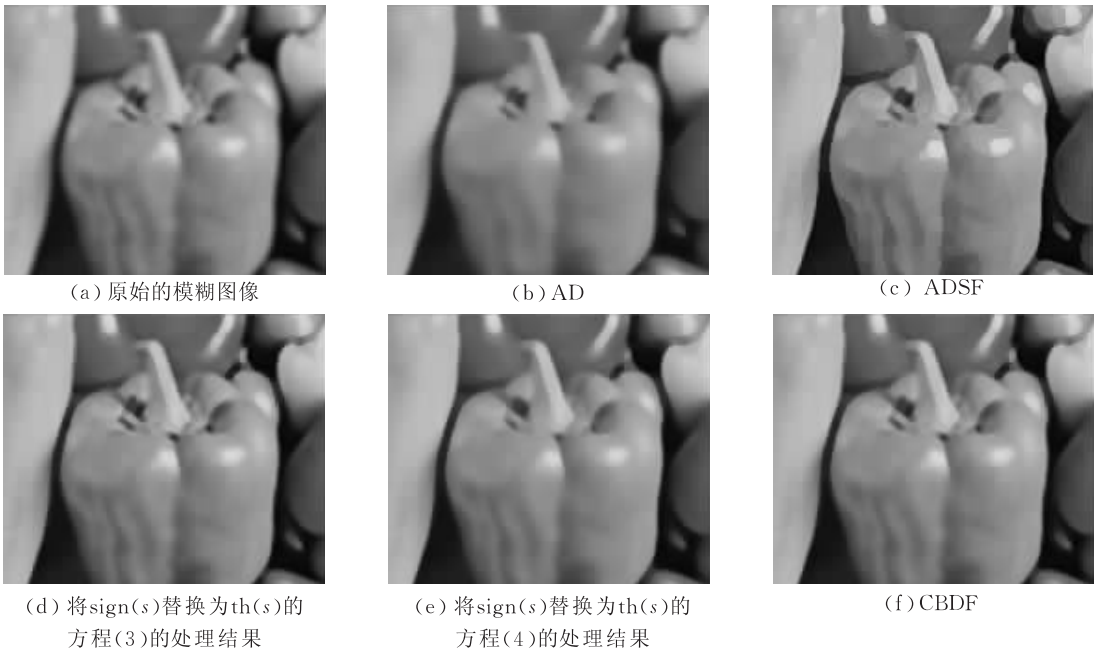


图 4 辣椒图像的边缘锐化和增强(局部放大图像)



摄影师图像实验. (a)是原始的有噪模糊图像, (b)~(f)分别是利用高斯平滑, AD, ADSF, BDF 和 CBDF 几种方法处理得到的结果. 可以看出, 在有噪声的情况下, 前 3 种方法的图像处理效果与前面的实验比较是类似的. 而对于 BDF 和 CBDF 两种方法来说, 它们在平坦的区域能够较好地去噪, 同时边缘

锐化能力同 ADSF 一样优异, 而且利用双曲正切函数控制图像的扩散处理, 在不同图像区域之间产生了自然的过渡. 不同的是, CBDF 利用分裂格式产生了更加尖锐的边缘. 总之, 利用本文提出的 CBDF 方法增强图像得到了最好的视觉效果.



(a) 原始的有噪模糊图像



(b) 高斯平滑



(c) AD



(d) ADSF



(e) BDF



(f) CBDF

图 5 摄影师图像的去噪和边缘锐化

## 4 结 论

图像增强和锐化的关键是在去除图像噪声和锐化图像边缘的同时, 保持并增强图像的重要特征. 图像增强由两个步骤组成: 特征检测和针对不同特征而采取相应策略的图像增强和锐化. 本文提出了一种边缘锐化和图像增强的保持图像特征的双向耦合扩散方法. 利用图像局部的不同微分几何特征, 构造自适应的非线性扩散系数, 使得这个方法不但能够有效地锐化边缘, 而且能够平滑图像轮廓. 由于保持了图像特征, 例如边缘、角点等细节以及在不同图像区域之间过渡自然的图像纹理, 同其它相关的偏微分方程模型相比, 本文方法产生了更加令人满意的视觉结果.

## 参 考 文 献

- [1] Gonzalez R C, Woods R E. Digital Image Processing. 2nd Edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004
- [2] Chen Wu-Fan et al. Wavelet Analysis and Its Applications in Image Processing. Beijing: Science Press, 2002(in Chinese) (陈武凡等. 小波分析及其在图像处理中的应用. 北京: 科学出版社, 2002)
- [3] Aubert G, Kornprobst P. Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations, Volume 147 of Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag, 2001
- [4] Nitzberg M, Shiota T. Nonlinear image filtering with edge and corner enhancement. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(8): 826-833

- [5] Biswas S, Pal N R, Pal S K. Smoothing of digital images using the concept of diffusion process. *Pattern Recognition*, 1996, 29(3): 497-510
- [6] You Y L, Xu W, Tannenbaum A, Kaveh M. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(11): 1539-1553
- [7] Haralick R M. Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, 6(1): 58-68
- [8] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629-639
- [9] Osher S J, Rudin L I. Feature-oriented image enhancement using shock filters. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1990, 27(4): 919-940
- [10] Alvarez L, Mazorra L. Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1994, 31(2): 590-605
- [11] Morse B S, Schwartzwald D. Image magnification using level-set reconstruction//*Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Hawaii, USA, 2001, 1: 333-340
- [12] Liu Ru-Xun, Shu Qi-Wang. *Some New Methods in Computing Fluid Dynamics*. Beijing: Science Press, 2004 (in Chinese)  
(刘儒勋, 舒其望. 计算流体力学的若干新方法. 北京: 科学出版社, 2004)
- [13] Lucido L, Deriche R, Alvarez L, Rigaud V. Sur quelques schémas numériques de résolution d'équations aux dérivées partielles pour le traitement d'images. *INRIA, France: Rapport de Recherche 3192*, 1997



**FU Shu-Jun**, born in 1968, Ph. D. candidate, associate professor. His research interests include image processing, partial differential equations, wavelet analysis.

**RUAN Qiu-Qi**, born in 1944, professor, Ph. D. supervisor. His research interests include image processing, video

coding, computer vision, virtual reality.

**MU Cheng-Po**, born in 1964, associate professor. His research interests include artificial intelligence, information perception and information warfare.

**WANG Wen-Qia**, born in 1950, professor, Ph. D. supervisor. His research interests include numerical solution for partial differential equations, numerical method for resources of oil and water.

## Background

Image enhancement and sharpening are important operations in image processing and computer vision. Main information of an image resides in such features as its edges, local details and textures. Image features are not only very important to the visual quality of the image, but also are significant to image post processing tasks, for example, image segmentation, image recognition and image comprehension, etc. Therefore, it is crucial to preserve and even enhance image features when one removes image noise and sharpens edges at the same time. Taking above into account, the authors think that image enhancement is composed of two steps: Features detection and the processing by corresponding tactic according to different features.

In the past decades there has been a growing amount of research concerning partial differential equations (PDEs) in image enhancement. The PDEs based image processing techniques use synthetically such modern mathematical tools as partial differential equations, differential geometry, vector analysis and field theory, computational fluid dynamics, bounded variation space and the theory of viscosity solutions. Its basic idea is to evolve an image, a curve or a surface in a PDE model, and then to obtain the desired results by solving

the PDE numerically. Virtually, after having been effectively discretized numerically, the partial differential equation is just transformed into a nonlinear local iterative filter.

In this paper, incorporating anisotropic diffusion with shock filter, the authors present a geometry-driven nonlinear coupled bidirectional flow equation to remove image noise, and to sharpen edges by reducing their width simultaneously.

This work was supported by the Natural Science Fund of Shandong Province, P. R. China (No. Y2006G08); the Researcher Fund for the Special Project of Beijing Jiaotong University, P. R. China (No. 48109); the Open Project of the National Laboratory of Pattern Recognition at the Institute of Automation of the Chinese Academy of Sciences, P. R. China; the General Program Project of School of Mathematics and System Sciences of Shandong University, P. R. China (No. 306002).

The authors have finished a lot of researches on nonlinear bidirectional flow equation in image processing. This work is another important effort among the projects. It will produce great influence in aspect of theory and arithmetic in the field.