

# 基于圆形参数域和重要性采样的三维模型网格重建

付 妍 朱晓明 周秉锋

(北京大学计算机科学技术研究所 北京 100871)

**摘 要** 给出了一个基于参数化和重要性采样的网格重建算法. 算法搜索一条切线将三维模型表面切分成一片碟形表面, 并将其参数化到二维单位圆中. 根据模型的曲率信息和参数化的扭曲度生成一张控制图. 利用蓝噪声采样算法对用控制图调制后的采样密度采样得到离散采样点. 通过对采样点进行平面三角化并将其映射回三维空间实现了三维网格重建. 实验证明, 该方法有效地改善了参数化的扭曲度, 并能得到具有自适应性的高度规则网格.

**关键词** 网格重建; 重要性采样; 网格参数化

**中图法分类号** TP391

## 3D Model Remeshing Using Circular Parameter Domain and Importance Sampling

FU Yan ZHU Xiao-Ming ZHOU Bing-Feng

(Institute of Computer Science and Technology, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** A 3D model remeshing algorithm based on circular parameter domain and importance sampling is proposed in this paper. The algorithm automatically searches a cut path to cut the model into a disk-like surface and then parameterizes it into a circular domain. Based on the curvature of the mesh and the stretch introduced by the parameterization, a control map is defined to control the sampling distribution. The control map is then sampled by a hierarchical blue noise important sampling. The generated sample points are triangulated and mapped to 3D space. As a result, we obtain a high-quality adaptive mesh whose vertex distribution is determined by the density of the control map.

**Keywords** remeshing; importance sampling; mesh parameterization

## 1 引 言

三角网格是计算机图形学中用来表示三维模型的一种重要方式. 网格重建(remeshing)通过调整顶点的分布、顶点的连通度和三角形的大小等因素来改善模型质量, 对网格的后续有效处理有着重要的意义<sup>[1]</sup>. 它在几何建模和计算机视觉等很多领域都起着非常重要的作用, 例如网格的生成和编辑、网格的变形和简化、去噪声、压缩等等.

对于一个三维模型  $M$ , 通过网格重建可以得到一个类似于原始模型的新模型  $M'$ , 而且  $M'$  能满足给定的质量要求. 对于不同的应用, 网格重建的需求不同, 质量的好坏衡量尺度涉及顶点分布、光滑度、规则性(regularity)、规模、三角形的形状等几个方面. 在一些涉及到数值运算的工程领域应用中, 例如有有限元分析<sup>[2]</sup>, 通常对网格的规则性有较高的要求, 包括顶点连通度的规则性和三角形形状的规则性. 一个高质量的网格在数值运算中能减小误差, 并且节约运算时间. 而在计算机图形学的动画等领域, 则

比较关注如何在网格的质量与运行速度之间取得一个比较好的平衡,以获得实时而真实的效果,这要求在网格重建过程中能够用尽量少的顶点精确地表示模型。

为了提高网格的规则性, Lee<sup>[3]</sup> 等人、Eck<sup>[4]</sup> 等人和 Guskov<sup>[5]</sup> 等人都通过先将网格划分成若干面片并建立各面片的参数化, 然后对参数化后的区域分别进行规则采样来实现网格重建。由于各个参数域的映射函数不同, 对各个参数域进行统一的均匀采样后, 重建得到的新网格在各子面片上的分布并不均匀, 且子面片连接处的顶点也不规则。Gu<sup>[6]</sup> 等人提出了几何图像(geometry images)的概念, 通过几何图像可以直接重建出完全规则的新网格。

上述这些算法通过参数化加快了网格重建的速度。但由于此过程中涉及三维模型到二维平面的参数化, 必然会引入一定的误差, 而且这些算法都是利用规则的细分网格对参数域进行规则采样, 它们的共同缺点在于: 如果采样分辨率不够, 被扭曲的区域会因采样点过少而导致细节丢失, 在网格重建时, 为了保持原始模型中某个局部特征, 可能需要将整个参数域规则细分到一个很精细的程度, 这将导致模型顶点规模的扩大, 而其中很多顶点是冗余的。在很多实际应用中, 受硬件的容量和处理速度的限制, 模型应用尽量少的顶点来表示, 但模型的质量不应受影响。适应性网格重建(adaptive remeshing)<sup>[7]</sup> 通过对顶点分布进行有效的控制, 使得模型平滑的部分的顶点密度较低而模型细节部分的顶点密度较高。

Turk 首先提出了可以控制顶点分布的网格重建算法——网格重铺砌算法<sup>[8]</sup>。该算法基于模型曲率信息来控制顶点的分布, 通过一个全局松弛的算法在原始网格上扩散顶点直到收敛, 它的缺点是运行效率比较低。Frey<sup>[9]</sup>, Rassineux<sup>[10]</sup>, Surazhsky<sup>[11]</sup> 等人提出的 3D 网格重建方法主要是通过顶点插入和移除技术以及边塌陷和边分裂操作等局部操作来控制采样率, 并不断地进行松弛来调整顶点分布以达到适应性重建的目的, 也同样具备运行效率低的缺点。Alliez 等人提出的交互网格重建算法<sup>[12]</sup> 将三维网格划分成拓扑结构与圆盘相同的一些子面片, 将其参数化到二维平面上, 每个子面片可以用若干幅与模型本身的性质相关的离散几何映射图(geometry maps)来完全表示。然后依据各控制图定义的密度, 用误差扩散方法<sup>[13]</sup> 对几何映射图进行采样来决定三维表面的顶点分布。由于误差扩散法只适用于具有固定分辨率的矩形图像, 因此在此过程中依然

无法避免对参数域进行规则离散采样, 对细节较丰富的模型, 离散几何映射图将耗费大量内存。此外, 多个子面片的缝合过程也是一个比较复杂的过程。

通过浓度图来控制顶点分布类似于图形学中的重要性采样技术<sup>[13]</sup>。近年来, Ostromoukhov 等人提出的基于 Penrose 铺砌(tiling)的重要性采样方法<sup>[14]</sup> 可以适用于连续空间, 而且 Gu<sup>[6]</sup> 等人提出了一个将模型全局参数化到平面域的方法。基于这些技术, 本文提出了一个具有适应性的网格重建算法。算法利用全局参数化将三角网格表面映射到参数域, 在 2D 参数域上用重要性采样技术来控制顶点的数量和分布, 然后再进行网格重建得到新网格。实验证明, 这是一种快速而有效的方法。

## 2 网格重建算法

### 2.1 算法概述

本文的算法利用参数化的扭曲度量自动地引导任意模型的切割和参数化, 以降低参数化带来的扭曲。模型最终将被切开成一个完整的面片, 从而减少复杂的缝合过程。为了控制顶点分布, 采样密度由参数化后各个三角形的扭曲率和各顶点的曲率共同决定, 并利用 Ostromoukhov 等人提出的基于 Penrose 铺砌的重要性采样方法对参数域进行顶点采样, 最后通过一个简单的网格重构和优化过程得到一个适应性强且高度规则的新网格。

### 2.2 网格参数化

在诸如纹理映射、3D 绘图和网格压缩等很多应用领域, 都涉及将三维模型表面参数化到二维平面的过程。一个任意亏格的闭合模型不能被参数化到平面上, 因此通常需要先将其原始三维表面分割成拓扑结构与圆盘相同的若干面片, 然后再建立面片与二维参数域之间的映射。在网格分割方面, 研究者已经提出了很多方法<sup>[15]</sup>。将网格切分成完整的一片还是多个子片是不同应用中所考虑的主要因素之一。切开成多个子片在一定程度上能够减小参数化带来的扭曲, 但同时存在子片缝合问题, 而切成一片在缝合时候较简单, 扭曲程度主要依赖于模型切线的选择。本文的算法采用的是将模型展开成一个完整的面片的策略<sup>[6]</sup>。对于一个不可展平(undevlopable)的任意三角网格, 将三维网格参数化到二维平面时, 必然会引入扭曲, 参数化方法则总是试图将扭曲减到最小。本算法将在参数化扭曲度量的引导下自动搜索模型的切割线。

### 扭曲度量.

本算法采用的是 Sander 的扭曲度量方法<sup>[16]</sup>: 参数化相当于在参数化前后的三角形顶点之间建立仿射变换  $f: P \in \mathfrak{R}^3 \rightarrow p \in \mathfrak{R}^2$ , 仿射变换的雅可比矩阵的奇异值的几何意义可以解释为变换前后三角形在两个主方向上的拉伸程度, 因此可以用它来近似衡量变换引入的扭曲. 每个三角形  $T$  的几何拉伸的量度定义为

$$L^2(T) = \sqrt{(\gamma_{\max}^2 + \gamma_{\min}^2)/2} \quad (1)$$

其中,  $\gamma_{\max}$  和  $\gamma_{\min}$  为仿射变换矩阵的奇异值.

基于这个度量空间, 整体网格  $M$  的参数化扭曲度可以定义为

$$L^2(M) = \sqrt{\sum_{T_i \in M} (L^2(T_i))^2 A'(T_i) / \sum_{T_i \in M} A'(T_i)} \quad (2)$$

其中,  $A'(T_i)$  为三角形  $T_i$  在 3D 空间中的面积.

### 网格切割与圆形域参数化.

为了构造几何图像, Gu<sup>[6]</sup> 等人提出了一个算法, 它通过寻找一个切线边集  $\{C\}$  将模型转化成拓扑结构与圆盘相同的一个面片  $D$ . 由于几何图像必须是一个矩形图像, 因此它在切线优化过程中, 每次得到新切线后还需要将模型参数化到单位正方形参数域以计算几何拉伸. Gu 的方法在将切线参数化到

单位正方形上时, 存在着一条线段在遇到正方形的拐角点时需要添加新点将其分为两段的情况. 添加的新点可能会使原始模型出现原本不存在的狭长三角形(如图 1(a)、(b)所示), 从而将导致参数化的结果不理想, 且正方形边界附近的三角形扭曲也较大(图 1(c)). 除此之外, 在几何图像的生成算法中, 为了达到指定的采样率, 通常需要强制将切点(cut-node)放置在矩形域的栅格点上. 此过程中包含了许多数据舍入操作, 它将导致边界参数化后出现切点将摆放不下或剩余一大段没有切点摆放的情况. 这导致了在网格重建时同一切点被映射到不同的 3D 位置上, 如图 1(d)所示. 本文采用的重要性采样算法对参数域的边界没有特定的要求(如矩形), 因此可以任意地选择参数化域的边界来改善参数化. 在本文的方法中我们选择圆形参数域. 由于圆形在边界参数化的时候, 无需将切线切分为两段, 从而保证了模型连通性在参数化前后的一致, 同时简化了边界参数化的过程, 并能减小参数化到正方形域时在拐角处出现的扭曲. 本文采用的重要性采样算法是在实数空间内采样, 因此不需要像几何图像一样将参数化后的网格离散化. 在采样的时候将所有的切点加入采样点集中可保证最后重建的网格被很好地缝合上.

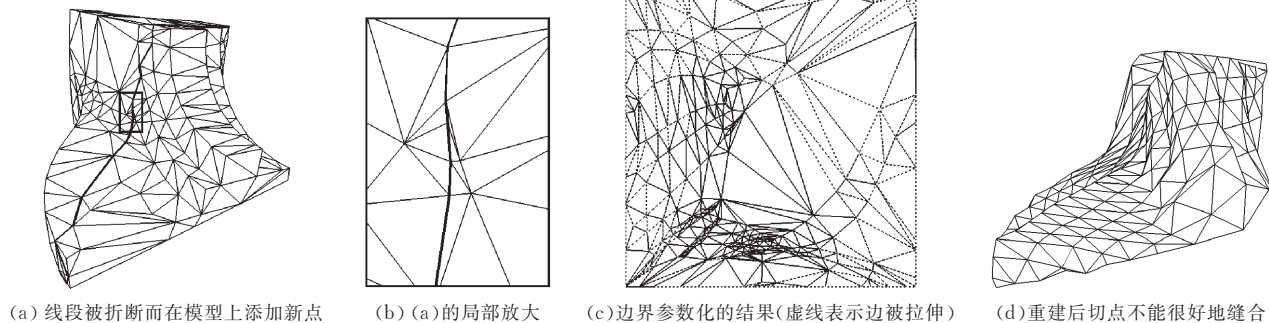


图 1 采用正方形作为参数域边界时存在的问题

同几何图像的生成算法<sup>[6]</sup>一样, 网格切割算法由寻找初始切线和切线优化两个过程组成, 并在此过程中得到模型的参数化. 模型的切割与参数化过程可以通过如下步骤实现:

1. 寻找模型初始切线  $\{C_{\text{initial}}\}$ , 初始扭曲度  $L_{\min}$  设置为无穷大;
2. 将切线按边长比例参数化到单位圆边界上;
3. 用均值(mean-value)参数化方法<sup>[17]</sup>将内部点参数化到单位圆内部;
4. 计算几何扭曲度  $L$ , 如果  $L < L_{\min}$ , 找出扭曲最大的三角形  $T_i$ , 将当前切线到  $T_i$  的最短距离(限定最短路径上的边必须为模型边)添加到切线  $\{C\}$  中得到新切线边集  $\{C_{\text{new}}\}$ ,

并更新  $L_{\min}$  的值, 回到步 2, 否则, 算法结束.

通过这种方法不断地对切线进行优化, 可使展开后模型几何扭曲达到最小值, 并最终将模型参数化到圆形参数域. 算法采用的均值参数化方法通过解一个线性方程组即可得到内部点在平面上的映射坐标, 与 Gu 采用的渐进点最优插入法相比速度快了很多, 而与 Floater 的保形(shape-preserving)参数化<sup>[18]</sup>相比能更好地保证参数化结果的合法性.

### 2.3 生成控制图

在本算法中, 控制图(control map)用来定义参数域中的采样点密度<sup>[12]</sup>. 对于一个不可直接展平的

模型,将模型参数化到 2D 参数域上必然会存在扭曲,并且各个三角形的扭曲程度不同.因此,如果直接在参数域上进行规则采样必然得不到网格表面规则的重采样.在采样的时候考虑面积扭曲率可以在一定程度上弥补各三角形扭曲程度的不同.另一方面,由于表面的曲率可以体现网格表面的光滑度信息,为了使得到的表面尽量光滑,我们希望顶点的分布具有自适应性,即在曲率低的地方分布的点尽量少些,而在曲率高的地方(细节的地方)顶点分布多些,因此在计算采样密度的时候也需要考虑顶点的曲率因素.在本算法中,网格顶点的曲率估计采用了文献[19]中的曲率估计方法.本算法采用了表面曲率图和面积扭曲图的组合来表示控制图,每个顶点  $v$  处的密度可以表示为

$$D(v) = \sqrt{\kappa_{\text{mean}}} \cdot \frac{A_{3D}}{A_{2D}} \quad (3)$$

其中,  $\kappa_{\text{mean}}$  为顶点的平均曲率,  $A_{3D}$  和  $A_{2D}$  分别为顶点在 3D 空间中和 2D 空间中所在三角形的面积.当然也可以采用其它的控制图, Alliez<sup>[12]</sup> 等人提供了更多的用于控制采样密度的控制图定义方法.

## 2.4 重要性采样

根据控制图对参数化后的网格进行顶点采样可以直接用重要性采样技术来实现.在过去的研究中,很多研究者都采用松弛法解决这个问题.松弛法缺点是运行的代价很高,算法运行速度很慢.另外一类重要性采样方法叫做误差扩散法<sup>[13]</sup>,该类算法相对于松弛法运行速度较快,但它要求采样区域必须是具有固定空间分辨率的矩形,这限制了它们的使用. Ostromoukhov 等人提出了基于 Penrose 铺砌的层次重要性采样技术<sup>[14]</sup>,该算法对采样区域的形状没有特别要求,所以适用于我们选择的圆形参数域以减小扭曲.除此以外,该算法在实数空间进行采样,因此不需要为了重要性采样而特别地将网格参数化后的结果转化成一个几何图像. Penrose 铺砌并不是根据指定的数目来生成采样点,它实际生成的采样点的个数由控制图的密度确定.采样点的个数与控制图的密度呈近似线性关系,通过调整控制图的密度缩放系数,算法可以产生不同数量级的采样顶点.为了使重建后网格的切线能够无缝缝合,单位圆上的边界点(切点)必须被保留下来,这些点在重要性采样后被加入到结果采样点中.同时,为了避免在切线上插入新点而影响切线的完整性和对称性,在实现时,若一采样点离切线的距离在某一个阈值之内,删除该采样点.

## 2.5 网格重建与优化

通过重要性采样得到具有蓝噪音性质的顶点分布之后,还需要产生顶点之间的连通关系以得到所需三角网格,这可以通过对参数空间的采样点进行平面三角化来实现.本文算法采用的是限定 Delaunay 三角化,该方法可以在三角化之后保持指定的特征点和特征线.特征线可以通过计算原始模型中的边相邻的两个三角形的二面角来得到.当二面角大于某一个阈值时,认为该边为特征边.特征边的交点处为特征点.在实现时,允许三角化方法在需要的时候向特征边上添加新顶点以保证每个三角形的质量,尽量避免狭长三角形的产生.

为了优化网格的质量,本文采用了边交换策略和带权 Laplacian 光滑化来提高三角形的质量<sup>[12]</sup>.在本文算法中, Laplacian 权值的定义如下:

$$w_i = \frac{\frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 D_{i,j} \cdot A_i^{3D} \cdot \cot(\alpha_i) + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 D_{i-1,j} \cdot A_{i-1}^{3D} \cdot \cot(\beta_i)}{\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^3 D_{i,j} A_k^{3D} \right)} \quad (4)$$

其中,  $A_i^{3D}$  和  $A_{i-1}^{3D}$  为与顶点  $p$  与其邻点  $q_i$  构成的边相邻的两个三角形在 3D 空间中的面积,  $D_{i,j}$  为三角形的三个顶点分别对应的采样浓度值.算法采用  $\frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 D_{i,j} A_k^{3D}$  近似三角形上的控制图浓度的积分,使得优化后的顶点与所给定的控制图相对应.对每个采样点,检索其所在的原始三角形,通过原始三角形的三维顶点位置用重心坐标法即可插值出新采样点的三维坐标,从而重建出三维模型.

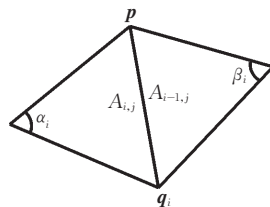


图 2

## 3 实验结果与分析

实验通过对图 3 的模型进行网格重建来验证算法的有效性.我们实现了 Gu<sup>[6]</sup> 等人采用的利用几何拉伸优化方法将模型参数化到正方形区域的算法,表 1 是对这些模型分别采用文献[6]中的算法和本



文算法进行参数化引入的几何扭曲度(式(2))的比较,表 2 是文献[6]的算法和本文算法对测试模型进行网格重建的运行时间对比,数据在一台 P IV

2.8GHz、内存为 512MB 的机器上测得. 从表中可以看出,本文的算法有效地减小了模型参数化到平面后的几何扭曲,并减小了参数化所耗费的时间.

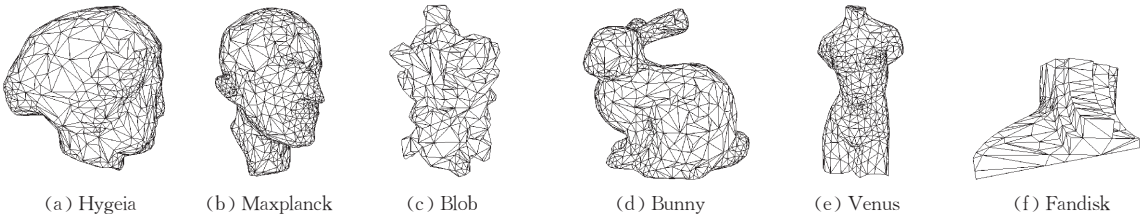


图 3 实验模型

表 1 分别采用 Gu<sup>[6]</sup>的方法和本文算法进行参数化引入的几何扭曲度比较

模型	文献[6]的算法	本文算法
Hygeia	1.281535	1.16548
Maxplanck	3.383870	1.58907
Blob	12.82507	1.72044
Bunny	5.10871	1.17457
Venus	1.229130	0.826442
Fandisk	1.195018	1.115520

表 2 分别采用 Gu<sup>[6]</sup>的方法和本文算法进行参数化所耗费时间比较

模型	文献[6]的算法所耗的时间/s	本文算法所耗的时间/s
Hygeia	79.5	1.7
Maxplanck	156.0	3.5
Blob	36.5	0.89
Bunny	122.3	3.34
Venus	53.7	0.82
Fandisk	3.19	0.14

图 4 所示的是对 Hygeia 模型进行网格重建的过程,其中图 4(c)为模型被由程序自动搜索得到的切线(图 4(b))切开后参数化到圆形参数域的结果,图 4(d)为重要性采样之后得到的顶点分布图. 图中的线段为提取的特征线. 为了允许往切线上添加新的顶点,我们采用了一致性(conforming)限定 Delaunay 三角化方法,得到的结果如图 4(e)所示,图 4(f)为网格优化之后的效果. 从网格重建结果图 4(g)中可以看出,在模型的发髻、鼻子和下巴等部位顶点密度相对较高. 图 4(h)是对 Hygeia 模型采用文献[6]的算法生成的几何图像进行规则采样后重建得到的结果. 从图 4(g)和(h)的对比可以看出,在模型顶点数相近的情况下,本文的网格重建算法通过适应性地分布顶点有效地保留了模型的细节,而且提高了三角形质量.

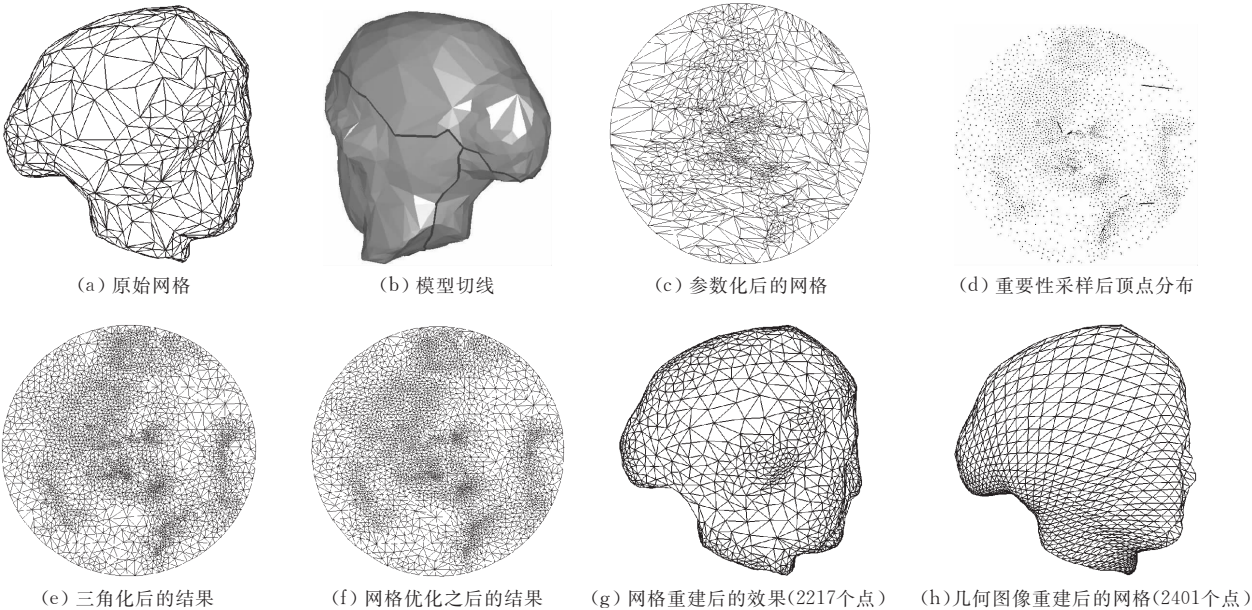


图 4 网格重建过程

对同样的模型,我们通过 Ohio 州立大学提供的网格重建工具 SurfRemesh<sup>[20]</sup>进行了网格重建,模

型正面和侧面细节对比如图 5 所示,图 5(a)和(c)为本文算法的结果,图 5(b)和(d)为 SurfRemesh 的

结果.可以看出,在我们的结果中顶点过渡光滑,且在顶点数近似的情况下能更好地保持模型细节.图 6 是两个重建后的网格顶点连通度的统计对比

图,该图表明本算法大部分顶点的连通度都为 6,即该网格是高度规则的,且规则度高于 SurfRemesh 得到的结果.

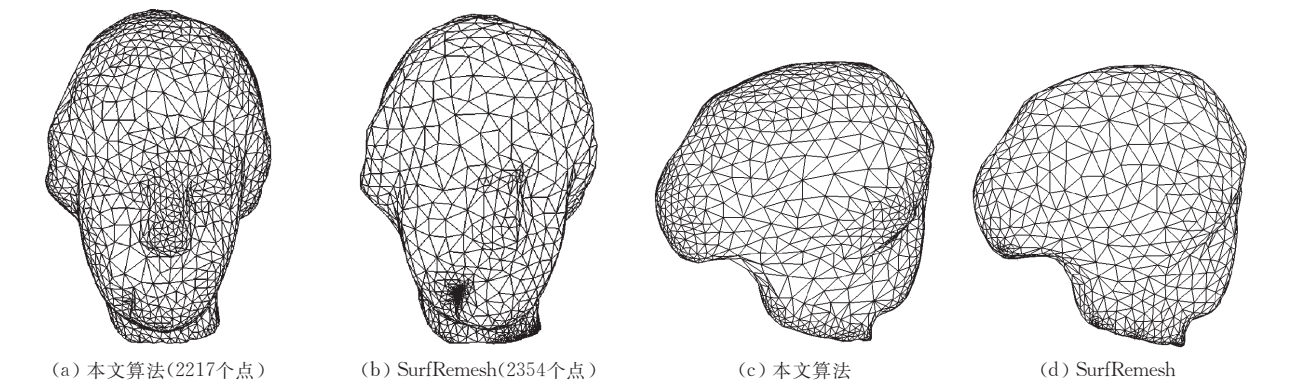


图 5 利用本文算法和 SurfRemesh 分别对网格进行重建的结果对比

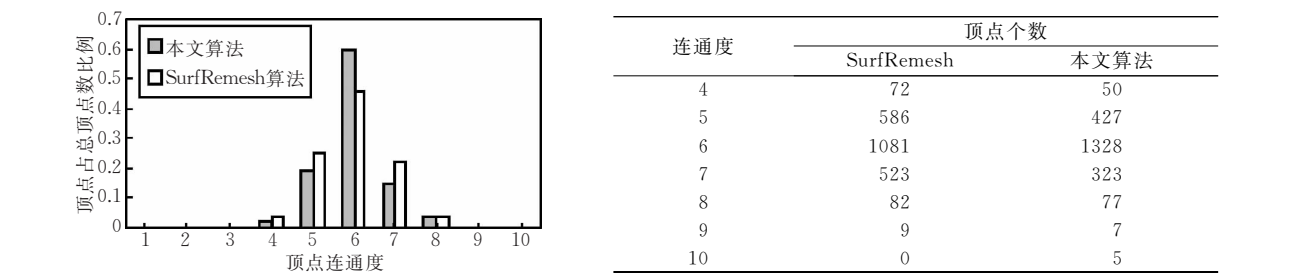


图 6 重建后的网格连通度统计对比图

图 7(a)所示的是一个 CAD 模型,该模型具有较尖锐的特征.图 7(b)是通过 SurfRemesh 进行网格重建之后的效果.图 7(c)是通过模型的几何图像重建出的网格.可以看出,在这两个重建结果中,零件模型的很多主要特征都丢失了.在本文的网格重

建过程中考虑了模型的特征,特征线通过 2.5 节中所述算法提取,结果如图 7(d),在三角化的过程中所有特征被当作限定边保留下来.因此,即使在采样点非常少的情况下,重建后模型中的重要特征依然能被保留下来,如图 7(e)和(f)所示.

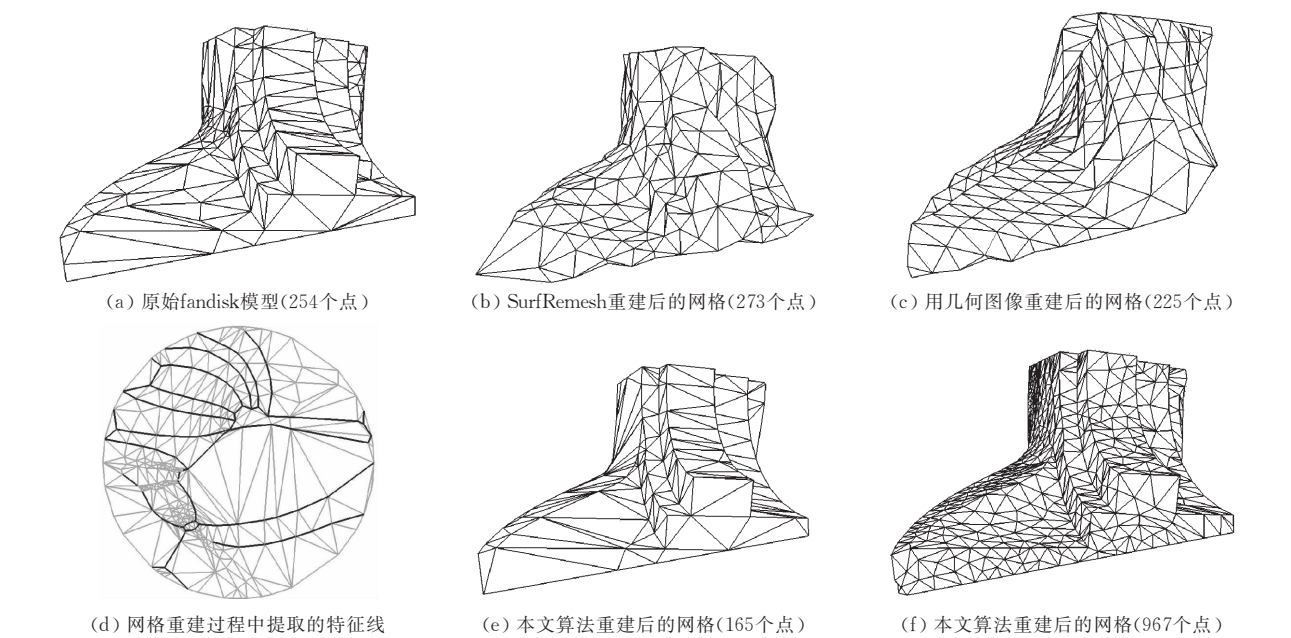


图 7 对一个具有尖锐特征的 CAD 模型进行网格重建的结果(特征被很好地保留)

图 7(e)和(f)中的模型是通过调节采样密度放大系数而得到的不同采样点的模型. 与其它的适应性网格重建算法相比, 本算法在理论上可以得到顶点密度与任意控制浓度相对应的重建网格.

## 4 结论与未来工作

本文提出了一种基于重要性采样的网格重建方法. 算法利用几何图像生成算法中的思想将三维模型全局参数化二维空间. 通过选择圆形域为参数域, 算法保证了参数化后参数网格和原网格的连通性一致, 改善了参数化的扭曲, 并加快了执行速度. 根据控制图利用重要性采样方法对二维网格进行采样, 再对离散的采样点进行平面三角化并映射回 3D 空间, 实现了三维模型的网格重建. 本文将网格切开成一个面片, 从而避免了多面片表示中的模型缝合等繁琐的过程. 尽管全局参数化方法可能会导致更大的扭曲, 但是我们在后续的采样过程中利用面积扭曲图进行了弥补. 基于 Penrose 铺砌的重要性采样方法, 使得采样点具有很好的蓝噪声性质, 并可以通过调节采样密度来控制采样点的个数. 重建的网格模型在顶点分布、三角形质量、顶点规则性及对原始模型的准确性方面达到了一个优化的组合, 从而提高了模型整体质量.

从最后网格重建的结果可以看出, 顶点并没有达到完全规则的要求. 分析 Penrose 铺砌的时候采用的两类三角形的特点, 可以看出这种采样方法并不能保证每个顶点周围的顶点数都是相同的, 由此导致三角化后顶点的度数不一致, 因此在进行重要性采样的时候可以考虑采取完全规则的多边形(例如正六边形)来进行铺砌. 或者可以在重建之后采用一个有效的规则性优化的方法例如文献[11]中提出的规则性优化算法, 来优化顶点的规则性. 从三角形的形状方面考虑, 现有的 2D Delaunay 三角化方法只能保证在 2D 平面上每个三角形的形状比较好, 由于 2D 三角形和 3D 三角形之间在  $x, y, z$  方向存在不同尺度的拉伸, 它并不能保证重建后的 3D 三角形形状规则, 因此在未来的工作中可以考虑直接用在三维空间的距离测度下进行三角化来得到网格的连通性. 在三维空间直接对顶点进行三角化可以不用包括切割线上的点, 因此也能有效避免模型缝合处三角形质量较差的问题.

## 参 考 文 献

[1] Alliez P, Ucelli G, Gotsman C, Attene M. Recent advances

- in remeshing of surfaces. Part of the state-of-the-art report of the AIM@SHAPE EU network, 2005
- [2] Cheng J H. Automatic adaptive remeshing for finite element simulation of forming processes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1988, 26(1): 1-18
- [3] Lee A W F, Sweldens W, Schröder P, Cowsar L, Dobkin D. MAPS: Multiresolution adaptive parameterization of surfaces//*Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. Orlando, Florida, 1998: 95-104
- [4] Eck M, Deroose T, Duchamp T, Hoppe H, Lounsbery M, Stuetzle W. Multiresolution analysis of arbitrary meshes//*Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. Los Angeles, California, 1995: 173-182
- [5] Guskov I, Vidimce K, Sweldens W, Schroeder P. Normal meshes//*Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. New Orleans, Louisiana, 2000: 95-102
- [6] Gu X, Gortler S J, Hoppe H. Geometry images. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 355-361
- [7] Botsch M, Pauly M. Geometric modeling based on triangle meshes//*Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2006 Courses*. Boston, Massachusetts, 2006: 91-105
- [8] Turk G. Re-tiling polygonal surfaces//*Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. Chicago, Illinois, 1992: 55-64
- [9] Frey P J. About surface remeshing//*Proceedings of the 9th International Meshing Roundtable*. New Orleans, Louisiana, USA, 2001: 123-136
- [10] Rassineux A, Villon P, Savignat J-M, Stab O. Surface remeshing by local Hermite diffuse interpolation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, 49(1-2): 31-49
- [11] Surazhsky V, Gostman C. Explicit surface remeshing//*Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*. Aachen, Germany, 2003: 20-30
- [12] Alliez P, Meyer M, Desbrun M. Interactive geometry remeshing. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 347-354
- [13] Zhou B, Fang X. Improving mid-tone quality of variable coefficient error diffusion using threshold modulation. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3): 437-444
- [14] Ostromoukhov M, Donohue C, Jodoin P. Fast hierarchical importance sampling with blue noise properties. *ACM Transactions on Graphics*, 2004, 23(3): 488-495
- [15] Erickson J, Har-peled S. Optimally cutting a surface into a disk//*Proceedings of the Eighteenth Annual Symposium on Computational Geometry*. Barcelona, Spain, 2002: 244-253
- [16] Sander P V, Snyder J, Gortler S J, Hoppe H. Texture mapping progressive meshes//*Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. Los Angeles, California, USA, 2001: 409-416

[17]

Floater M S. Mean-value coordinates. *Computer Aided Geometric Design*, 2003, 20(1): 19-27

[18]

Floater M S. Parameterization and smooth approximation of surface triangulations. *Computer Aided Geometric Design*, 1997, 14(3): 231-250

[19]

Ruisinkiewicz S. Estimating curvatures and their derivatives on triangle meshes//*Proceedings of the 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission*. Thessaloniki, Greece, 2004: 486-493

[20]

Cheng S, Dey T K, Ramos E A, Ray T. Sampling and meshing a surface with guaranteed topology and geometry//*Proceedings of the 20th Annual Symposium on Computational Geometry*. New York, USA, 2004: 280-289



**FU Yan**, born in 1982, Ph. D. candidate. Her research interest is in digital geometry processing, including mesh parameterization, surface resampling and remeshing, texture mapping.

**ZHU Xiao-Ming**, born in 1981, M. S. . His research interests include digital half-toning, computer graphics.

**ZHOU Bing-Feng**, born in 1963, Ph. D. , professor, Ph. D. supervisor. His research interests include graphics simulation of robot kinematics, geometry models and CAD/CAM, color image processing, multimedia system and image special effects, digital image halftone, image based rendering and modeling, virtual reality, etc.

Background

This research is supported by National Natural Science Foundation of China under grant No. 60573149.

Triangle meshes generated by current 3D acquisition techniques are usually dense and irregular, which brings a lot of difficulty to further process such as storage, transmission and display. Due to the restriction of capacity and capability of the computer, triangular meshes are expected to be represented by fewer vertices without the loss of accuracy. This can be achieved by mesh simplification followed by remeshing. This work focuses on the process of remeshing. Most of the existing techniques remesh the surface by regular sampling, which is inflexible to control the distribution of the vertices. Others use local mesh optimization techniques to

improve the mesh quality, which is relatively slow. By adjusting the distribution and location of the vertices, we can remesh the original mesh into a high-quality one. This paper combines the techniques of mesh parameterization and 2D importance sampling to remesh 3D triangular models. By revising the boundary of parameterization domain, the stretch introduced by the parameterization is reduced. The technique of importance sampling is adopted to control the distribution of the sampling vertices. As shown by the experimental results, the algorithm effectively improves the quality of 3D meshes, and highly-regular meshes can be obtained after remeshing process.