基于窄带的自适应 Level Set 方法

郑国贤[1),2)] 冯结青[1)] 金小刚[1)] 彭群生[1),2)]

[1)](浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

[2)](浙江大学数学系 杭州 310027)

摘 要 Level Set 模型将运动界面表示为高维场函数的零等值面，自然而鲁棒地解决了界面演化中拓扑结构改变的问题，但计算效率不高. 文中提出了基于窄带的自适应 Level Set 方法. 自适应方法首先构建粗网格满足界面演化的整体需求，同时估算粗网格点的曲率值，使用快速扩散法聚类高曲率点，通过主元分析估算点集朝向，构建细网格捕捉演化中的细节区域. 粗、细网格均为独立的计算单元，定义为存储网格中的有向包围盒. 这种数据结构可以有效避免频繁的坐标变换和插值操作，同时保证了数值解的精度. 实验结果与误差分析表明，自适应方法能有效减少计算量，达到更好的界面跟踪效果.

关键词 Level Set；自适应；聚类；演化

中图法分类号 TP391

Adaptive Level Set Method Based on the Narrow Band

ZHENG Guo-Xian[1),2)] FENG Jie-Qing[1)] JIN Xiao-Gang[1)] PENG Qun-Sheng[1),2)]

[1)](*State Key Laboratory of CAD & CG*, *Zhejiang University*, *Hangzhou* 310027)

[2)](*Department of Mathematics*, *Zhejiang University*, *Hangzhou* 310027)

Abstract Level Set method traces interface evolution naturally by embedding it into a higher dimensional field function. However the computational cost is high in general. In this paper, an adaptive solution based on narrow band method is proposed to solve the Level Set equation efficiently. A coarse resolution grid is built for the global evolution, meanwhile grid points with high curvature are detected and clustered using fast diffusion method. By evaluating the orientation of each cluster through PCA, a corresponding fine resolution grid is built for each cluster to capture details on the interface. Both coarse and fine grids are defined as the orientated bound boxes over a global grid and they are independent computing units. Numerical solutions of the Level Set equation are conducted on them independently and the numerical results are merged at every time step. Thus, the Level Set evolution is performed on both coarse and fine resolution grids adaptively. A simple but efficient data structure is proposed to avoid frequent operations of coordinate transformations and data interpolations. Implementation results and error analysis show that the adaptive method has advantages on computational efficiency and accuracy.

Keywords Level Set; adaptive; cluster; evolution

收稿日期：2005-04-13；修改稿收到日期：2006-08-20. 本课题得到国家自然科学基金(60373036，60333010)、浙江省自然科学基金(R106449)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20050335069)和国家“九七三”重点基础研究发展规划项目基金(2002CB312101)资助.
郑国贤，男，1982 年生，硕士研究生，主要研究方向为几何造型、计算机图形学. **冯结青**(通信作者)，男，1970 年生，博士，研究员，博士生导师，主要研究领域为几何造型、计算机动画、科学数据可视化. **金小刚**，男，1969 年生，博士，研究员，博士生导师，主要研究领域为计算机动画和隐式曲面造型. **彭群生**，男，1947 年生，博士，教授，博士生导师，主要研究领域为真实感图形、虚拟现实、红外成像仿真、基于点的造型与绘制、科学计算可视化等. E-mail：{zhengguoxian|jqfeng|jin|peng}@cad.zju.edu.cn.

1 引 言

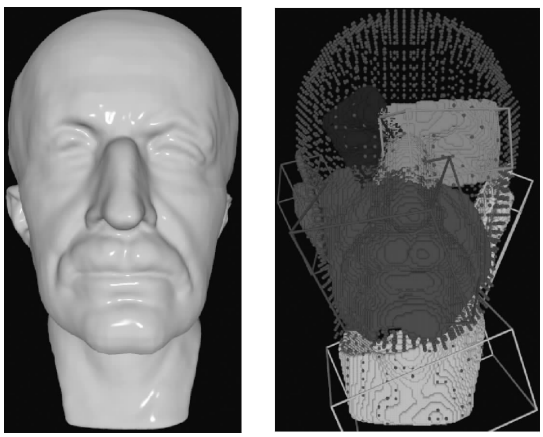
Level Set 方法自然而鲁棒地解决了界面演化中拓扑结构改变的问题，是跟踪界面演化的重要方法[1-4]. 20 世纪 90 年代以来，许多学者进行了大量研究，使得 Level Set 方法在计算机图形学、计算物理、图像处理、计算机视觉、化学和控制理论等众多领域得到了广泛应用.

Level Set 方法将运动界面表示为高维场函数的零等值面，通过 Level Set 方程驱动场函数演化，从而跟踪运动界面的演化. 若运动界面变化较为剧烈，则需要缩小网格的步长或采用高阶差分格式得到良好的数值解，但同时 CFL 条件限制了时间步长的取值，使得求解 Level Set 方程十分耗时，这也是基于偏微分方程的方法普遍存在的问题. 各向同性的求解方法简单易用，但不够灵活，往往不能满足实际应用的需求，如何提高方程的求解效率对 Level Set 方法的实际应用有着重要的意义.

许多自适应方法已成功地应用于微分方程的数值求解. Berger 等提出的自适应网格剖分(Adaptive Mesh Refine，AMR)算法根据偏微分方程及使用的网格步长，推导误差计算公式，进而计算局部区域所需的网格步长，自适应控制网格逐层细化，生成树形结构的叠加型网格[5-6]；Milne 提出的自适应 Level Set 方法根据界面的曲率信息检测变化剧烈的区域，生成嵌入式网格求解[7]；根据运动界面为场函数的零等值面这一性质，窄带法将求解区域限定在界面所处区域周围的窄带内，减少了大量计算[2]；Strain 提出的基于树形网格的自适应方法可以使计算复杂度降低到 $O(N\log N)$ 的求解速度[8]；Breen 等提出稀疏场方法使用街区距离模板计算场函数的近似值以提高求解效率[9]；Sussman 在研究二相流问题时提出自适应投影方法求解 Navier-Stoke 方程，同时提出了自适应 Level Set 方法提高捕捉流体界面的精度[10]；Ham 等使用嵌入式网格自适应捕捉流体界面演化的细节[11]；Wang 等使用基于嵌入式网格的有限体积法求解 Level Set 方程[12]；Peng 等还提出了局部的 Level Set 方法，将演化限定在局部区域[13]；Michael 等提出了 DT 网格数据结构，高效地存储计算数据[14]. 由于三角网格单元可以自适应拟合不规则计算区域的边界，自然地设定边界条件，Barth 等提出了三角域上的 Level Set 方法[15]；Xu 等基于自适应三角网格剖分，进一步提出了三角域上的自适应 Level Set 方法并应用于医学图像分割[16]；Droske 等提出了多重网格的自适应 Level Set 方法应用于三维医学图像的分割[17]；根据视频图像的特点，研究者还提出了许多替代方法避免费时的 Level Set 方程求解，如 Shi 等提出的实时 Level Set 方法通过交换图像像素来演化边界线，同时使用高斯滤波函数保持边界线的光滑，达到实时跟踪视频图像中运动物体边界线的效果[18].

求解不同的方程，使用的自适应方法也存在很大的区别. 本文在前人工作的基础上，针对三维空间中三角网格曲面流形演化的问题，提出基于窄带的自适应 Level Set 方法，进一步提高 Level Set 方法的计算效率和细节捕捉能力. 自适应方法采用叠加型网格求解，首先构建粗网格满足曲面演化的整体需求，同时检测界面的曲率，构建自适应细网格捕捉界面演化的细节(图 1). 与已有的自适应 Level Set 方法相比，本文提出的方法实现简单，能有效减少计算量，达到更好的界面跟踪效果.

第 2 节简要介绍 Level Set 模型；第 3 节详细阐述自适应 Level Set 方法的原理和实现步骤；第 4 节给出了自适应方法和均匀网格方法分别应用于几何模型演化的结果，分析比较了数值算例；最后得出结论，提出进一步的研究方向.



(a) 自适应演化 (b) 自适应细网格

图 1 Max-Planck 模型演化的结果

2 Level Set 模型

Γ 为 N 维空间 $\mathbf{R}^N$ 中的一张 $N-1$ 维光滑闭合超曲面，它界定了 $\mathbf{R}^N$ 中的一个开区域 Ω，Γ 上的点沿着该点法向以速度 F 运动，F 可以是多个变量的函数，如超曲面的曲率、法向、空间位置等，F 的方向与法向 $\boldsymbol{n}$ 相同或相反，同时忽略沿曲面切向的速度.

用 $\Gamma(t)$ 表示 Γ 相对于时间 t 运动得到的曲面簇，$\Gamma(t=0)$ 即为初始曲面. 构造 Γ 的嵌入场函数 ϕ，ϕ 满足

$$\Gamma(t)=\{X\mid\phi(X,t)=0\} \tag{1}$$

其中 $X(t)$ 表示点 X 随时间变化的轨迹函数，$X(t=0)$ 即为初始曲面 $\Gamma(t=0)$ 上的点，由于点 X 沿着法向方向运动，所以 $X_t\cdot\boldsymbol{n}=F(X(t))$. 方程 $\phi(X(t),t)=0$ 两边分别对 t 求导：

$$\phi_t+\nabla\phi(X(t),t)\cdot X'(t)=0 \tag{2}$$

再将 $X_t\cdot\boldsymbol{n}=F(X(t))$ 和 $\boldsymbol{n}=\nabla\phi/|\nabla\phi|$ 代入式(2)得

$$\phi_t+F|\nabla\phi|=0 \tag{3}$$

上述 Hamilton-Jacobi 方程即为 Level Set 方程. 嵌入场函数 ϕ 一般取为 $\mathbf{R}^N$ 中的有向距离函数：

$$\phi(X,t)=\begin{cases}-d(X), & X\in\Omega\\ 0, & X\in\partial\Omega=\Gamma(t)\\ d(X), & X\notin\bar{\Omega}\end{cases} \tag{4}$$

其中 $d(X)=\min\limits_{\forall P\in\Gamma(t)}(\|PX\|)$，为点 X 到曲面 $\Gamma(t)$ 的最近距离. 若曲面以连续的速度函数演化，则场函数 $\phi(t)$ 保持为运动界面 $\Gamma(t)$ 的嵌入函数.

在均匀剖分的三维空间 $\mathbf{R}^3$ 中，可以使用如下逆风差分格式求解方程(3)：

$$\phi_{ijk}^{n+1}=\phi_{ijk}^{n}-\Delta t[\max(F_{ijk},0)\nabla^{+}+\min(F_{ijk},0)\nabla^{-}] \tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned}\nabla^{+}=[&\max(D_{ijk}^{-x},0)^2+\min(D_{ijk}^{+x},0)^2+\\&\max(D_{ijk}^{-y},0)^2+\min(D_{ijk}^{+y},0)^2+\\&\max(D_{ijk}^{-z},0)^2+\min(D_{ijk}^{+z},0)^2]^{1/2}\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\nabla^{-}=[&\min(D_{ijk}^{-x},0)^2+\max(D_{ijk}^{+x},0)^2+\\&\min(D_{ijk}^{-y},0)^2+\max(D_{ijk}^{+y},0)^2+\\&\min(D_{ijk}^{-z},0)^2+\max(D_{ijk}^{+z},0)^2]^{1/2}\end{aligned} \tag{7}$$

其中 $D_{ijk}^{+x}(D_{ijk}^{-x})$ 为函数 ϕ 对向量 $\boldsymbol{X}$ 的 x 分量向前(后)差分，其余记号的含义类似. 一般我们只对 ϕ 的零等值面感兴趣，窄带法在零等值面周围区域内构建一个窄带，计算窄带内各个网格点的场函数值，位于窄带边界上的网格点值保持不变. 方程演化的时间步长 Δt 由该时刻网格点的最大速度值决定，满足 CFL 条件：$\Delta t<\Delta h/|F|$，其中 Δh 为网格步长. 当运动界面到达窄带边缘时，保留零等值面周围的网格点作为初始值，构建新的窄带演化界面.

当速度函数 F 恒正(负)时，Level Set 方程转化为与时间无关的静态方程. 用 $T(X)$ 表示曲面运动到达空间一点 X 的时间函数，则 $T(X)$ 满足

$$|\nabla T(X)|F=1 \tag{8}$$

若 F 只依赖位置变量，上述 Hamilton-Jacobi 方程即为 Eikonal 方程，可以用如下差分格式得到方程满足粘滞条件的弱解：

$$\begin{aligned}&\max(D_{ijk}^{-x},0)^2+\min(D_{ijk}^{+x},0)^2+\max(D_{ijk}^{-y},0)^2+\\&\min(D_{ijk}^{+y},0)^2+\max(D_{ijk}^{-z},0)^2+\min(D_{ijk}^{+z},0)^2=\frac{1}{F_{ijk}^2}\end{aligned} \tag{9}$$

Eikonal 方程的特征线为垂直于界面向外的直线，方程的解沿着特征线方向传播. 利用这一特性，Sethian 提出了 Fast Marching 算法进行快速求解. Fast Marching 算法使用最小堆(Min Heap)数据结构，每次均弹出当前活动点集中具有最小函数值的网格点，通过数值格式(9)计算相邻网格点的函数值，并插入最小堆中，最终得到整个区域上的数值解.

Level Set 方法的详细阐述可以参考文献[1-4].

3　自适应 Level Set 方法

自适应 Level Set 方法通过估算运动界面的曲率值，自动检测曲面上细节丰富的区域，构建高效的细网格，从而提高计算效率. 下面以 $\mathbf{R}^3$ 中的闭合三角片曲面为例阐述自适应方法.

基于窄带的自适应 Level Set 方法分为如下 5 个步骤：

1. 设定窄带的网格层数、聚类半径等阈值；
2. 估算粗网格步长，构建粗网格；
3. 高曲率网格点聚类，构建自适应细网格；
4. 演化粗、细网格窄带上的距离场，数值融合；
5. 若需要重构网格中的窄带，则回到步 3；否则，回到步 4.

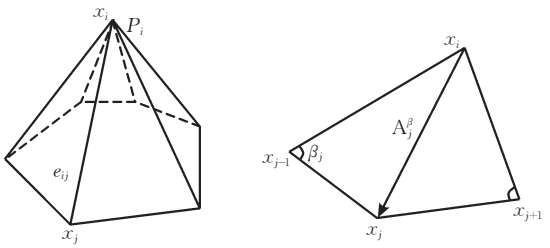
3.1　构建粗网格

曲面上一点 P 的中曲率定义为 P 点邻域法向的散度：$\kappa\boldsymbol{n}=div(\boldsymbol{n})$. 三角片曲面顶点 P^i 中曲率的一阶逼近可以由下列公式得到[19]：

$$-\kappa\boldsymbol{n}=\frac{1}{4A}\sum_{j\in N_j(i)}(\cot\alpha_j+\cot\beta_j)(x_j-x_i) \tag{10}$$

其中 P^i 点的邻域为所有以 P^i 为顶点的三角片集合，A 为 P^i 邻域中所有三角片的面积和，边 $e_{ij}=x_j-x_i$，角 α_j 和 β_j 分别表示边 e_{ij} 所在的两个三角片中 e_{ij} 对应的顶角，如图 2 所示.

通过式(10)可以估算三角片曲面所有顶点的中曲率值，进而得到整体平均曲率值 κ_{avg}. 实验证明，粗网格步长取平均曲率半径 $1/\kappa_{\mathrm{avg}}$ 的 0.1～0.3 倍就可以达到较高的精度.



(a) 顶点x_i和它的邻域 (b) 式(10)中一项

图 2 三角片曲面顶点的曲率估算

3.2 构建细网格

首先使用 Fast Marching 方法生成粗网格上的有向距离场，通过公式 $\kappa=\nabla\cdot\nabla\phi/|\nabla\phi|$ 估算零等值面周围网格点的中曲率值，进而聚类高曲率点，构建细网格. 聚成的类应准确反映曲面的细节特征，并且高效可靠，我们使用快速扩散法聚类.

快速扩散法使用最大堆结构(Max Heap)快速排序高曲率点，同时使用并查集结构(Union Find Set)支持类之间高效的合并与查找操作. 快速扩散法是对贪婪法的改进，更加适用于网格点的聚类.

设 S 为高曲率网格点集，算法的具体步骤如下：

1. 初始化：

(a) 设定聚类半径 r；

(b) 为每个高曲率点创建一个类，以该点为类的中心点.

2. 聚类：

(a) 从 S 中弹出当前曲率值最大的网格点 P_m，P_m 所属的类为 C_m，中心点为 O_m；

(b) 查找所有距离 P_m 小于 r，且不属于 C_m 的网格点 P_n，P_n 所属的类为 C_n，中心点为 O_n. 若

i. O_n 到 O_m 的距离值小于等于 P_n 到 O_m 的距离值加 r；

ii. 或 C_n 包含的型值点个数小于 6 个，

则合并 C_m 与 C_n 为一个类，将曲率值最大的点作为新类的中心点.

(c) 重复上述过程直到集合 S 为空.

本算法充分利用网格点的有序排列查找邻近点，在聚类高曲率点的同时添加相邻的非高曲率网格点，使每个类包含的网格点达到一定密度便于进一步分析，并且遏制离散小类的生成，避免了将同一个曲面细节聚成多个类，如图 3 所示.

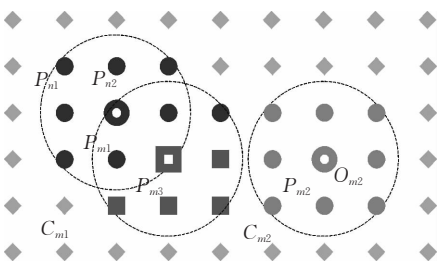


图 3 快速扩散法聚类过程

每个聚类包含了一系列网格点，反映了曲面演化过程中变化剧烈的区域，我们在对应的空间位置生成细网格来捕捉界面演化的细节. 网格步长由对应聚类点集的平均曲率值决定，为了保持时间与数值解的一致性，一般取为粗网格步长的 $1/k_i$，k_i 为整数. 通过主元分析(Principal Component Analysis, PCA)得到聚类点集的朝向和局部坐标系，经过坐标变换计算各个聚类点集的有向包围盒，进而构建细网格

$$P=\{P_i=\{x_i,y_i,z_i\},\ i=1,2,\cdots,n\}$$

为三维空间中的离散点集，P 对应的协方差矩阵 $\boldsymbol{S}=(\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D})/(n-1)$，矩阵 $\boldsymbol{D}$ 定义为

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} x_1-\bar{x} & y_1-\bar{y} & z_1-\bar{z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n-\bar{x} & y_n-\bar{y} & z_n-\bar{z} \end{bmatrix},$$

其中 $\bar{c}=(\bar{x},\bar{y},\bar{z})=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}z_i\right)$ 为质心坐标. $\boldsymbol{S}$ 为 3×3 实对称矩阵，存在 3 个实特征值 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 和对应的特征向量 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3$，不妨设 $\lambda_1\leq\lambda_2\leq\lambda_3$，其中 $\boldsymbol{v}_3$ 描述了点集的主轴方向，因此将其定义为聚类点集的方向.

细网格步长由点集的平均曲率值决定，定义细网格为：对应聚类点集的有向包围盒扩大细网格窄带的宽度，如图 4 所示.

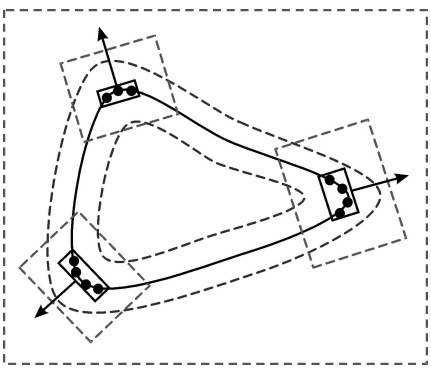


图 4 通过聚类点集生成自适应细网格

3.3 自适应演化

自适应粗、细网格为独立的计算单元，具有空间跨度、大小、朝向等属性，各个网格窄带包含相同的网格层数.

同样使用 Fast Marching 方法构建各个细网格窄带内的距离场作为方程求解的初始值. 每个求解步骤由粗网格一步和细网格多步组成，时间步长 Δt 满足粗网格上的 CFL 条件. 若细网格步长为粗网格步长的 $1/k_i$，则相应的时间步长设为 $\Delta t/k_i$，并进行

k_i次求解，从而保持粗、细网格上的时间一致性. 若应用差分格式需要使用细网格空间外部的数值，则通过粗网格插值得到.

演化一个时间步长后，由于粗、细网格上的数值解具有不同的精度，还需要进行数值融合. 我们使用细网格内部的数值直接修正对应粗网格点的数值. 但若类似处理位于细网格边界附近的粗网格点，则容易导致界面在粗、细网格交接的区域不连续. 因此，我们在细网格窄带周围插值出一定层数的辅助细网格点，通过对应的粗、细网格点加权平均得到辅助网格点的数值，实现交接区域的光滑过渡. 至此，完成了 Level Set 方程自适应求解的一个步骤.

演化过程中若界面到达细网格窄带边缘，则保持旧的细网格朝向不变，重新估算网格的跨度、步长，构建新的细网格. 若界面到达粗网格窄带边缘，则构建新的粗网格窄带，同时检测、聚类高曲率粗网格点，构建新的自适应细网格，继续演化界面.

最后使用 Marching Cube 算法抽取距离场的零等值面，得到运动界面到达的空间位置.

3.4　数据结构

粗、细计算网格均为独立的计算单元，但若直接在定义的空间位置构建自适应网格，则各个网格之间的坐标旋转、变换、插值及重构等操作将大大降低自适应求解精度和效率. 我们使用的数据结构非常简单有效，而且可以有效避免上述问题.

通过估算三角网格曲面的曲率值，可以构建具有最小步长的存储网格. 粗、细计算网格均定义为存储网格中的有向包围盒，不具有独立的存储空间，步长取为存储网格步长的整数倍. 计算网格根据步长信息分别包围了存储网格中的一系列网格点，同时存储网格点存储对应的计算网格. 若存储网格点被包含于多个计算网格中，则以链表方式分别存储计算结果，如图 5 所示.

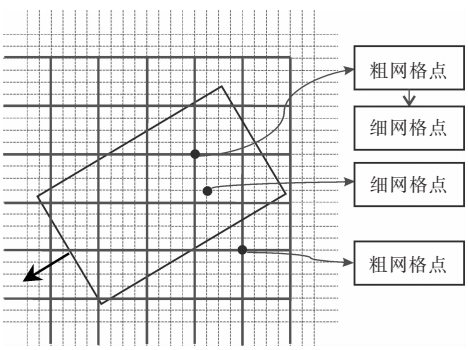


图 5　存储网格上的粗、细网格点

存储网格存储自适应求解的数据，粗、细网格界定了计算区域，但不分配存储空间，两者相辅相成，使得自适应算法十分高效. 求解过程可以直接存储插值得到网格点，不同计算网格的数据在存储网格中以链表形式存储，数值融合步骤只需要将链表中的数据加权平均，有效避免了坐标旋转、变换等操作，保证了计算精度，同时便于以合适的精度抽取等值面.

3.5　误差估算

运动界面保持为嵌入场函数的零等值面，因此可以通过对比在相同演化条件下自适应方法与均匀方法分别生成的距离场进行误差估算. 定义最大误差为 $\Delta_{\max}(Z_a, Z_u) = \max(d(p_a - p_u))$，平均误差为 $\Delta_{\mathrm{avg}}(Z_a, Z_u) = \sum(d(p_a - p_u))/|Z_a|$. 其中 Z_a 与 Z_u 分别为自适应网格与均匀网格中界面周围零等值面上的网格点，p_a 与 p_u 分别为自适应网格与均匀网格中具有相同空间坐标的网格点的函数值.

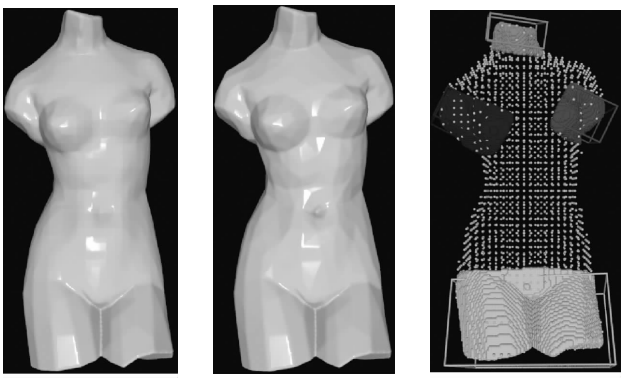
4　实验结果与讨论

我们在具有 PIV2.4GHz、512MB 内存的微机上实现上述算法，对比了自适应方法和均匀方法应用于网格演化所耗费的机器时间，并将自适应方法应用于三角网格曲面的 Morphing 动画特效.

为方便比较算法效率，自适应方法的粗、细网格步长分别设置为 0.04 与 0.01，均匀方法的网格步长设置为 0.01，界面以单位速度沿外法向方向演化一个时间步长. 表 1 列出了五模型演化所耗费的机器时间与平均误差，图 6、图 7 列举了 Venus 与 Frog 模型的演化结果对比和对应的自适应细网格. 图 8 为平面至 Max-Planck 模型的 Morphing 过程. 从图表中可以看出，处理整体比较平滑，局部细节丰富的曲面，自适应方法花费的时间较少，而演化结果基本一致，但从 Frog 模型的演化结果也可以看出，当曲面整体变化比较剧烈时，自适应细网格将覆盖大部分甚至整个求解区域，叠加型网格将造成大量重复计算，降低求解速度，这也是自适应方法的局限.

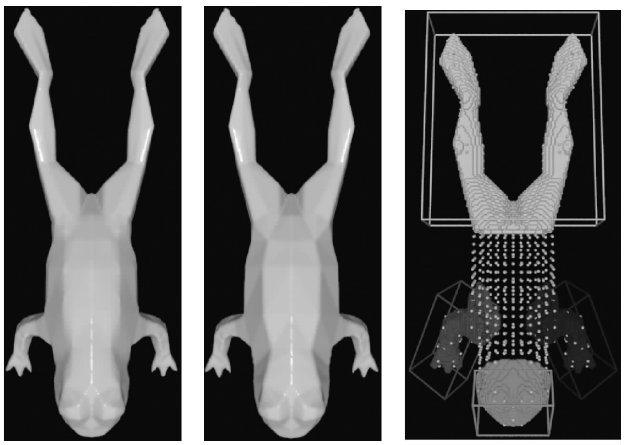
表 1　自适应网格与均匀网格演化模型耗费的时间

模型(面片数)	时间/s		
	自适应：0.01+0.04	均匀：0.04	平均误差
Venus(1418)	1.26843	3.60142	0.00057
Frog(606)	1.04528	1.28018	0.00046
Bunny(5112)	1.30408	3.73593	0.00075
Pig(7040)	0.60908	2.98547	0.00094
Max-Planck(98260)	1.78188	6.61820	0.00049



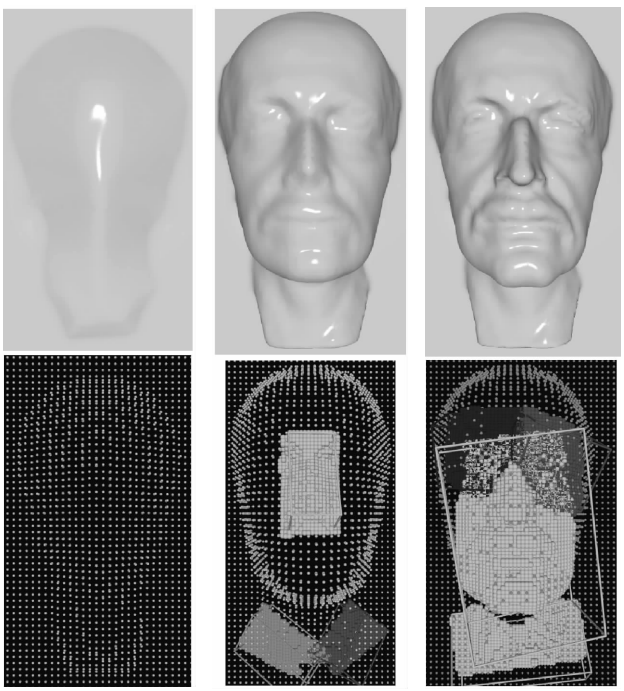
(a) 自适应演化 (b) 均匀演化 (c) 自适应细网格

图 6 Venus 模型演化的结果



(a) 自适应演化 (b) 均匀演化 (c) 自适应细网格

图 7 Frog 模型演化的结果



(a) 迭代50个时间步 (b) 迭代400个时间步 (c) 迭代750个时间步

图 8 自适应 Level Set 方法应用于 Morphing 动画过程示意

5 总结与展望

网格演化是个动态的过程,求解 Level Set 方程非常耗时,均匀而各向同性的求解方法简单易用,但不够灵活.针对三角网格曲面模型演化的特点,本文提出了基于窄带的自适应 Level Set 方法.实验结果与误差分析表明,自适应方法可以合理分配计算资源,具有更强的细节处理能力,是鲁棒而高效的算法.

自适应方法需要根据曲面的曲率进行聚类分析高曲率的网格点来构建自适应网格,存在一定的计算量,同时叠加型网格容易导致重复计算,降低求解效率.因此,作者认为,进一步的研究方向应集中于:(1)如何更好地捕捉界面演化中的细节区域,构建高效的细网格;(2)如何利用已有的计算结果估算下一个求解步骤的数值,提高求解效率;(3)研究更经济的数据结构存储数据;(4)研究替代方程求解的方法.

参 考 文 献

[1] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. Journal of Computational Physics, 1988, 79: 12-49

[2] Adalsteinsson D, Sethian J A. A fast Level Set method for propagating interfaces. Journal of Computational Physics, 1995, 118(2): 269-277

[3] Sethian J A. A Fast Marching Level Set method for monotonically advancing fronts. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1996, 93(4): 1591-1595

[4] Sethian J A. Level Set Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics. Computer Vision, and Materials Science. Cambridge: Cambridge University Press, 1996

[5] Berger M J, Oliger J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. Journal of Computational Physics, 1984, 53: 484-512

[6] Berger M J, Colella P. Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. Journal of Computational Physics, 1989, 82(1): 64-84

[7] Milne B. Adaptive Level Set methods interface [Ph. D. dissertation]. Berkeley, CA: Department of Mathematic, University of California, 1995

[8] Strain J A. Tree methods for moving interfaces. Journal of Computational Physics, 1999, 151(2): 616-648

[9] Breen D, Whitaker R T. A Level Set approach for the metamorphosis of solid models. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2001, 7(2): 173-192

[10] Sussman M, Almgren A S, Bell J B, Colella P, Howell L, Welcome M. An adaptive Level Set approach to incompressible two-phase flow. Journal of Computational Physics, 1999, 148: 81-124

[11] Ham F, Young Y N. A Cartesian adaptive Level Set method for two-phase flows. Center for Turbulence Research, Stanford University: Annual Research Briefs 2003, 2003

[12] Wang Z, Wang Z J. The Level Set method on adaptive Cartesian grid for interface capturing//Proceedings of the 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada, 2004: 1-10

[13] Peng D, Merriman B, Osher S, Zhao H K, Kang M. A PDE based fast local Level Set method. Journal of Computational Physics, 1999, 155: 410-438

[14] Michael B, Museth K N. Dynamic tubular grid: An efficient data structure and algorithms for high resolution Level Sets. Journal of Scientific Computing, 2005

[15] Barth T J, Sethian J A. Numerical schemes for the Hamilton-Jacobi and Level Set equations on triangulated domains. Journal of Computational Physics, 1998, 145: 1-40

[16] Xu M, Thompson P M, Toga A W. An adaptive Level Set segmentation on a triangulated mesh. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2004, 23(2): 191-201

[17] Droske M, Meyer B, Rumpf M, Schaller C. An adaptive Level Set method for medical image segmentation//Proceedings of the 17th International Conference on Information Processing in Medical Imaging. Davis, CA, USA, 2001: 18-22

[18] Shi Y, Karl W C. Real-time tracking using Level Sets. Computer Vision and Pattern Recognition, 2005, 2: 20-25

[19] Desbrun M, Meyer M, Schröder P, Barr A H. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow//Proceedings of the Annual Conference on Computer Graphics. Los Angeles, California, 1999: 317-324

ZHENG Guo-Xian, born in 1982, M. S. candidate. His research interests include geometry modeling and computer graphics.

FENG Jie-Qing, born in 1970, Ph. D. professor, Ph. D. supervisor. His research interests include computer graphics, computer animation and scientific visualization.

JIN Xiao-Gang, born in 1969, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His research interests include computer animation implicit surface modeling.

PENG Qun-Sheng, born in 1947, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His research interests include virtual reality, realistic image synthesis, infrared image synthesis and computer animation, scientific visualization.

Background

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant Nos. 60373036, 60333010, Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China under grant No. R106449, the Doctoral Program of Higher Education (Specialized Research Fund) under grant No. 20050335069 and the National Basic Research Program (973 Program) of China under grant No. 2002CB312101.

In this paper a novel adaptive Level Set method based on narrow band method is proposed. This approach can reduce the computational cost while maintaining accuracy which makes the Level Set method more efficiently for geometric processing. The research group works on Computer Graphics, Computer Animation and Geometric Modeling.