第 29 卷 第 5 期
2006 年 5 月
计 算 机 学 报
CHINESE JOURNAL OF COMPUTERS
Vol. 29 No. 5
May 2006

基于正交完备 U-系统的参数曲线图组表达

齐东旭[1),2),3)] 陶尘钧[2)] 宋瑞霞[1)] 马 辉[2)] 孙 伟[3)] 蔡占川[3)]

[1)](北方工业大学理学院 北京 100041)

[2)](澳门科技大学资讯科技学院 澳门)

[3)](中山大学信息科学学院 广州 510275)

摘 要 为了探索参数曲线图组的频谱性质,引进一类属于 $L^2[0,1]$ 的正交完备分片 k 次多项式系统(简称 U-系统).该系统下的 U 级数展开式具有良好的平方逼近及一致逼近性质,而且能用有限项 U 级数实现对分段 k 次多项式参数曲线图组的精确表达;基于 U-系统理论,给出了用以计算给定几何图组 U-谱的信息转换算法,该算法具有直观、简便、快速的特点.构建的数据处理平台可用于几何信息的分析与综合,并且能在信息安全(信息隐藏、数字水印)及模式识别等方面有实用价值;提供了用 U-系统表达参数曲线图组的实验图例.

关键词 参数曲线;正交;完备;频谱

中图法分类号 TP391

Representation for a Group of Parametric Curves Based on the Orthogonal Complete U-System

QI Dong-Xu[1),2),3)] TAO Chen-Jun[2)] SONG Rui-Xia[1)] MA Hui[2)] SUN Wei[3)] CAI Zhan-Chuan[3)]

[1)](*College of Sciences, North China University of Technology, Beijing* 100041)

[2)](*Faculty of Information Technology, Macao University of Science and Technology, Macao*)

[3)](*School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou* 510275)

Abstract In order to probe into the properties of frequency spectrum for a group of parametric curves, a class of orthogonal complete piecewise k-degree polynomials in $L^2[0,1]$, called U-system, is introduced. The expansion in U-series has advantageous properties for approximations in both quadratic norm and uniform, and it can be realized to express a group of parametric curves which are piecewise k-degree polynomials in a number of finite terms of U-series. Based on U-system, the transfer process is described, by which U-spectrum is obtained for a given group of parametric curves; The algorithm is visible, simple and fast; The program for processing data can be used to analyze and synthesize geometric information, and may have applications in the field such as information security (information hiding, watermarking), and pattern recognition etc. Some graphic examples of check test for expressing a group of parametric curves in U-system are given.

Keywords parametric curves; orthogonal; complete; frequency spectrum

收稿日期:2005-04-13;**修改稿收到日期**:2006-01-20.**本课题得到国家"九七三"重点基础研究发展规划项目"数学机械化方法及其在信息技术中的应用"**(2004CB318000)**及国家自然科学基金重点项目**(60133020)**以及北京市教育委员会科技发展计划面上项目**(km200610009011)**资助.****齐东旭,男,**1940 **年生,教授,博士生导师,主要研究领域为数值逼近、计算机图形学等.** E-mail: dxqi@must.edu.mo. **陶尘钧,男,**1981 **年生,硕士研究生,主要研究方向为计算机辅助设计与计算机图形学.宋瑞霞,女,**1963 **年生,副教授,主要研究方向为计算几何、微分几何.马 辉,男,**1978 **年生,博士研究生,主要研究方向为信号处理、计算机图形学.孙 伟,男,**1971 **年生,博士,主要研究方向为信号处理、计算机图形学.蔡占川,男,**1974 **年生,博士研究生,主要研究方向为信号处理、计算机图形学.**

1　引　言

如何将各种各样的几何图形用共同的基本简单图素表示，是人们始终关心的重要问题. 在计算机辅助几何设计中，诸如机械零部件、卡通原画、建筑立面的设计等等，常常被表达成一组图形或由若干个图组构成的图形. 就几何信息表达、存储、传输等实际需求来说，当前已经有成功的解决方法[1~4]，应用软件中采用的数据库等技术给工程人员提供了方便. 值得注意的是，几何问题与图像处理有着极其密切的联系. 例如，在模式识别中，经过边界提取得到几何图形之后，需要根据图形的特征做匹配. 因此，有必要探讨有效的方法处理来自几何图形的数据，并作相应的频谱分析. 就 CAGD 本身而言，频谱分析将有助于图形的分类研究. 再有，在通信及信号处理的理论与应用中，$L^2[0,1]$正交完备函数系是基本的数学工具[5~7]. 而来自几何设计的信息，与通常信号处理所遇到的问题很不相同，人们对此研究得很不充分. 假若有一个恰当的正交完备函数系，使得较广的一类参数形式的几何图组可以得到有限项的精确表示，那么，该正交完备函数系的有限项便是最基本的简单图素. 于是，可以得到几何图组在该正交完备函数系下统一的另一种表达方式；继而，可以运用完备正交函数系的理论，深入进行几何信息的分析与综合以及其它相关的数据发掘研究.

目前人们对计算几何的研究之所以很少与频谱分析建立联系，我们认为，关键问题是正交完备函数系的选择. 实际上，并不是任何一个 $L^2[0,1]$正交完备函数系都适应几何信息的分析与综合，广为人知的 Fourier（三角函数）系、Legendre（正交多项式）系、Chebyshev（正交多项式）系等，都不能实现对通常几何（曲线、曲面）信息的有限且精确的表达（熟知的 Gibbs 现象就是一个严重的障碍）. 而 Walsh 系、Haar 系又因其太强的间断性不宜作为对连续函数进行有限项逼近的工具.

本文研究的是一类特别的 $L^2[0,1]$正交完备函数系（称为 U-系统[8~10]）及其应用.

U-系统是 1984 年由冯玉瑜与齐东旭提出的，并且给出了较完整的理论基础. 根据 U-系统理论，Micchelli 及 Xu 等进行了关于积分方程求解的一系列工作[11]，表明了 U-系统的应用潜力.

U-系统是分层次的，完整的表述是“k 次 U-系统，$k=0,1,2,3\cdots$”. 零次 U-系统（$k=0$）就是 Walsh 正交函数系. k 次 U-系统是一类分段 k 次多项式组成的 $L^2[0,1]$正交完备函数系. 它包含无穷次可微的函数，更包含在$[0,1]$内的点 $x=\frac{q}{2^r}$处出现的各种间断的分段函数，其中 2^r为区间$[0,1]$的等分数目，$q=1,2,\cdots,2^r-1$. U-系统含有不同层次的间断，恰好有利于几何数据的表达.

本文主要建立基于 U-系统的几何曲线新的表达框架；针对参数多项式形式表示的一组图形，给出在 U-系统之下的有限表达算法. 这种表达在理论上是精确的，以它为基础可以进行几何图组的频谱分析.

本文首先介绍线性（$k=1$）U-系统，接着对任意 k 次 U-系统给出解释，说明其结构和算法；继而以简单图组为例，计算相应的频谱，表明方法的可行性.

2　关于分段线性完备正交 U-系统

作为准备知识，本节首先介绍分段线性 U-系统的定义.

区间$[0,1]$上的分段线性完备正交函数系（简称分段线性 U-系统）的构造：

考虑$[0,1]$区间上的线性函数空间，记为 S_{10}，那么如下两个函数

$$U_0(x)=1,\qquad 0\le x\le 1 \tag{1}$$

$$U_1(x)=\sqrt{3}(1-2x),\quad 0\le x\le 1 \tag{2}$$

构成 S_{10}的标准正交基. 进一步考虑$[0,1]$区间上、以 $x=\frac{1}{2}$为分点的分段线性函数空间，记为 S_{11}. 显然 S_{11}的维数为 4. 这时须在式(1)，(2)所示 2 个函数之外，增加 2 个分段线性函数，我们选取

$$U_2(x)=\begin{cases}\sqrt{3}(1-4x), & 0\le x<\frac{1}{2}\\ \sqrt{3}(4x-3), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{3}$$

$$U_3(x)=\begin{cases}1-6x, & 0\le x<\frac{1}{2}\\ 5-6x, & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{4}$$

其中前 3 个函数（式(1)～(3)）互相正交. 第 4 个函数（式(4)）根据分段线性的条件及它与第 2 个函数正交性的要求，经过简单的运算求得. 注意，第 4 个函数（式(4)）关于 $x=\frac{1}{2}$点奇对称，但在区间$\left[0,\frac{1}{2}\right]$及

$\left[\frac{1}{2},1\right]$上不是对称的. 总之,式(1)～(4)所示的 4 个函数在[0,1]区间上构成 S_{11} 的一组标准正交基.

接下来,我们考虑[0,1]区间上的分段线性函数空间 S_{12},分段点为 $x=\frac{1}{4}$, $x=\frac{1}{2}$, $x=\frac{3}{4}$. 由于 S_{12} 的维数为 8,那么应该有 8 个彼此正交的分段线性函数. 也就是说,须在前述的 4 个函数之外,再构造 4 个以 $x=\frac{1}{4}$, $x=\frac{1}{2}$, $x=\frac{3}{4}$ 为分点的分段线性函数. 为此,采用"压缩-复制"过程,完成补充的 4 个函数.

所谓的"压缩-复制"过程包括两步[10,11]. 首先,分别取第 3 个、第 4 个函数,将它压缩到半区间$\left[0,\frac{1}{2}\right]$;接着,在半区间$\left[\frac{1}{2},1\right]$上做正复制及反复制. 于是,每个函数生成了两个新的函数,它们属于 S_{12},并且(关于 $x=\frac{1}{2}$)奇偶性相反. "压缩-复制"过程如图 1 所示.

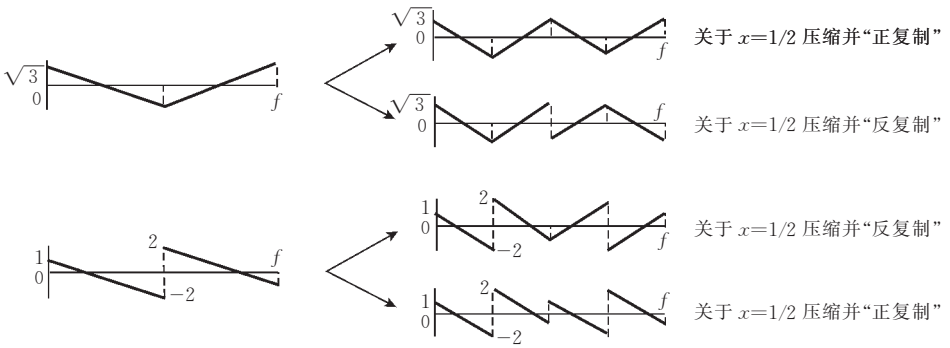


图 1 分段线性完备正交函数系的"压缩-复制"生成过程

利用第 3,4 个函数,通过"压缩-复制"过程,得到的 4 个新的函数表达如下:

$$U_4(x)=\begin{cases}U_2(2x), & 0\le x<\frac{1}{2}\\ U_2(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{5}$$

$$U_5(x)=\begin{cases}U_2(2x), & 0\le x<\frac{1}{2}\\ -U_2(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{6}$$

$$U_6(x)=\begin{cases}U_3(2x), & 0\le x<\frac{1}{2}\\ U_3(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{7}$$

$$U_7(x)=\begin{cases}U_3(2x), & 0\le x<\frac{1}{2}\\ -U_3(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases} \tag{8}$$

不难验证式(1)～(8)所示的 8 个分段线性函数构成 S_{12} 的一组标准正交基.

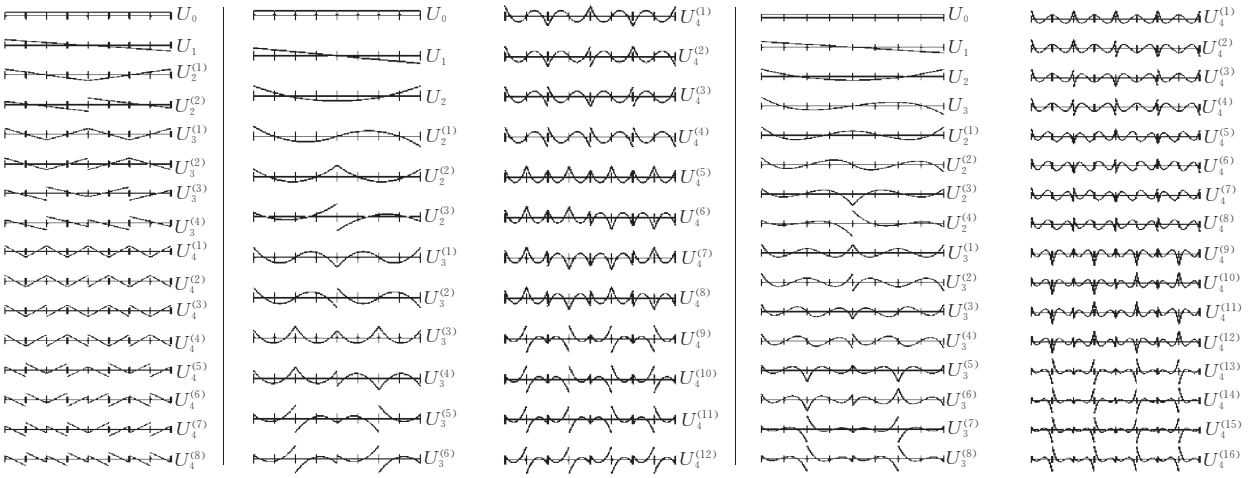
值得强调的是,上述通过"压缩-复制"过程产生新函数的手段具有一般性. 换句话说,当继续考虑[0,1]上有 8 个等分子区间时,分段线性函数空间 S_{13} 的维数为 16,需要增添 8 个新函数. 而这些函数将由上次生成的式(5)～(8)所示的 4 个函数经"压缩-复制"过程产生.

一般地,当完成 S_{1n} 的正交基 2^{n+1} 个函数之后,对其中后面的 2^n 个函数,分别进行"压缩-复制",得到 2^{n+1} 个新的函数添加进去,组成 $S_{1(n+1)}$ 的标准正交基,$n=0,1,2,3,\cdots$. 可以证明,当 $n\to\infty$ 时,得到的无穷多个分段线性函数组成的函数组,具有 $L^2[0,1]$ 的标准正交性、完备性(证明见文献[10]).

$L^2[0,1]$ 上的分段线性标准正交完备系的解析表达为

$$\begin{cases}U_0=1,\ U_1(x)=\sqrt{3}(1-2x),\ 0\le x\le 1\\ U_2^{(1)}(x)=\begin{cases}\sqrt{3}(1-4x), & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ \sqrt{3}(4x-3), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}\\ U_2^{(2)}(x)=\begin{cases}1-6x, & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ 5-6x, & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}\\ \cdots\\ U_{n+1}^{(2k-1)}(x)=\begin{cases}U_n^{(k)}(2x), & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ U_n^{(k)}(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}\\ U_{n+1}^{(2k)}(x)=\begin{cases}U_n^{(k)}(2x), & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ -U_n^{(k)}(2-2x), & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}\\ k=1,2,3,\cdots,2^{n-1},\ n=2,3,\cdots.\end{cases}$$

在间断点处,函数值取两侧极限平均值. 如此定义的分段线性 U-系统前 16 个函数的图形见图 2.



$k=1$时 U- 系统图示　　$k=2$时 U- 系统图示　　$k=3$时 U- 系统图示

图 2　k 次 U-系统图示($k=1,2,3$)

3　高次 U-系统的构造

现在我们把上面讨论的 1 次(分段线性)U-系统推广到任意 k 次(分段 k 次多项式)U-系统.

在区间$[0,1]$上,有限个函数的集合$\{f_i(x), i=1,2,\cdots,m\}$,若满足如下性质:

(1) $f_i(x)$是以 $x=\frac{1}{2}$为结点的分段 k 次多项式,且此时有 $m=k+1$;

(2) $\langle f_i(x), f_j(x)\rangle=\delta_{ij}$, $i,j\in\{1,2,\cdots,m\}$;

(3) $\langle f_i(x), x^j\rangle=0$, $i\in\{1,2,\cdots,m\}$, $j\in\{0,1,\cdots,k\}$,

则称$\{f_i(x), i=1,2,\cdots,m\}$为函数生成元(这里$\langle\cdot,\cdot\rangle$表示 $L^2[0,1]$中的内积).

k 次 U-系统的构造步骤:

1. 取区间$[0,1]$上的前 $k+1$ 个 Legendre 多项式,作为 k 次 U-系统的前 $k+1$ 个函数,记为 $U_0(x), U_1(x),\cdots, U_k(x)$;

2. 构造 $k+1$ 个分段为 k 次多项式的生成元$\{f_i(x), i=1,2,\cdots,k+1\}$,它满足前面函数生成元的性质(1)～(3),即$\{f_i(x)\}$中的函数彼此正交,且与 $U_0(x), U_1(x),\cdots, U_k(x)$皆正交. 将 $f_i(x)$依次排在$\{U_i(x), j=0,1,\cdots,k\}$之后,得到

$$U_0(x), U_1(x),\cdots, U_k(x), f_1(x), f_2(x),\cdots, f_{k+1}(x);$$

3. 压缩复制生成后续序列:从 $f_1(x)$开始,每个函数都复制出另外两个新函数,一个是关于 $x=\frac{1}{2}$点作压缩偶对称复制,另一个是压缩奇对称复制,即

$$f_{i,1}(x)=\begin{cases} f_i(2x), & 0\le x<\frac{1}{2} \\ f_i(2-2x), & \frac{1}{2}<x\le 1 \end{cases},$$

$$f_{i,2}(x)=\begin{cases} f_i(2x), & 0\le x<\frac{1}{2} \\ -f_i(2-2x), & \frac{1}{2}<x\le 1 \end{cases}.$$

将它们排在前述函数序列之后,依此类推,即可得到 k 次 U-系统的正交函数系.

当 $k=1,2,3$ 时,分别前 16,24 及 32 个函数的图形见图 2.

4　k 次 U-系统的性质

k 次 U-系统具有如下性质.

标准正交性

$$\langle U_m^{(i)}, U_n^{(j)}\rangle=\int_0^1 U_m^{(i)}(x)U_n^{(j)}(x)\mathrm{d}x=\delta_{m,n}\delta_{i,j},$$

其中 $m,n=0,1,2,\cdots$, $i=1,2,3,\cdots,2^{m-1}$, $j=1,2,3,\cdots,2^{n-1}$; $U_n^{(j)}$是 k 次 U-系统分组排列记号.

Fourier-U 级数收敛性

若给定函数 F 的 Fourier-U 级数为

$$F\sim\sum_{i=0}^{\infty}a_iu_i(t) \tag{9}$$

其中 $u_i(t)$(简记为 u_i)是前面定义的 k 次 U-系统函数依次排序的第 $i+1$ 个函数. 记

$$a_i=\langle F, u_i\rangle=\int_0^1 F(t)u_i(t)\mathrm{d}t,\ \ i=0,1,2,\cdots$$

并且记式(9)的前 $n+1$ 项部分和为

$$p_{n+1}F=\sum_{i=0}^{n}a_iu_i,$$

则有[8,10]

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}\|F-p_nF\|_2=0,\ \ F\in L_2[0,1],\\&\lim_{n\to\infty}\|F-p_{2^n}F\|_\infty=0,\ \ F\in C[0,1]\end{aligned} \tag{10}$$

这表明了 Fourier-U 级数的 L_2收敛性及完备性;式(10)表明了 Fourier-U 级数的“分组”一致收敛性.

所谓分组，是指级数中的相加，按 2 的方幂的数量一组一组地加上去.

Fourier-U 级数的再生性

若函数 F 为分段 k 次多项式，且其间断点仅出现在 $x=\frac{q}{2^r}$ 处，其中 q 和 r 为整数，那么 F 可以用有限项 Fourier-U 级数精确表达.

不难看出，上述的 U-系统含有丰富的间断信息，特别是分组一致收敛性及再生性的独特性质可资利用，使得 U-系统能够用于几何数据的频谱分析.

5 参数曲线图组正交表达的算法

设 $t\in[0,1]$，为简便起见，以一次 U-系统为例说明参数曲线图组正交表达的算法. 不妨假设将 $[0,1]$ 区间 8 等分，被逼近函数表达为

$$F_f(t)=f_i(t),\ t\in\left[\frac{i}{8},\frac{i+1}{8}\right),\ i=0,1,\cdots,7,$$

记

$$P(t)=\begin{pmatrix}x(t)\\y(t)\end{pmatrix}=\lambda_0u_0(t)+\lambda_1u_1(t)+\cdots+\lambda_7u_7(t),$$

将给定图组的曲线表示成参数的（当 $k=1$ 时图组为直线形）多项式形式

$$\begin{cases}x(t)=F_x(t)\\y(t)=F_y(t)\end{cases}.$$

由 $\{u_i(t)\}$ 的正交性，易得

$$\lambda_j=\int_0^1P(t)u_j(t)\mathrm{d}t,\ j=0,1,2,\cdots,7,$$

于是，对给定的 $F_f(t)$，可以用 $P(t)$ 对分段为 8 段直线的图组有限精确表达. 下面是 1 次 U-系统程序说明. 常用的 3 次 U-系统可参照此伪码.

部分程序伪码.

```
//进行 1 次 U-系统转换的类
public class CUOnce
{
  //基本构造函数
  //该构造函数有两个重构函数，分别可以
  //设定系数数组值和频率数组值
  public CUOnce()
  {
    //初始化相应的私有变量、数组等
      InitialAllVars();
    //提前计算计算积分中用到的常量
      ComputeCons(int Vars)
  }
  //方法：将一般参数方程形式的函数转换
  //到 U-域中，并给出 U-域的频率值
  public string UOnceChange()
  {
  //根据 U-系统的基函数，计算 U-域中的频率值
    //UOnce 0 到 UOnce 15，其中 UBase 为 U-系统
    //基函数，As[]为 U 域频率值数组
      ComputeFreqs(double As[], double *UBase)
    //处理可能出现的异常情况
    //返回输入的函数的 U-域频率值
  }
  //方法：根据 U-域的频率值将函数还原
  //到一般参数方程形式
  public double UOnceComput(double t)
  {
  //根据参数 t 的取值范围，给出对应的函数值
    switch(flag)
    {
    case 1:
      //第 1 段曲线的函数值
      sum=相应的 U-域频率值乘以对应的 U-系统
            基函数在取 t 时的值
      break;
    …
    case 8:
      //第 8 段曲线的函数值
      …
      break;
    }
    //返回函数值
  }

  //方法：提供对应函数在 U-域中的频率值
  public double[] getUOnceAs()
  {
  //提供 U-域的频率值
  GetFrequencies(double *UBase, double AS[])
  }
}
```

6 测试图例

本节提供图例来说明不同的几何图形在 1 次 U-系统和 3 次 U-系统下的表达结果，并给出相应的 U-谱图. 表 1 里有 6 个图组，每个图组由两个矩形组成；表 2 给出一些较复杂的图组，其中 1～4 为直线段图组，5～6 为 3 次 Bezier 曲线绘制的图组；表 3 为不超过 3 次的 Bezier 曲线绘制的一些标记性图组的 U-谱图. 表 4 是对表 2 中同样的数据利用 Fourier 级数重构的结果.

表 1　相对位置不同的两矩形对应的 U-谱图

	图形	X	Y
1			
2			
3			
4			
5			
6			

表 2　一些曲线组成的图形对应的 U-谱图

	图形	X	Y
1			
2			
3			
4			
5			
6			

表 3　一些标记性图组对应的 U-谱图

	图形	X	Y
1			
2			
3			
4			
5			
6			

表 4　对表 2 中图形用 Fourier 级数(10 项)的重构结果

	图形
1	
2	
3	
4	
5	
6	

表 4 中重构的图组，看来与原图相差很大，甚至有的已经面貌全非. 其原因在于有限项 Fourier 级数表达的曲线必然是光滑的. 并且对于图组而言，互相分离的地方会被光滑连接起来. 而采用 U-系统的有限项级数表示，则可精确再生原图组.

7 结 论

本文研究了正交完备 U-系统对参数曲线信息分析与综合应用的效能，初步结果表明：U-系统是目前所知的行之有效的数学工具. 通常在信号处理中强有力的正交变换方法（诸如 Fourier，Walsh 系统等），因其正交函数高度光滑或强烈间断而对几何图组不能作有限精确表达. 基于这种正交完备 U-系统所建立的信息转换算法具有直观、简便、快速的特点. 作者构建的平台为进一步对某些类型的几何信息进行分析与综合做了准备，并且会在信息安全（信息隐藏、数字水印[12]）及模式识别等方面有所贡献，这是后续的研究工作.

参 考 文 献

1 Tang Rong-Xi *et al*. A Course of Computer Graphics. Beijing: Science Press, 1990(in Chinese)
（唐荣锡等. 计算机图形学教程. 北京：科学出版社，1990）

2 Foley J. D. *et al*. Computer Graphics, Principles and Practice. 2nd Edition. Beijing: Engineering Industry Press, 2002

3 Wang Guo-Jin *et al*. Computer Aided Geometric Design. Beijing: Higher Education Press, Berlin: Springer, 2001(in Chinese)
（王国瑾等. 计算机辅助几何设计. 北京：高等教育出版社，施普林格出版社，2001）

4 Shi Fa-Zhong. Computer Aided Geometric Design and Non-Uniform Rational B-Spline. Beijing: Higher Education Press, 2001(in Chinese)
（施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条. 北京：高等教育出版社，2001）

5 Zheng Jun-Li, Ying Qi-Heng, Yang Wei-Li. Signal and System. 2nd Edition. Beijing: Higher Education Press, 2000 (in Chinese)
（郑君里，应启珩，杨为理. 信号与系统. 第 2 版. 北京：高等教育出版社，2000）

6 Zhang Qi-Shan, Zhang You-Guang. The Theory of Bridge Function and It's Application. Beijing: National Defense Industry Press, 1992(in Chinese)
（张其善，张有光. 桥函数理论及其应用. 北京：国防工业出版社，1992）

7 Li Jie-Gu *et al*. Image Processing Technology. Shanghai: Shanghai JiaoTong University Press, 1990(in Chinese)
（李介谷等. 图像处理技术. 上海：上海交通大学出版社，1990）

8 Qi Dong-Xu, Feng Yu-Yu. On the convergence of Fourier-U series. Journal of University of Science and Technology of Chian, Issue of Mathematics, 1983, (5): 7～17(in Chinese)
（齐东旭，冯玉瑜. 关于 Fourier-U 级数的收敛性. 中国科技大学学报(数学专辑)，1983，(5)：7～17）

9 Qi Dong-Xu, Feng Yu-Yu. On the orthogonal complete system {U}. Acta Scientiarum Natur. Universitatis Jilinensis, 1984, (2): 21～31(in Chinese)
（齐东旭，冯玉瑜. 关于正交完备系{U}. 吉林大学自然科学学报，1984，(2)：21～31）

10 Feng Yu-Yu, Qi Dong-Xu. A sequence of piecewise orthogonal polynomials. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1984, 15(4): 834～844

11 Ding Wei, Yan Wei-Qi, Qi Dong-Xu. Digital image watermarking based on U-system. Journal of Image and Graphics, 2001, 6(6): 44～49. (in Chinese)
（丁玮，闫伟齐，齐东旭. 基于 U 系统的数字图象水印技术. 中国图象图形学报，2001，6(6)：44～49）

12 Song Wei, Yan Wei-Qi, Qi Dong-Xu. Digital watermark image embedding based on U-system. In: Proceedings of the 6th International Conference on Computer Aided Design & Computer Graphics, 1999, 3(12): 893～899

QI Dong-Xu, born in 1940, professor, Ph. D. supervisor. His research interests include numerical analysis, computer graphics etc.

TAO Chen-Jun, born in 1981, M. S. candidate. His research interests include CAGD, computer graphics.

SONG Rui-Xia, born in 1963, associate professor. Her research interests include computation geometry, differential geometry.

MA Hui, born in 1978, Ph. D. candidate. His research interests include signal processes, computer graphics.

SUN Wei, born in 1971, Ph. D.. His research interests include signal processes, computer graphics.

CAI Zhan-Chuan, born in 1974, Ph. D. candidate. His research interests include signal processes, computer graphics.

Background

This project is supported by "Mathematics Mechanization Method and Its Application on Information Technology" (973 Program) under grant No. 2004CB3180000 and the National Natural Science Foundation of China (important special project) under grant No. 60133020. The work aims to provide a new method to express the geometric data of parametric curves. In this method, authors have presented a class of orthogonal complete piecewise k-degree polynomials (so-called U-system).

It is well known that many classes of orthogonal functions is applied to solve and analyze signals of physics or industry etc, rarely not to express the group of geometric graphics data. It is the main reason that most orthogonal functions cannot exactly express the geometric graphics, especially which have some discontinuous sub-graphics in the group. But U-system can do it very well. This is the most important property of U-system to other classes of orthogonal functions.

Generally, people always have much interesting on presenting a group of geometric graphics by the common basic elements of graphic. By using Fourier-system to deal with these graphics of parametric curves, the results will be much more different from the original ones, especially at some places where there are disconnections between the sub-graphics. But the reproduction created by U-system is exactly the same as the original group of graphics. This paper gives the realization algorithm of U-system, and does some significant researches for future works.

Call For Papers
International Forum on Theory of Granular Computing from Rough Set Perspective
Nanchang in China
July 20～22, 2006
Sponsored by Nanchang Institute of Technology

Granular computing (GrC) is a general computation theory for effectively using granules such as classes, clusters, subsets, groups and intervals to build an efficient computational model for complex applications with huge amounts of data, information and knowledge. Though the label is relatively recent, the basic notions and principles of granular computing, under different names, have appeared in many related fields, such as information hiding in programming, granularity in artificial intelligence, divide and conquer in theoretical computer science, interval computing, cluster analysis, fuzzy and rough set theories, neursophic computing, quotient space theory, belief functions, machine learning, database, and many others. In past few years, we have witnessed a renewed and fast growing interest in GrC. Granular computing has begun to play important roles in bioinformatics, e-business, security, data mining, high-performance computing, and wireless mobile, computing in terms of efficiency, effectiveness, robustness, and uncertainty. These researches are effective results of Rough Set studying in recent years. So, Granular Computing should be the perspective of Rough Set development.

The 2006 international forum on theory of granular computing (IFTGrC2006) will be held at Nanchang Institute of Technology, Nanchang in China. The forum will provide researchers and practitioners a platform to explore the theory and methodologies of granular computing and to develop wide range of applications, such as data mining, soft computing, bioinformatics, e-intelligence, security, distributed computing, quantum computing and etc.

Aim and Scope

Granular computing	Applications of Granular Computing	Theory and methodologies of Granular Computing
Quantum computing	Rough set theory and applications	Rough Set Prospective
Fuzzy set theory and applications	Bioinformatics	Knowledge discovery and data mining
Machine learning	Approximate and uncertainty reasoning	Computing with words
Complexity aspects of Granular computing	Computational intelligence	Decision support systems
Evolutionary computing	Hybrid and integrated intelligent systems	Intelligent information systems
Logical aspects of soft computing	Multi-agent systems	Pattern recognition and image processing
Neural networks	Non-classical logic	Spatial reasoning

Paper Submission:

Both research and application papers are solicited. All submitted papers will be reviewed on the basis of technical quality, relevance, significance, and clarity. Please send a PDF version of your paper by May 31, 2006, via the conference email address: ftgrcrsp2006@nit.edu.cn

Paper Publication:

- The proceedings of Forum on Theory of Granular Computing from Rough Set Prospective by Journal of Nanchang Institute of Technology(Formal), Nanchang
- The Book: 《The Theory of Granular Computing——from Rough Set Prospective》 by Science Press, Beijing.
- The Proceedings of IEEE GrC2007 by the IEEE Computational Intelligence Society.

Registration:

The registration will decided by paper publication. Such as, published in Journal, Registered by Journal of Nanchang Institute of Technology, Nanchang

Published in Book, Registered by Science Press. Published in proceedings, Registration by the IEEE Computational Intelligence Society

Important Dates:

Full paper submission: May 31, 2006 Acceptance notices: June 15, 2006 Camera-ready papers: June 30, 2006

Conference: July 20～22, 2006