

基于概率模糊聚类的旋转对称点云配准

严宇阳^{1),2)} 赵明阳³⁾ 曾晓斌^{4),5)} 高楚涛⁶⁾ 严冬明^{1),2)}

¹⁾(中国科学院自动化研究所多模态人工智能系统全国重点实验室 北京 100190)

²⁾(中国科学院大学人工智能学院 北京 100190)

³⁾(中国科学院数学与系统科学研究院数学科学全国重点实验室 北京 100190)

⁴⁾(香港数理应用研究院有限公司 香港 999077)

⁵⁾(深圳市数理软件有限公司 广东 深圳 518100)

⁶⁾(深圳嘉立创科技集团股份有限公司 广东 深圳 518100)

摘 要 旋转对称性在点云配准中引入匹配歧义,导致算法出现错误收敛或陷入局部最优等问题。本文提出一种几何先验驱动的无监督点云配准框架:首先基于协方差矩阵的谱结构生成旋转主轴候选,利用侧面区域的法向量与旋转主轴近似正交的几何一致性约束,通过随机抽样与点到轴距离直方图筛选内点,回归得到鲁棒的主轴先验;随后构建旋转主轴定向的分支定界搜索,将变换参数搜索范围约束在旋转主轴的锥形邻域内以剪枝搜索空间。在工业扫描数据和开源数据集上的实验,验证了本文方法的有效性。

关键词 点云配准;旋转对称性;概率模糊聚类;协方差矩阵;随机抽样一致性

中图法分类号 TP18

DOI号 10.11897/SP.J.1016.2026.02235

Registration of Rotational Symmetry Point Clouds Based on Probabilistic Fuzzy Clustering

YAN Yu-Yang^{1),2)} ZHAO Ming-Yang³⁾ ZENG Xiao-Bin^{4),5)}

GAO Chu-Tao⁶⁾ YAN Dong-Ming^{1),2)}

¹⁾(State Key Laboratory of Multimodal Artificial Intelligence Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

²⁾(School of Artificial Intelligence, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

³⁾(State Key Laboratory of Mathematical Sciences, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

⁴⁾(Hong Kong Mathematics and Physics Applied Research Institute Ltd., Hong Kong 999077)

⁵⁾(Shenzhen Mathematical Software Co., Ltd., Shenzhen, Guangdong 518100)

⁶⁾(Shenzhen JLC Technology Group Co., Ltd., Shenzhen, Guangdong 518100)

Abstract Point cloud registration is a fundamental task in three-dimensional computer vision, reverse engineering, and intelligent manufacturing, aiming to accurately align multiple point clouds into a unified coordinate system. However, in practical industrial scenarios, a vast majority of scanned objects, such as mechanical gears and cylindrical components, exhibit significant rotational symmetry, which introduces severe correspondence ambiguity during the registration process. This inherent geometric ambiguity often misguides traditional optimization-based algorithms, such as the Iterative Closest Point and its variants, causing them to establish erroneous

收稿日期:2025-10-16;在线发布日期:2026-04-21。本课题得到国家自然科学基金重大研究计划(12494550,12494553)、北京市自然科学基金(Z240002)、水圈科学与水利工程全国重点实验室开放基金资助项目(sklhse-2024-B-02)资助。严宇阳,博士研究生,主要研究领域为生成式模型。E-mail:yanyuyang2025@ia.ac.cn。赵明阳,博士,副研究员,主要研究领域为统计机器学习,特别关注概率建模和几何估计。E-mail:zhaomingyang@amss.ac.cn。曾晓斌,硕士,工程师,主要研究领域为计算机辅助设计与深度学习。高楚涛,学士,主要研究领域为先进离散制造、企业信息化系统和企业资源计划系统。严冬明(通信作者),博士,研究员,中国计算机学会(CCF)杰出会员,主要研究领域为计算机图形学、计算机视觉、几何处理和模式识别。E-mail:dongming.yan@nlpr.ia.ac.cn。

feature matches and inevitably become entrapped in incorrect local minima. The problem is further exacerbated in real-world environments because industrial point clouds typically suffer from high-intensity sensor noise, structural occlusions, and local geometric imperfections caused by manufacturing defects, making reliable alignment exceedingly difficult. Furthermore, while recent data-driven deep learning methods have shown promise, they heavily rely on massive amounts of identically distributed training data. To address these critical challenges, this paper proposes a novel, interpretable, and geometric prior-guided unsupervised point cloud registration framework specifically designed for objects of rotational symmetry. The framework consists of three stages. First, to overcome the instability of traditional principal component analysis in the presence of noise and missing regions, the algorithm estimates a robust rotational axis prior by leveraging the intrinsic spectral structure of the point cloud's covariance matrix. To further enhance reliability, a geometric consistency constraint is introduced based on the observation that surface normals in the lateral regions of the object are approximately orthogonal to the true rotational axis. By combining this orthogonality constraint with a random sampling strategy and a point-to-axis distance histogram to filter out outliers and identify dominant symmetric structures, a highly robust rotational axis prior is successfully regressed. Second, based on this reliable prior, an innovative directional Branch-and-Bound global optimization strategy, termed Axial-BnB, is developed for coarse registration. Instead of exploring the entire $SO(3)$ rotational space, the proposed method restricts the search for transformation parameters to a highly constrained conical neighborhood centered around the estimated rotational axis. To accommodate potential minor deviations in the initial axis estimation, an adaptive expansion strategy is incorporated, allowing the search radius to gradually enlarge as the rotation angle increases, which significantly prunes the search space, boosts computational efficiency, and drastically reduces symmetry-induced ambiguity while strictly preserving the ability to approach the global optimum. Third, following the coarse alignment, a fine registration stage based on fuzzy clustering is employed to achieve high-precision alignment. By representing the dense point cloud with a sparse set of cluster centers and their corresponding covariance matrices, the method efficiently captures the local geometric trends and structural anisotropy, subsequently refining the pose parameters through a gradient descent optimization. Comprehensive experiments conducted on challenging public datasets and industrial-scenario scanned point clouds validate that the proposed method significantly outperforms existing traditional optimization algorithms and demonstrates vastly superior zero-shot generalization compared to contemporary deep learning models. This training-free, highly interpretable, and efficient framework successfully provides a robust solution for the precise registration of rotational symmetry point clouds, showcasing application potential in automated manufacturing.

Keywords point cloud registration; rotational symmetry; probabilistic fuzzy clustering; covariance matrix; random sample consensus

1 引 言

点云配准(Point Cloud Registration)是三维几何处理的基础问题之一,在计算机图形学、计算机视觉、机器人学等领域具有广泛应用^[1-3]。其目标是在未知对应关系的条件下,估计一组空间变换参数(旋

转矩阵和平移向量),以实现两个点云的精确对齐。稳定可靠的配准结果是三维重建等下游任务的关键。

在工业制造与逆向工程等场景中,待变换的点云通常由仪器扫描获得,目标位姿的点云来源于计算机辅助设计(Computer-Aided Design, CAD)模型采样,具有规则几何结构与显著对称性^[4-5]。规则的

结构可以提供先验约束;但局部几何结构的重复会降低特征对应的准确性。以迭代最近点(Iterative Closest Point, ICP)及其变体^[6]为例,其在一般对象上可正确收敛,但在具有显著旋转对称性的工业 CAD 模型扫描点云(后文简称 CAD 点云)上,目标函数往往包含多个局部最优解,算法易出现错误收敛而陷入局部最优,表现为全局初步对齐但局部对应错误(如图 1 所示)。

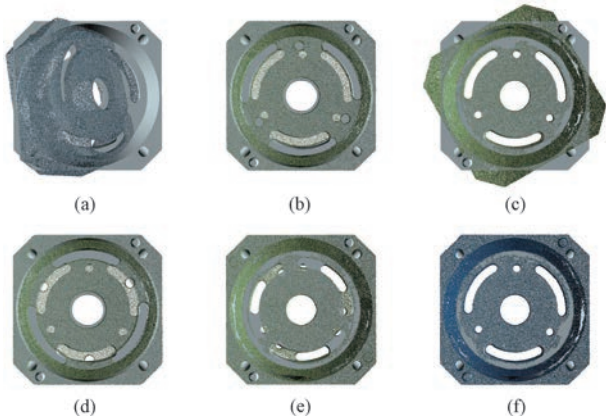


图 1 旋转对称性导致的不同配准结果图

(灰色 CAD 模型的外框轮廓具有 C_4 ^[13] 旋转对称性,而内部通孔结构则呈现 C_3 ^[13] 旋转对称性。这导致不同方法或不同初始化可能收敛到不同的错误位姿。图(a)为初始位姿,图(b)至图(e)展示受对称性影响而收敛到不同局部最优的结果。图(f)为正确的配准结果,稀疏点云与灰色模型准确对齐)

针对对称性问题的研究大致分为两类:一类方法通过传统几何或数据驱动的特征提取来增强局部描述能力,以构建更稳健的对应关系^[7-9]。但对于旋转对称模型,由于局部几何特征高度重复,错误的对应关系在所难免。另一类方法尝试显式地描述对称性信息^[10-14]。例如,PRS-Net^[11]通过无监督训练提取如圆柱面等结构的旋转轴。文献[12]在已知对称类型的前提下估计对称轴阶数与轴间角度。文献[14]从统计分析角度研究三维点云的旋转对称性,证明在一般条件下旋转轴可由协方差矩阵的谱结构确定,并在退化情形下通过高阶张量收缩恢复轴方向。然而,该方法完全依赖点云的全局统计量(可视为对主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)特征方向的选择与扩展)。当扫描数据受到离群点、遮挡以及局部非对称结构的影响时,点云整体统计特性受到干扰,难以获得稳定可靠的旋转轴。更为关键的是,现有研究多侧重于对称性检测本身,而如何将这不完美的对称性先验有效融入点云配准过程,以主动消除旋转对称性引发的局部最优问

题,仍缺乏系统性的研究。另一方面,一些端到端的方法尝试通过神经网络直接实现点云配准,以避免显式建模。其在特定数据集上表现优异,但通常依赖大规模、同分布的训练数据,面对分布外的数据时泛化能力有限(相关文献在后文讨论)。

基于上述分析,本文的出发点并非对点云对称结构进行完整建模,而是在不依赖数据驱动范式的前提下,提取可解释且鲁棒的旋转对称先验并将其用于约束点云配准的求解过程。本文通过统计分析法获得候选旋转轴,然后引入几何一致性约束实现旋转主轴的稳健估计。在此基础上,构建基于旋转主轴定向的分支定界(Branch-and-Bound, BnB)搜索以剪枝目标空间,随后通过基于模糊聚类的精配准获得高精度对齐。本文的主要贡献包括:

(1)提出一种不依赖数据驱动的无监督点云配准框架,通过显式引入可解释的几何先验约束全局求解过程,实现精确的点云配准。

(2)设计一种融合统计分析法与法向一致性约束的旋转主轴估计方法,在噪声、残缺与局部非对称结构存在时能鲁棒地提取旋转主轴,为后续全局搜索提供有效约束。

(3)提出基于旋转主轴先验的定向分支定界(Axial-BnB),将求解范围限制在旋转主轴的锥形邻域内,实现对搜索空间的剪枝,降低计算开销且提升配准质量。

2 相关工作

2.1 传统优化方法

在点云配准任务中,如果已知点对之间的对应关系,则可给出该问题的闭形式解^[15-16]。但在实际应用场景中,点对之间的对应关系是未知的。传统的点云配准方法主要致力于构建点对之间的对应关系进而实现配准。这些方法通过设计不同的优化模型来实现目标,具体情况包括:

基于最近点对应的方法:ICP^[17]算法是点云配准领域最具代表性的方法之一。经典的 ICP 算法的配准效果很大程度上依赖于初始位姿的准确性,且对噪声和低重叠率情况较为敏感。针对上述的局限性,研究者们提出多种改进方法。在重叠率较低的配准场景中,剪枝迭代最近点(Trimmed ICP, Tr-ICP)^[18]通过引入截断最小二乘(Least Trimmed Squares)显著扩大算法的适用范围。广义迭代最近点(Generalized ICP, G-ICP)^[19]将点到点和点到平面两种

目标度量统一到概率框架下,进一步增强算法的鲁棒性。CobigICP^[20]通过引入相关熵的误差度量作为噪声模型以排除离群点。基于范数距离损失^[21],基于几何特征优化^[22],基于一致性聚类^[23]等改进方法在不同应用场景中展现出优越性能。这些改进方法的核心思想是通过构建最优近邻点对来描述点云间的对应关系,采用迭代优化的方式逐步调整空间变换参数,最终实现点云配准。尽管 ICP 及其变体应用广泛,但其依赖局部最近邻搜索的特性,在面对旋转对称模型时,因对称性歧义导致错误的点对匹配而收敛至局部最优解。

基于概率函数对应的方法:相干点漂移(Coherent Point Drift, CPD)^[24]及其相关变体^[25-27],以及三维的正态分布变换(Normal Distributions Transform, NDT)^[28]等方法为代表的概率配准范式。CPD 将点云配准问题转化为概率密度估计问题,通过对点云构建高斯混合模型(Gaussian Mixture Model, GMM),用期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法交替优化形变参数与噪声方差;NDT 方法则将参考点云划分为若干单元格,并用多维正态分布来描述每个单元格中点云的分布特征从而实现配准。LSG-CPD^[25]引入点云的法向量和曲率特征,通过自适应调整点到平面的惩罚项,在目标点云上构建具有各向异性的协方差。实验表明,LSG-CPD 在精度和鲁棒性上均优于 CPD 等算法。基于概率函数对应的方法核心是通过概率函数建模点对之间的对应关系,将传统的最近点一对一(硬)匹配扩展为基于概率的软对应,有效处理点云对应关系的不确定性,提升配准的鲁棒性。

基于模糊隶属度对应的方法:基于模糊聚类的点云配准^[29]利用模糊隶属度描述点对之间的对应关系。通过模糊聚类得到的协方差矩阵能够提取点云的局部特征,从而低成本地描述点云。但基于模糊聚类的配准方法在处理不同规模点云及复杂场景时仍存在局限性。相比于早期的基于模糊 C 均值(FCM)聚类^[30]的度量,FuzzyPSReg^[31]提出一种基于 GK 模糊聚类^[32]的目标函数。该函数能够度量各向异性的几何信息,对点云间的小尺度错位更加敏感。FuzzyPSReg 设计两种全局优化策略:FuzzyPSReg-SS 和 FuzzyPSReg-O2S。前者适用于高效精确地对齐尺度相近的点云,后者能够处理尺度差异较大的点云,并可用于复杂场景中的物体位姿估计。在算法原理上,模糊隶属度与似然概率具有一定的相似性,但基于模糊聚类的方法能够提取更丰

富的点云局部信息,从而在配准任务中表现出更高的可靠性。虽然算法通过模糊隶属度提升对噪声的鲁棒性,但其模糊化的对应关系在面对如 CAD 点云等对称结构时,会加剧对应的不确定性,若无良好的初始对齐与合理的搜索策略,其优化结果易因对称性陷入局部最优。因此,本文工作针对性地改进初始对齐策略与全局搜索策略来应对这一挑战,旨在弥补上述方法在处理旋转对称性点云上的不足。

基于迭代随机采样的方法:以随机抽样一致性(Random Sample Consensus, RANSAC)^[33]为代表的一系列文献^[34-35],通过随机抽样的方式生成假设变换,并依据内点个数,置信度等策略寻找最优变换,以此实现点云配准。此类方法能够在一定程度上克服局部最优解的问题。但基于迭代采样的方法也存在一些弊端。例如,RANSAC 的运行效率高度依赖数据中的内点比例。当离群点较多时,抽样到内点的概率显著降低,需要进行大量的迭代采样才能找到可靠的估计,计算成本显著增加。而且由于其随机抽样的特性,每次运行结果可能存在差异,在实际应用场景中的算法稳定性有待提高。

基于全局优化的方法:Teaser++^[36]采用解耦方案,通过最小化对应点之间的截断最小二乘距离来实现点云的匹配。相较于局部优化算法,它可以在更广泛的搜索空间中找到更优的变换结果,但是其性能会受到对应质量的影响。对称的点云结构会显著误导算法构建的对应点约束,导致错误地估计变换矩阵并降低配准精度。

2.2 深度学习方法

随着深度学习的发展,深度学习方法已被广泛应用于点云配准领域^[37-40]。PointNetLK^[41]通过 PointNet^[42]将点云映射至高维空间并提取全局特征,随后基于 Lucas & Kanade(LK)^[43]算法完成配准。Huang 等人^[44]提出的半监督特征度量配准方法,通过最小化无对应关系的特征度量投影误差来实现点云配准。3DRegNet^[45]通过网络分类点对的对应关系为内点或外点来实现对齐。文献^[46-47]采用网络进行点云置信度估计,从而拒绝离群点并计算变换矩阵。OMNet^[48]提出一种基于点云重叠区域预测的端到端迭代网络,用来学习重叠掩码并拒绝非重叠区域,将局部到局部配准转换为相同形状的配准。GeoTransformer^[49]通过编码成对距离和具有刚体变换不变性的三元角度来学习几何特征,在低重叠场景下表现优异。然而,基于数据驱动的方法通常依赖大规模数据进行训练,而 CAD 点云的数据量有限,

制约了其应用领域。此外,神经网络在分布外场景下的泛化能力不足,仍是当前亟待解决的关键问题。

3 方 法

点云配准旨在寻找一个最优的刚体变换(即旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 与平移向量 $\mathbf{T}$)以最小化两个点云之间的对齐误差,其目标函数定义为最小化所有对应点对距离的平方和:

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sum_i^N \|\mathbf{R}\mathbf{p}_i + \mathbf{T} - \mathbf{q}_i\|^2 \quad (1)$$

其中, N 为对应点数量, $\mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{q}_i$ 分别为移动点云 $\mathbf{P}$ 与固定点云 $\mathbf{Q}$ 上的一组对应点。在本文的目标场景中,固定点云 $\mathbf{Q}$ 作为目标位姿的参考,来源于 CAD 设计模型的采样,其结构完整且在配准过程中位姿保持不变;移动点云 $\mathbf{P}$ 来源于传感器采集,初始位姿未知。本文的目标是估计变换参数,使移动点云 $\mathbf{P}$ 在空间中与固定点云 $\mathbf{Q}$ 对齐。

经典的 ICP 算法通过迭代搜索最近邻点来逐步优化变换参数。但此类方法面临着精度与效率的权衡。虽然高密度点云能提供丰富的几何细节以保证配准精度,但同时也会显著增加最近邻搜索和目标函数的计算成本。基于模糊聚类的点云配准方法仅通过少量的聚类中心及其对应的协方差矩阵来建立紧凑的点云概率模型,为解决上述问题提供一种有效范式。然而,当处理旋转对称的 CAD 点云时,模糊化的对应关系会导致算法陷入局部最优解。本文的核心思想是通过引入具有物理意义的几何先验引导全局搜索,从而解决旋转对称性带来的问题,实现点云的精确配准。

本节首先简要回顾基于模糊聚类的点云配准框架^[29,31],随后详细阐述本文针对旋转对称性设计的优化策略。为确保论述清晰,后续内容将遵循表 1 的符号约定。

表 1 符号约定

符号	意义
N_M	移动点云中点的数量
N_F	固定点云中点的数量
N_C	聚类中心数量
$\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_i, i = 1, \dots, N_M\}$	移动点云,其中 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$
$\mathbf{Q} = \{\mathbf{q}_i, i = 1, \dots, N_F\}$	固定点云,其中 $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^3$
$\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_i, i = 1, \dots, N_C\}$	固定点云聚类中心,其中 $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^3$
$\lambda = (\mathbf{r}, \mathbf{t}) \in \text{se}(3)$	刚性配准对应的三维变换($\mathbf{r} = \theta\boldsymbol{\alpha}$ 以轴角法表示旋转, θ 表示角度, $\boldsymbol{\alpha}$ 表示归一化后的旋转轴)
$T(\lambda, \mathbf{p}_i)$	经过 λ 对应的三维变换后点 $\mathbf{p}_i$ 的坐标
$\mathbf{I}$	单位阵

3.1 模糊聚类

基于模糊对应的方法因其固有的抗噪性能、宽收敛范围以及对最近邻搜索的回避而成为一种有效的技术路径。作为一种无监督的优化策略,其完全避免了数据依赖性和泛化性问题。

如图 2 所示,模糊聚类包括两种经典的聚类策略,FCM 模糊聚类采用欧氏距离,其模型是各向同性的,因此聚类结果倾向于球状簇,而 GK 模糊聚类为每个簇单独计算协方差矩阵,引入自适应的距离度量,能够拟合点云的局部趋势,描述各向异性的几何结构。本文的研究目标是包含平面、柱面等具有明确方向性几何特征的 CAD 点云,GK 模糊聚类能够更好地表征这些局部几何方向性,因此在本问题中优于 FCM 模糊聚类。GK 模糊聚类的目标函数定义为

$$\left\{ \begin{aligned} J_{gk}(\mathbf{Q}, \mathbf{C}) &= \sum_{j=1}^{N_F} \sum_{i=1}^{N_C} \omega_{ij}^a (\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i)^T \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i) \\ \mathbf{c}_i &= \sum_{j=1}^{N_F} \omega_{ij}^a \mathbf{q}_j / \sum_{j=1}^{N_F} \omega_{ij}^a \\ \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} &= \det(\mathbf{K}_i)^{1/D} \mathbf{K}_i^{-1} \\ \mathbf{K}_i &= \sum_{j=1}^{N_F} \omega_{ij}^a (\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i)(\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i)^T / \sum_{j=1}^{N_F} \omega_{ij}^a \end{aligned} \right. \quad (2)$$

其中, $\omega_{ij} = \sum_{k=1}^{N_C} (\|\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i\|^2 / \|\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_k\|^2)^{\frac{1}{1-a}}$ 是点 $\mathbf{q}_j$ 到聚类中心 $\mathbf{c}_i$ 的模糊隶属度, a 是模糊因子,通常取 2。 $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 是第 i 个模糊聚类的模糊协方差矩阵。 $\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}$ 代表 $\mathbf{c}_i$ 对应的范数诱导矩阵(norm-induced matrix)。 D 为数据维度,本文取 3。

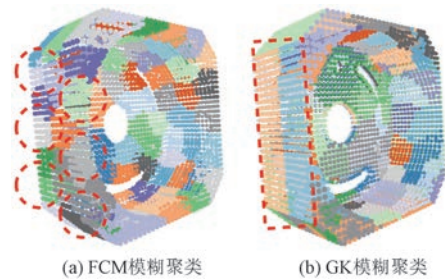


图 2 CAD 点云模糊聚类效果图

(FCM 模糊聚类的结果更偏向球形,

而 GK 模糊聚类的结果更偏向局部几何形状)

当 $\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} = \mathbf{I}$ 时,目标函数退化为欧氏距离^[30];当 $\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} = \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T$ 时,其表示点到平面的投影距离;当 $\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} = \text{Cov}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})^{-1}$ 时,其表示马氏距离(本文中使用时模

糊形式变体^[31]。该方法采用迭代优化策略实现无监督聚类,其数学框架与 EM 算法具有相似性。基于迭代求解得到的 N_C 个聚类中心 $\mathbf{c}_i$ (通常 $N_C \in [80, 100]$) 及其对应的范数诱导矩阵 Σ_i^{-1} , 可以显著降低高密度点云的数据量。在此基础上, GK 模糊聚类的目标函数可以重构为衡量变换后的 $T(\lambda, \mathbb{P})$ 与 $\mathbb{Q}$ 之间的点云对齐误差度量

$$J_{gk}(\mathbb{P}, \mathbb{C}) = \sum_{i=1}^{N_C} \sum_{j=1}^{N_M} \omega_{ij}^a (T(\lambda, \mathbf{p}_j)) \|T(\lambda, \mathbf{p}_j) - \mathbf{c}_i\|_{\Sigma_i^{-1}}^2 \quad (3)$$

由于对公式(3)所示的目标函数直接进行后续优化较为困难,采用文献[50]的引理进行放缩处理,得到公式

$$J_{gk}(\mathbb{P}, \mathbb{C}) = \sum_{j=1}^{N_M} \left[\sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{\|T(\lambda, \mathbf{p}_j) - \mathbf{c}_i\|_{\Sigma_i^{-1}}^2} \right]^{-1} \quad (4)$$

经过放缩处理的公式(4)具有可微性,可以为后续精配准阶段提供梯度信息。

3.2 粗配准

针对上述的非线性优化问题,本文采用 BnB 算法作为粗配准框架。该方法的优势在于它是一种强大的全局优化框架,可用于解决非凸和多峰的优化问题^[51]。BnB 算法已在点云配准中展现出卓越性能^[29, 31, 52-53]。本研究的优化目标是在三维刚体变换群 $SE(3)$ 上最小化公式(4),而 $SE(3)$ 上的变换可由 6 自由度参数表示:采用轴角法表示的 3 个旋转参数和 3 个平移参数。由于扫描点云数据相对完整,本文首先通过对齐两点云的质心来初始化平移向量,从而将粗配准阶段平移分量与旋转分了解耦,计算公式为

$$\mathbf{t} = \overline{\mathbf{Q}} - \overline{\mathbf{P}} \quad (5)$$

将初始旋转参数立方体定义为 $\mathbf{C}_r$, 在分支过程中,

BnB 算法利用八叉树结构,递归地将一个旋转参数立方体划分为八个子立方体。在 $\mathbf{C}_r$ 作用下, $J_{gk}(\mathbb{P}, \mathbb{C})$ 的上下界无闭式解,需要进行放缩。参考文献[52]给出如下引理:

引理 1^[52]. 给定一个点 $\mathbf{p}_j$ 和一个旋转参数立方体 $\mathbf{C}_r$ (边长为 $2\sigma_r$, 中心为 $\mathbf{r}_0$), 对于 $\forall \mathbf{r} \in \mathbf{C}_r$, 有以下结论:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{fuzzy} &= \|\mathbf{R}(\mathbf{r})\mathbf{p}_j - \mathbf{R}(\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_j\| \leq \\ 2\sin\left(\min\left(\frac{\sqrt{3}\sigma_r}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right) \|\mathbf{p}_j\| &\doteq \gamma_r(\mathbf{p}_j) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{R}(\mathbf{r})$ 表示 $\mathbf{r}$ 对应的旋转变换矩阵。在以 $\mathbf{r}_0$ 为中心, 不确定性半径为 $\gamma_r(\mathbf{p}_j)$ 的 $\mathbf{C}_r$ 作用下, 距离损失 J_{gk} 的上界和下界分别记为 J_{upp} 和 J_{low} 。

$$\begin{cases} J_{upp}(\mathbf{p}_j) = J_{gk}(\lambda_0, \mathbf{p}_j) \\ J_{low}(\mathbf{p}_j) = \begin{cases} 0, & \text{if } D_{ij} - \gamma_r(\mathbf{p}_j) \leq 0 \\ \left(\sum_{i=1}^{N_C} [D_{ij} - \gamma_r(\mathbf{p}_j)]^{\frac{2}{1-a}} \right)^{1-a}, & \text{else} \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $D_{ij} = \|T(\lambda, \mathbf{p}_j) - \mathbf{c}_i\|$ 。文献[29, 31]提出了上述目标函数以及由粗到精的配准框架。然而, 当基于 GK 模糊聚类配准框架直接应用于具有高度对称性的 CAD 点云时, 模糊化的对应关系与不确定性半径约束的上下界会加剧目标度量的歧义性, 导致优化过程错误地收敛于局部最优解, 难以获得正确的配准结果。为解决此问题, 本文首先在粗配准中引入可解释的旋转主轴先验, 对搜索空间进行显式约束与剪枝: 3.2.1 节和 3.2.2 节将给出旋转主轴的稳健估计方法以及基于主轴定向的 BnB 策略; 第 3.3 节在粗配准结果的基础上进一步通过公式(4)的可微性进行精配准。整体算法流程如图 3 所示。

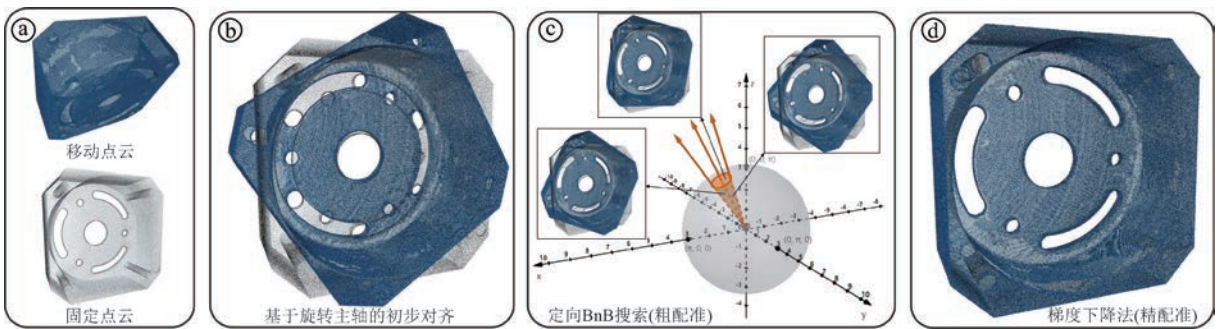


图3 算法流程图

3.2.1 旋转主轴估计

在 CAD 点云配准任务中, 可靠的旋转主轴先

验能够显著减少粗配准阶段搜索的冗余计算, 并有效解决对称性导致的局部最优问题。在本文场景

中,直接采用 PCA 从点云坐标的二阶统计量中提取主要方向存在两个根本性局限:其一,PCA 的结果是方差意义下的方向集合,无法直接确定目标旋转主轴;其二,真实 CAD 点云并非理想旋转体,设计中的局部非对称结构以及扫描过程中的噪声与残缺会扰动点云统计特性,导致主方向发生偏移^[54]。旋转主轴估计结果见图 4。文献[14]证明在一般条件

下点云旋转轴方向与协方差矩阵的谱结构的对应关系,退化情形可借助高阶统计量恢复轴向向量,本文受限于篇幅不做完整的重述,直接采用其结论生成候选轴。令目标点云为 $\mathbb{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N_X}$, 质心为 $\mathbf{c}_X =$

$$\sum_{i=1}^{N_X} \mathbf{x}_i / N_X, \text{ 则点云的协方差矩阵为}$$

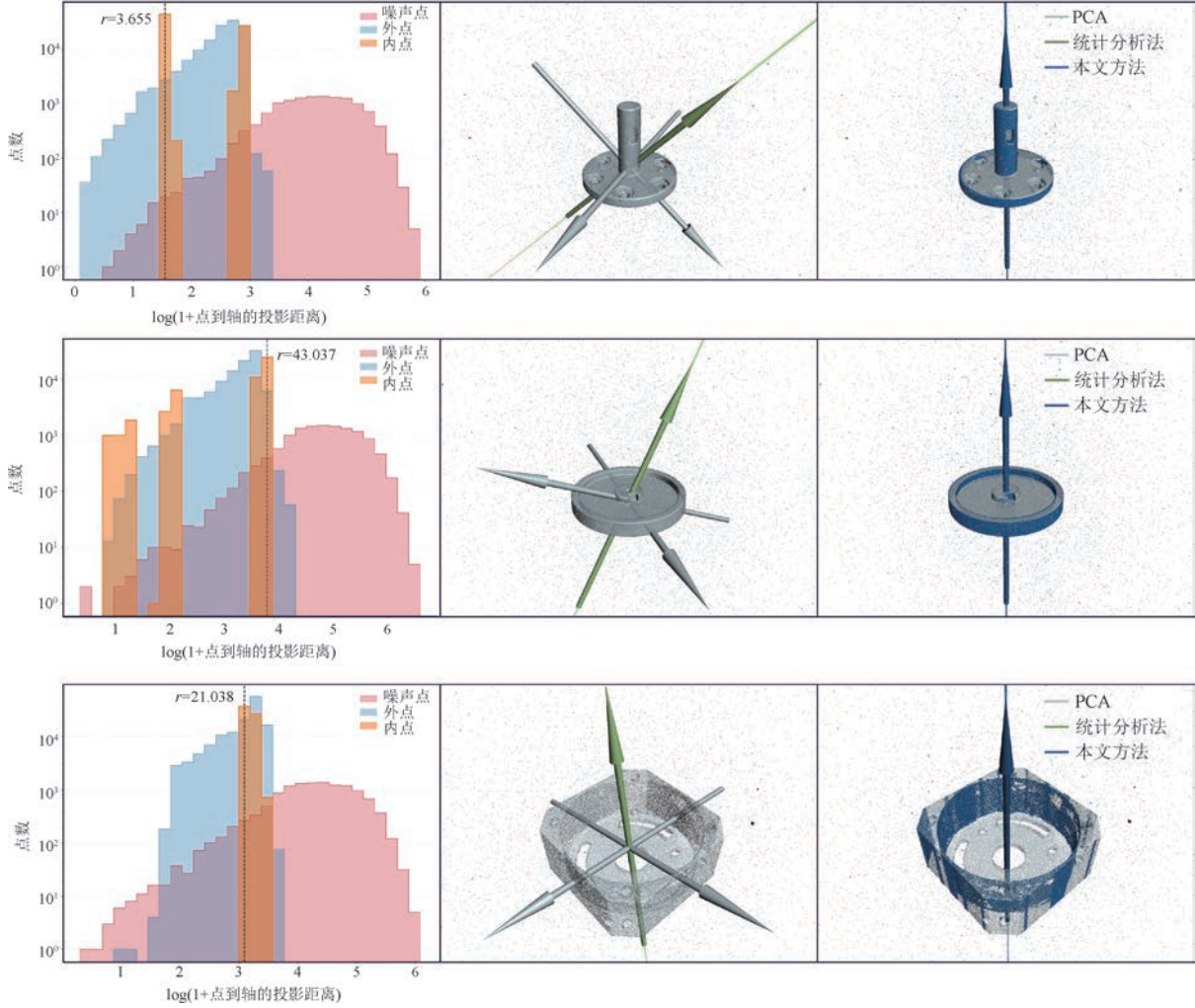


图4 旋转主轴与内点估计效果图

(灰色稀疏点云为 CAD 点云,灰色箭头为 PCA 结果,绿色箭头为统计分析法^[14]结果,深蓝色点云为本文方法提取的内点,深蓝色箭头为本文方法得到的旋转主轴)

$$\mathbf{C}_X = \frac{1}{N_X} \sum_{i=1}^{N_X} (\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)(\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)^T \quad (8)$$

对 $\mathbf{C}_X$ 进行特征值分解并根据文献[14]的结论得到候选轴集合 $\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^K$, 其中 $\|\mathbf{u}_k\| = 1$ 。由于侧面区域法向量与旋转轴近似正交,因此依据候选轴可以过滤近似平行的法向量。设每个点的单位法向量为 $\mathbf{n}_i$, 则过滤后的法向量集合为

$$\mathbf{N}_{in} = \{\mathbf{n}_i \mid \angle(\mathbf{n}_i, \mathbf{u}_k) \in [90 - \theta_g, 90 + \theta_g]\} \quad (9)$$

其中, θ_g 为正交性判别阈值,本文取 45° 。在 $\mathbf{N}_{in}$ 上迭代抽样法向量对 $\mathbf{n}_p, \mathbf{n}_q$, 并构造预测轴

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{n}_p \times \mathbf{n}_q}{\|\mathbf{n}_p \times \mathbf{n}_q\|} \quad (10)$$

然后利用点到轴的距离分布筛选内点,以抑制噪声与局部非对称结构的点。对满足法向一致性约束的点 $\mathbf{x}_i$ 计算到预测轴 $\mathbf{v}$ 的投影距离

$$d(\mathbf{x}_i) = \|(\mathbf{I} - \mathbf{v}\mathbf{v}^T)(\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)\| \quad (11)$$

构建一维直方图 $h(d)$ 。模型中符合旋转对称的点到旋转轴的距离应在物体主要旋转半径附近高度集中,因此 $h(d)$ 往往呈现一个或少数几个显著峰值;而来自噪声或局部非对称结构的点,其距离分布更分散,对应次要峰值。本文选择直方图中前 K 个峰值 $\{\hat{r}_k\}_{k=1}^K$ 作为候选半径(K 本文取 3~5),并在每个峰值附近以窗口宽度 δ 选取内点

$$\mathbb{I}_{in} = \{i \mid |d(\mathbf{x}_i) - \hat{r}_k| \leq \delta, \exists k \in 1, 2, \dots, K\} \quad (12)$$

在经过多次抽样迭代的最优内点集合上进一步求解旋转主轴,目标函数为

$$\operatorname{argmin}_{\|\mathbf{v}\|=1} \sum_{i \in \mathbb{I}_{in}} (\mathbf{n}_i^T \mathbf{v})^2 \quad (13)$$

令 $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{|\mathbb{I}_{in}| \times 3}$ 为内点法向量按行堆叠的矩阵,则目标函数可写成

$$\operatorname{argmin}_{\|\mathbf{v}\|=1} \sum_{i \in \mathbb{I}_{in}} (\mathbf{n}_i^T \mathbf{v})^2 = \operatorname{argmin}_{\|\mathbf{v}\|=1} \mathbf{v}^T (\mathbf{N}^T \mathbf{N}) \mathbf{v} \quad (14)$$

因此上述优化目标等价于求解瑞利商问题,即

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{N}^T \mathbf{N}}{|\mathbb{I}_{in}|} \quad (15)$$

求 $\mathbf{M}$ 最小特征值对应特征向量 $\hat{\mathbf{v}}$ 。上述方法被总结到算法 1。基于上述旋转主轴估计方法,分别获取移动点云和固定点云的旋转主轴方向向量。为实现点云的初始对齐,采用罗德里格斯旋转公式,将移动点云跟随估计得到的旋转主轴进行旋转,使其与固定点云的旋转主轴方向对齐,从而完成基于旋转主轴的初步对齐。由于旋转主轴的估计存在方向模糊性,即轴向量 $\hat{\mathbf{v}}$ 与 $-\hat{\mathbf{v}}$ 在几何上等价,这可能导致初始对齐出现镜像偏差。本文额外评估一个沿轴向量 $-\hat{\mathbf{v}}$ 变换的候选位姿,通过比较两种初步对齐状态下的配准误差,选择误差较小者作为最终的初始对齐。

罗德里格斯旋转公式描述为:设待旋转向量为 $\mathbf{x}_i$, 旋转轴的单位向量为 $\hat{\mathbf{v}}$, 旋转角度为 θ , 旋转后的向量 $\hat{\mathbf{x}}_i$ 表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \cos\theta \mathbf{x}_i + \sin\theta (\hat{\mathbf{v}} \times \mathbf{x}_i) + (1 - \cos\theta) (\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{x}_i) \hat{\mathbf{v}} \quad (16)$$

算法 1. 旋转主轴估计

输入:

点云: $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N_X}$
 法向量: $\mathbf{N} = \{\mathbf{n}_i\}_{i=1}^{N_X}$
 正交性判别阈值: θ_g
 直方图峰值选取数: K
 直方图窗口宽度: δ

最大抽样迭代次数: $T_{\max}$

输出:

旋转主轴: $\hat{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^3, \|\hat{\mathbf{v}}\| = 1$

BEGIN

//计算点云质心 $\mathbf{c}_X$

$$1. \quad \mathbf{c}_X = \frac{1}{N_X} \sum_{i=1}^{N_X} \mathbf{x}_i$$

//构造协方差矩阵

$$2. \quad \mathbf{C}_X = \frac{1}{N_X} \sum_{i=1}^{N_X} (\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)(\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)^T$$

//对 $\mathbf{C}_X$ 计算特征值和特征向量

$$3. \quad \mathbf{C}_X \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j$$

//从 $\mathbf{C}_X$ 统计分析得到候选轴^[14]

$$4. \quad \mathbf{U} \leftarrow \mathbf{C}_X$$

5. FOR 每个候选轴 $\mathbf{u}_k \in \mathbf{U}$ DO

//筛选侧面点集

$$6. \quad \mathbf{N}_{in} = \{\mathbf{n}_i \mid \angle(\mathbf{n}_i, \mathbf{u}_k) \in [90 - \theta_g, 90 + \theta_g]\}$$

7. 最大内点数 $n_{\max} = 0$, 最优轴 $\mathbf{v} = \emptyset$

8. FOR $t = 1$ TO $T_{\max}$ DO

//随机选择两条法向量

$$9. \quad \mathbf{n}_p, \mathbf{n}_q \in \mathbf{N}_{in}$$

//构造候选旋转轴

$$10. \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{n}_p \times \mathbf{n}_q}{\|\mathbf{n}_p \times \mathbf{n}_q\|}$$

//构建点到轴距离直方图

$$11. \quad d(\mathbf{x}_i) = \|(\mathbf{I} - \mathbf{v}\mathbf{v}^T)(\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_X)\|$$

//通过直方图筛选内点

$$12. \quad \mathbb{I}_{in} = \{i \mid |d(\mathbf{x}_i) - \hat{r}_k| \leq \delta, \exists k \in 1, \dots, K\}$$

13. IF $|\mathbb{I}_{in}| > n_{\max}$ THEN

$$14. \quad n_{\max} = |\mathbb{I}_{in}|$$

15. END IF

16. END FOR

17. END FOR

//计算旋转主轴

$$18. \quad \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j, \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$$

$$19. \quad \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_1$$

20. RETURN $\hat{\mathbf{v}}$

END

3.2.2 定向 BnB 搜索

如图 5(a) 所示,在轴角法表示下,整个三维正交变换群可以用一个以原点为中心、半径为 π 的实心球紧凑地描述。在基于旋转主轴的初步对齐后,可将搜索空间由球形降维至沿主轴 $\hat{\mathbf{v}}$ 方向的一维直线空间,从而显著提升搜索效率。然而,由于实际应用中估计的主轴仍可能存在一定误差,而在轴角表示法中,旋转角度 θ 越大(对应于沿一维直线空间中离原点越远的位置),累积的旋转误差

就越大。为解决此问题,本文引入渐进式约束策略:随着旋转角度 θ 增大,动态调整搜索范围。设初始搜索半径为 r_0 , 角度增量为 $\Delta\theta$, 搜索范围的扩展系数为 β , 则在旋转角度为 $\theta = n\Delta\theta$ 时, 搜索半径 r_n 表示为

$$r_n = r_0 + \beta \cdot n \cdot \Delta\theta \quad (17)$$

基于上述策略, 本文将分支定界全局优化策略的搜索空间约束在以旋转主轴为中心轴的锥形邻域空间中。如图 5(b) 所示, 该空间以旋转主轴为中心, 切向的搜索半径 r_n 随旋转角度 θ 的增加 (即远离 SO(3) 空间原点) 而根据公式 (17) 逐渐扩展。相较于经典 BnB 算法实心球形的搜索空间, 优化后的锥形搜索空间既充分利用旋转主轴的物理意义作为几何先验信息, 又能在一定程度上容忍因主轴估计误差而导致的旋转偏差, 提升配准精度与效率。

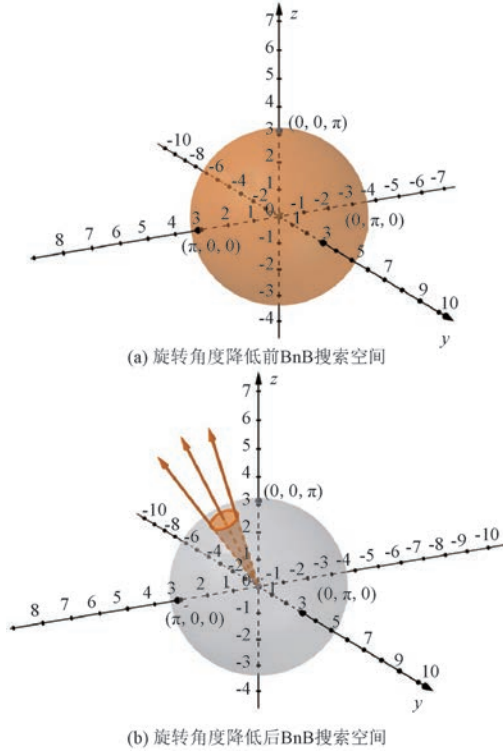


图 5 搜索空间对比图
(橘黄色代表所需搜索空间)

3.3 精配准

在精配准阶段, 当扫描点云的残缺率和噪声水平较低时, ICP 及其变体表现良好。然而, 实际场景采集得到的点云存在前文所述的诸多挑战。因此, 本文采取梯度下降法来精确优化目标函数, 依据李群与李代数等知识, 推导目标函数的梯度向量 $\nabla J_{gk} = (g^{(1)}, g^{(2)}, \dots, g^{(6)})^T$ 为

$$\begin{cases} g^{(k)} = \sum_{j=1}^{N_M} 2Q_j(\lambda)^2 \sum_{i=1}^{N_C} \|T(\lambda, p_j) - c_i\|_{\Sigma_i^{-1}}^{-2} \\ \quad (T(\lambda, p_j) - c_i)^T \Sigma_i^{-1} \delta p_j^{(k)} \\ Q_j(\lambda) = \left[\sum_{i=1}^{N_C} \|T(\lambda, p_j) - c_i\|_{\Sigma_i^{-1}}^{-2} \right]^{-1} \\ \delta p_j^{(k)} = \begin{cases} -[R(r)p_j]^{\wedge} J_l, k=1, 2, 3 \\ 1, k=4, 5, 6 \end{cases} \\ J_l = \frac{\sin\theta}{\theta} I + \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right) \alpha\alpha^T + \frac{1 - \cos\theta}{\theta} [\alpha]^{\wedge} \end{cases} \quad (18)$$

其中, $g^{(k)}$ 表示目标函数雅可比矩阵的第 k 个元素 ($k=1, 2, \dots, 6$), J_l 表示左雅可比矩阵, $[\cdot]^{\wedge}$ 运算符表示取向量的反对称矩阵。 $R(r)$ 表示 r 对应的旋转变换矩阵。

4 实验与分析

本节对所提出的方法与现有的点云配准技术进行全面的实验与对比分析。本文选取点云配准领域中 5 种具有代表性的非数据驱动方法进行比较: 基于最近点对应的 G-ICP^[19], 基于模糊聚类的 Fuzzy-PSReg^[31], 基于截断最小二乘半正定松弛的 Teaser++^[36], 基于启发式引导的 HERE^[55] 和基于最大团的 TurboReg^[56]。

深度学习方法通常在其训练数据的同分布数据集上表现优异, 但其性能往往依赖于大规模的训练数据; 相比之下, 本文的核心贡献在于探索一种不依赖数据驱动、能够在通用计算平台上高效运行且可解释性强的算法, 旨在利用模型内在的对称性信息来解决匹配歧义问题。因此, 本文进一步引入 Geo-Transformer^[49] 与 Pare-net^[57] 两种代表性的深度学习方法进行零样本测试, 即在 CAD 点云数据上不进行任何形式的训练或微调, 直接采用作者公开的预训练权重, 用来评估数据驱动方法在本文场景中的跨域泛化能力, 以此展现本文基于几何的方法在数据稀缺条件下、无需训练且易于 CPU 部署等方面的工业适配性优势。

实验分别在具有挑战性的公开数据集^[58], 斯坦福大学提供的公开数据集^①, 以及 CAD 点云数据上进行, 涵盖基础模型、场景点云和工业 CAD 模型等多种类型。本文将真实的旋转变换矩阵记为 R_{gt} , 算法估计的旋转变换矩阵记为 R 。变换误差 ϵ_a 计

① <https://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>。

算公式为

$$\epsilon_{\lambda} = \arccos\left(\frac{\text{tr}(\mathbf{R}_{gt}\mathbf{R}^T) - 1}{2}\right) \frac{180}{\pi} \quad (19)$$

同时,本文还计算点到点的单向投影距离的平均值(MEAN)、均方根(RMS)以及最大值(MAX)来进行更全面的量化评估,计算公式为

$$\begin{cases} \text{MEAN} = \sum_{i=1}^{N_M} \min_{q \in \mathbf{Q}} \|T(\lambda, p_i) - q\|_2 / N_M \\ \text{RMS} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_M} \min_{q \in \mathbf{Q}} \|T(\lambda, p_i) - q\|_2^2 / N_M} \\ \text{MAX} = \max_{i=1, \dots, N_M} \{ \min_{q \in \mathbf{Q}} \|T(\lambda, p_i) - q\|_2 \} \end{cases} \quad (20)$$

为全面评估算法在不同初始位姿条件下的表现,本文在每次测试中对移动点云施加随机三维刚体变换,并设置两类旋转角范围:当旋转角度为 $|\theta| \leq \pi/2$ 时,侧重考验精配准阶段的精度;当旋转角度为 $|\theta| > \pi/2$ 时,更侧重考验算法全局搜索能力与鲁棒性。

本文使用开源库 Open3D 0.18.0^[59]实现所提出的方法,并在搭载 i5-13490F 处理器的计算机上进行评估。深度学习方法的推理依赖 GPU 加速,本文在同一主机上使用 NVIDIA RTX 4060 Ti 进行测试。由于 CPU 与 GPU 推理在硬件上存在本质差异,两者的运行时间不具备严格可比性;因此深度学习方法的耗时仅作为参考,不纳入算法效率的公平对比。在具体实验中,本文算法中的各个常量设置如下:在进行点云聚类时,采用最远点采样(Farthest Point Sampling, FPS)方法选取 80 个聚类中心作为初始化,并迭代 50 次目标函数(公式(2));模糊因子设置为 $\alpha = 2$ 。为提高计算效率,在初步对齐和粗配准阶段,对点云进行体素化降采样,步长设置为点云最小包围盒对角线长度的 1/50,此时点云的采样点数约为 2000~3000 个;在精配准阶段,步长设置为点云最小包围盒对角线长度的 1/75,此时点云的采样点数约为 4000~5000 个。将上述配准方法逐一应用,以评估各方法能否实现两个点云精确配准。

4.1 工业 CAD 数据集测试

本文构建包含 693 组点云数据的工业 CAD 数据集。每组数据包含一个由真实扫描仪扫描工业生产模型得到的点云文件,以及对应的设计模型文件,扫描点云的数据规模大致处于 100000 至 1000000 个点。对于来源于实际工业场景扫描得到的含噪点云数据,这些数据具有复杂的特征,包括:

(1)由于物体自身结构遮挡和扫描视角限制,部分区域如孔洞内部等存在缺失;

(2)物体在加工过程中可能出现欠加工导致的非设计凸起,或过度切削引发的凹陷,使得实际形态与理想模型之间存在偏差,主要出现在螺纹、孔洞等结构处;

(3)在物体边缘区域,由于人工操作等因素,存在凸起或凹陷等不规则的小型噪声;

(4)扫描仪器存在的传感器固有噪声。

同时,CAD 模型在设计时所具有的镜面对称性、旋转对称性等几何特性,使得算法易陷入局部最优解。在这种情况下,全局搜索能力较弱的算法往往表现不佳。

本文对 CAD 点云数据分别进行实际场景扫描点云的真实测试与理想情况下无噪声的模拟测试。真实测试的目的是验证算法对噪声的稳健性。模拟测试的目的是验证 CAD 模型的几何特性所带来的影响。测试结果详见表 2~表 4。

表 2 不同方法应用于 CAD 点云数据配准结果(真实扫描噪声)

算法名称	单向投影距离(mm)			时间(s)
	平均值	均方根	最大值	平均值
<i>G-ICP</i> ^[19]	0.5059	0.8163	4.2688	1.3423
<i>FuzzyPSReg</i> ^[31]	0.2917	0.4980	2.7387	4.1833
<i>Teaser++</i> ^[36]	2.3898	3.1673	9.7284	1.1891
<i>HERE</i> ^[55]	0.2786	0.3530	1.5951	5.6157
<i>TurboReg</i> ^[56]	0.1851	0.2747	1.8931	4.4734
<i>GeoTransformer</i> ^[49]	4.9350	6.2814	14.9279	4.0214
<i>Pare-net</i> ^[57]	6.3293	8.2307	20.6294	1.8272
本文方法	0.0498	0.0955	1.2824	3.6538

由表 2 可知,在 CAD 点云配准测试中,本文方法的单向投影距离平均值 0.0498 mm,均方根 0.0955 mm,最大值 1.2824 mm,在单向投影距离平均值和均方根指标上优于 TurboReg^[56];在单向投影距离最大值指标上优于 HERE^[55]。结果表明,本文方法能有效减少旋转对称性导致的局部最优问题,提升配准精度。部分配准结果如图 6 所示。由表 3 和表 4 可知,在 CAD 模型采样点云的模拟测试中,本文方法在变换误差和单向投影距离上均取得较优结果,相较于 GeoTransformer^[49]与 Pare-net^[57]等深度学习方法表现出更强的泛化能力。零样本条件下的深度学习方法表现出的优势并不明显。这表明该类方法依赖于同分布数据集上的训练,导致其在 CAD 点云数据中的泛化能力不足。本文方法无需训练,可直接在通用计算平台上部署,且具有良好的可解释性,更符合工业场景的需求。

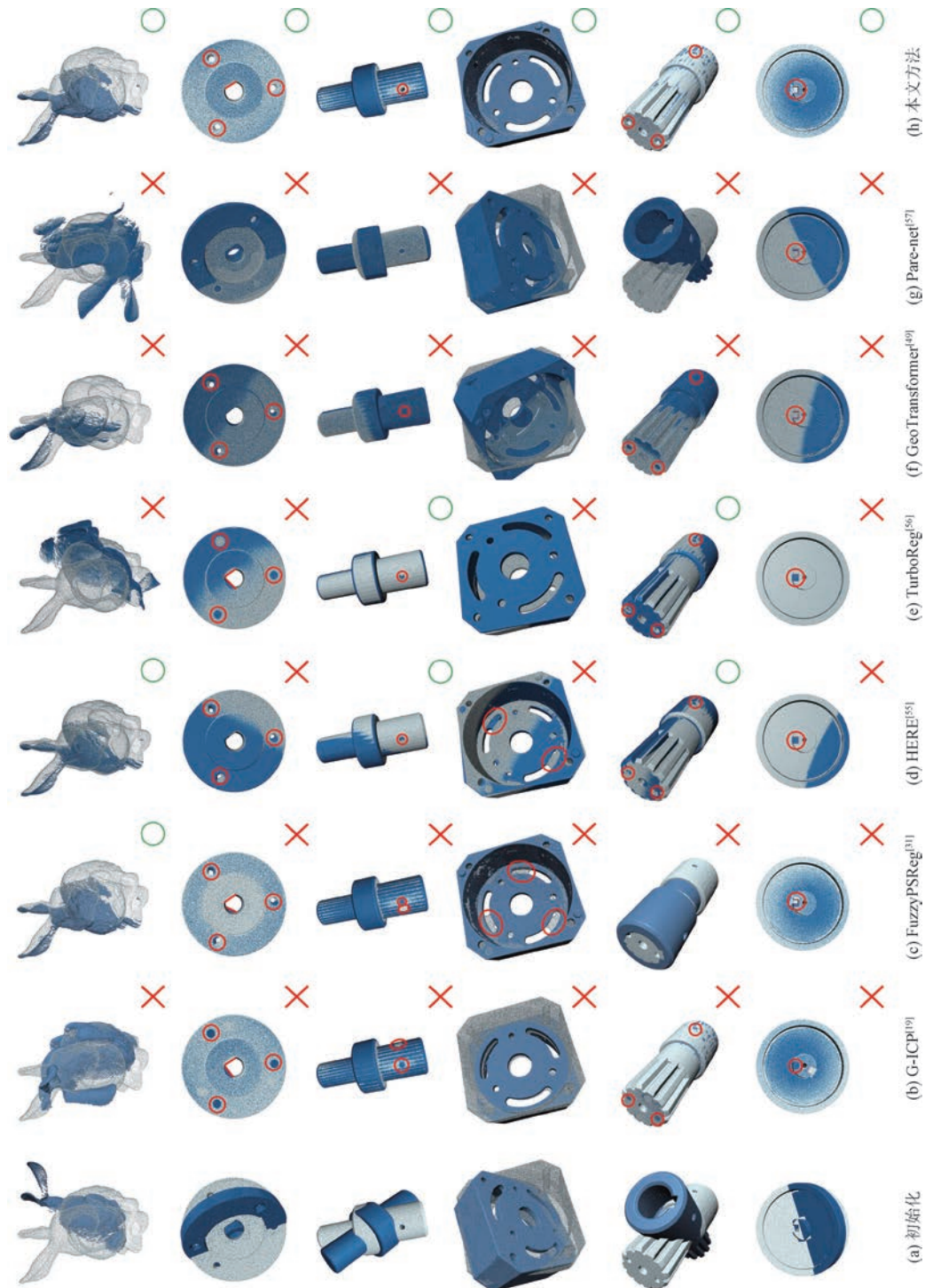


图6 部分点云配准结果图

4.2 开源数据集测试

具有挑战性的点云数据集^[58]包含8个点云序列,涵盖多种不同环境。各序列扫描次数在31次到45次不等,例如ETH Hauptgebäude为36次扫描,Apartment序列达45次。每次扫描的点数差异也较大,Apartment序列每次扫描约365000个点,Mountain Plain序列每次约102000个点。部分序

列存在重新定位情况,如Apartment序列重新定位2次,Gazebo Summer和Gazebo Winter序列重新定位1次,而多数序列无重新定位操作。各序列的体积也不尽相同,例如,ETH Hauptgebäude序列体积为62 m×65 m×18 m,Wood Autumn序列体积为36 m×60 m×22 m。

由表5和表6可知,在开源数据集测试中,本文

表 3 不同方法应用于 CAD 数据配准结果 1 ($|\theta| < \pi/2$, 无噪声)

算法名称	变换误差(deg)	单向投影距离(mm)			时间(s)
	平均值	平均值	均方根	最大值	平均值
<i>G-ICP</i> ^[19]	21.9365	0.2051	0.3630	2.1777	0.6406
<i>FuzzyPSReg</i> ^[31]	14.9106	0.1553	0.3258	2.2042	4.9547
<i>Teaser++</i> ^[36]	38.8930	7.5516	8.6098	16.6985	1.4440
<i>HERE</i> ^[55]	7.3288	0.1077	0.1418	0.8474	3.5183
<i>TurboReg</i> ^[56]	3.9447	0.0854	0.1068	0.4144	4.3353
<i>GeoTransformer</i> ^[49]	13.6991	1.2401	1.5366	3.7745	2.4271
<i>Pare-net</i> ^[57]	21.1038	1.5573	2.0982	6.5647	1.5334
本文方法	1.2661	0.0015	0.0035	0.0526	3.0584

表 4 不同方法应用于 CAD 数据配准结果 2 ($|\theta| > \pi/2$, 无噪声)

算法名称	变换误差(deg)	单向投影距离(mm)			时间(s)
	平均值	平均值	均方根	最大值	平均值
<i>G-ICP</i> ^[19]	82.9181	1.9430	2.6388	8.0544	1.5187
<i>FuzzyPSReg</i> ^[31]	27.2019	0.2867	0.6846	4.6817	4.6974
<i>Teaser++</i> ^[36]	95.4588	11.6320	14.7389	31.1386	0.8749
<i>HERE</i> ^[55]	15.2105	0.2927	0.3998	1.9064	3.3235
<i>TurboReg</i> ^[56]	3.4672	0.0865	0.1062	0.5557	4.5557
<i>GeoTransformer</i> ^[49]	56.3343	3.4855	4.2591	9.2698	4.0764
<i>Pare-net</i> ^[57]	116.9780	4.0162	5.3402	14.9297	1.8194
本文方法	2.1951	0.0198	0.0419	0.1664	3.1070

表 5 不同方法应用于开源数据配准结果 1 ($|\theta| < \pi/2$)

算法名称	变换误差(deg)	单向投影距离(m)			时间(s)
	平均值	平均值	均方根	最大值	平均值
<i>G-ICP</i> ^[19]	13.2095	0.1919	0.3625	3.4433	1.7479
<i>FuzzyPSReg</i> ^[31]	7.7212	0.2153	0.3894	3.2774	4.3697
<i>Teaser++</i> ^[36]	31.1535	0.7120	0.9243	4.5980	0.2993
<i>HERE</i> ^[55]	6.7926	0.2195	0.3526	2.8442	3.2352
<i>TurboReg</i> ^[56]	1.3754	0.1699	0.3350	2.8959	3.1068
<i>GeoTransformer</i> ^[49]	36.2831	0.6507	0.8391	4.3454	4.9092
<i>Pare-net</i> ^[57]	68.0896	0.4310	0.6404	4.7635	0.9234
本文方法	4.2900	0.1485	0.2679	2.9048	4.2230

表 6 不同方法应用于开源数据配准结果 2 ($|\theta| > \pi/2$)

算法名称	变换误差(deg)	单向投影距离(m)			时间(s)
	平均值	平均值	均方根	最大值	平均值
<i>G-ICP</i> ^[19]	41.9231	0.2790	0.4425	4.5898	1.2280
<i>FuzzyPSReg</i> ^[31]	9.1570	0.1638	0.3014	2.6975	4.3121
<i>Teaser++</i> ^[36]	88.8084	1.3500	1.6646	7.2679	0.2672
<i>HERE</i> ^[55]	8.3152	0.2114	0.3380	2.8331	3.6950
<i>TurboReg</i> ^[56]	2.8031	0.1768	0.3297	2.8618	3.1088
<i>GeoTransformer</i> ^[49]	71.9461	0.9239	1.1282	5.0834	4.8325
<i>Pare-net</i> ^[57]	94.4930	0.4497	0.6817	4.9434	0.6545
本文方法	6.6574	0.1561	0.2796	2.6623	4.3046

方法在变换误差指标上略高于 TurboReg^[56]。主要原因在于具有挑战性的数据集^[58]属于大尺度场景扫描点云数据集,包含的点云旋转对称性不显著且缺乏稳定的旋转主轴,使得本文所引入的旋转主轴先验在部分点云中难以充分发挥约束搜索的优势,并可能在旋转参数搜索空间中引入一定的先验偏置,在一定程度上影响定向 BnB 搜索的估计结果。

在初始位姿差异较大时,实验更能体现算法在复杂解空间中的全局搜索与剪枝能力。本文方法在单向投影距离指标上取得较优结果,表明其在较大姿态差异情况下仍能保持较稳定的对齐质量。Teaser++^[36]在计算效率方面表现得更具有优势,但其配准误差相较于本文方法存在一定差距。本文工作的核心在于针对旋转对称性引入可解释的几何先验,从

而提升配准精度。在目标场景的扫描点云数据测试中,本文方法取得较优的配准精度。

4.3 算法优化效率分析

为分析所提算法的优化效率,本文对真实 CAD 点云配准实验中的耗时情况进行实验分析。

如图 7 所示,蓝色曲线代表误差上界(即当前最佳变换对应的相对误差),而绿色曲线则代表误差下界。定向 BnB 搜索阶段占据算法优化总耗时的 61.22%,而梯度下降阶段则占据剩余的 38.78%。在定向 BnB 搜索阶段,误差上界迅速下降,表明算法能够快速地在轴向约束下的变换空间中进行全局搜索,更快地逼近最优解。随着八叉树的划分,上界与下界逐渐趋于一致,这与理论推导一致,实验验证了上下界设计的有效性。在梯度下降阶段,算法进行精配准校正,误差逐步向理想下界收敛,实现精确对齐。尽管定向 BnB 搜索耗时占比较大,但它在避免陷入局部最优解和剪枝搜索空间方面发挥至关重要的作用。在良好的粗配准基础上,精配准能快速收敛,实现精确对齐。

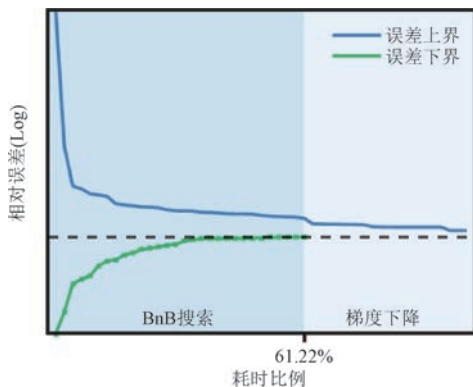


图 7 算法优化耗时比例示意图

4.4 消融实验

为量化各模块改进带来的贡献,本文基于 CAD 模型采样点云进行消融实验,采用控制变量法设计六组对比实验,通过组合不同的主轴估计方式(PCA 最大特征值方向、统计分析法)和不同的解空间搜索策略(标准 BnB 搜索、定向 BnB 搜索)进行对比实验,系统性地评估各模块对配准精度和效率的影响。评价指标为变换误差(deg)与平均耗时(s)。为突出不同主轴估计方式在强干扰下的差异,消融实验额外引入离群点簇并叠加高斯背景噪声,以模拟点云统计特性被显著扰动情况,实验结果汇总于表 7。

相较于“PCA+标准 BnB 搜索”组,采用“统计分析法+标准 BnB 搜索”将变换误差从 39.0187°降低至 27.6486°。这表明 PCA 的最大特征值方向并

不能代表旋转轴的方向,而依靠统计特性选择一个粗略的轴进行初始化可以在一定程度上降低变换误差和算法耗时。

表 7 消融实验

实验组别	变换误差(deg)	平均耗时(s)
PCA+标准 BnB 搜索	39.0187	9.0173
PCA+定向 BnB 搜索	51.8492	4.5865
统计分析法+标准 BnB 搜索	27.6486	6.7412
统计分析法+定向 BnB 搜索	8.7781	3.1020
统计分析法+ICP	44.6546	2.0992
本文方法	1.6798	3.0815

“标准 BnB 搜索”组进行全局搜索的耗时不仅长于“定向 BnB 搜索”组,而且由于算法无法在有限的时间内完备地搜索所有子空间的解,因此仍会受到局部最优解的影响,错误地收敛从而跳出迭代过程,导致变换误差仍处于较高水平。当引入主轴定向搜索策略时,耗时下降更为显著。以“PCA+定向 BnB 搜索”为例,其平均耗时由 9.0173 s 降至 4.5865 s,表明算法搜索空间的有效压缩;但变换误差反而上升至 51.8492°,算法出现明显退化。这一现象再次说明 PCA 的最大特征值方向并不等价于旋转主轴,而定向 BnB 搜索属于强先验约束策略,其有效性高度依赖先验方向的准确性。当先验失准时,锥形约束会使真实最优解区域不被覆盖,从而导致性能退化。

“统计分析法+定向 BnB 搜索”将变换误差进一步降至 8.7781°,耗时降低至 3.1020 s,但由于点云的统计特性受到干扰,所估计的旋转主轴不够稳定,因此算法精度仍未能达到最优。在此基础上,本文方法在统计分析法基础上引入法向一致性约束,并结合鲁棒回归与直方图内点筛选策略,使得主轴先验更鲁棒,从而将算法的变换误差降低到 1.6798°。

为评估采用 BnB 框架进行全局搜索的必要性,本文引入“统计分析法+ICP”作为对照组。如表 7 所示,虽然该策略去除全局搜索环节,将平均耗时进一步降低至 2.0992 s,但其变换误差高达 44.6546°。这表明在面对旋转对称模型时,如果缺乏沿轴向的全局搜索机制,基于局部对应迭代优化的 ICP 算法极易因对称性歧义而错误地陷入局部最优解。

消融实验的结果验证本文两项核心设计的互补关系:稳定且准确的旋转主轴估计为定向 BnB 搜索提供可靠的几何先验,而渐进式约束的设计显著压缩搜索空间并减少旋转对称性导致的局部最优解干扰,从而实现精确的配准。

4.5 算法局限性分析

尽管本文方法在目标数据集上取得较优的配准精度,但作为一种高度依赖几何先验的算法框架,算法具有特定的适用边界。本文方法的局限性分析如下:

(1) 低重叠率与强噪声干扰

本文算法的核心在于通过模型的主要对称结构提取旋转主轴以约束配准。然而,如失败案例(图8)所示,固定点云与移动点云重叠率极低,全局统计特性存在显著差异。这不仅导致点云质心发生偏移,使得基于质心的初始平移对齐无效,还会导致算法1中的主轴提取步骤无法获取可靠内点。当离群噪声占据主导地位时,也会引发类似问题,进而导致后续配准目标函数无法收敛到正确的解空间。

(2) 针对非旋转对称对象的收益退化

本文在配准精度上的提升依赖旋转主轴对解空间的有效约束。若将算法应用于形状不规则、缺乏内在对称性的对象,算法将退化为对点云主成分方向的估计。消融实验表明,该先验无法精确地约束参数空间,最终导致配准精度下降。

(3) 全局搜索的计算复杂度高

本文引入定向 BnB 搜索以剪枝参数空间,并规避部分局部最优解。尽管渐进式约束已剪枝冗余搜索空间,但 BnB 作为全局优化框架,其耗时仍然高于传统的局部优化框架。

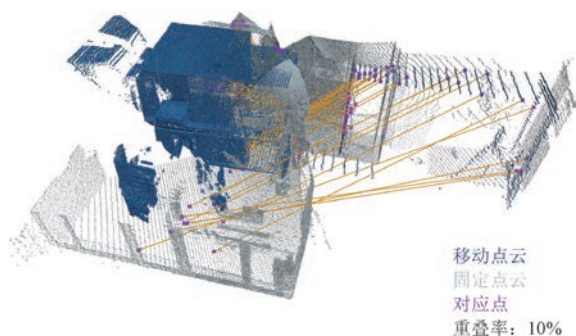


图8 算法失败案例图

5 结 语

本文针对旋转对称点云配准中,因噪声、残缺与对称性歧义导致算法易出现错误收敛或难以达到全局最优解的挑战,提出一种几何先验约束的无监督配准框架。与现有工作侧重于对称性检验或依赖数据驱动不同,本文的出发点并非对物体几何特性进行完整建模,而是在不引入学习方法的前提下,提取

可解释且鲁棒的旋转主轴先验,并显式融入配准求解过程以约束全局搜索。

本文方法首先由点云统计量生成旋转主轴候选,并引入侧面法向量与旋转主轴近似正交的局部几何一致性约束,结合内点筛选与随机抽样回归获得稳定的旋转主轴先验;随后以该先验为中心构建旋转主轴定向的分支定界搜索,将旋转参数的全局搜索由完整 $SO(3)$ 空间收缩到主轴邻域并通过渐进式约束实现剪枝;最后优化基于模糊聚类的软对应度量完成精配准,获得高精度的对齐结果。实验结果表明,本文方法在具有旋转对称结构的工业 CAD 点云上取得较优性能,在保证全局求解能力的同时一定程度上降低搜索开销。消融实验验证各模块的有效性:鲁棒且准确的旋转主轴为定向 BnB 搜索提供可靠的几何先验约束;渐进式约束策略在此基础上剪枝搜索空间,降低计算代价。

结合前文的算法局限性分析,本文方法作为一种高度依赖几何先验的算法框架,其最佳性能的发挥具有适用边界。当点云缺乏内在的旋转对称性,或由复杂几何体混合构成时,旋转主轴的作用将退化为全局主成分方向的估计,后续定向 BnB 搜索的性能收益将下降;对于极端残缺或存在高实时性要求的位姿估计场景,本文方法的适用性仍存在挑战。

未来将进一步探索基于 CAD 设计模型的几何信息(如曲率、三角网格拓扑等)构造多重约束。同时,也将探索几何方法与学习方法的互补,例如结合少量 CAD 点云数据对预训练模型进行微调等,以更广泛的场景中取得突破。

作者贡献声明 严宇阳、赵明阳为共同第一作者。

参 考 文 献

- [1] Xu Si-Yu, Zhu Ji-Hua, Tian Zhi-Qiang, et al. Stepwise refinement approach for registration of multi-view point sets. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(8):1486-1494(in Chinese) (徐思雨, 祝继华, 田智强, 等. 逐步求精的多视角点云配准方法. *自动化学报*, 2019, 45(8):1486-1494)
- [2] Tang Hao-Lin, Yang Yang, Yang Kun, et al. Non-rigid point set registration with mixed features. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(11):1732-1743(in Chinese) (汤昊林, 杨扬, 杨昆, 等. 基于混合特征的非刚性点阵配准算法. *自动化学报*, 2016, 42(11):1732-1743)
- [3] Zhao M, Ma L, Jia X, et al. Graphreg: dynamical point cloud registration with geometry-aware graph signal processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2022, 31:7449-7464

- [4] El-Mehalawi M, Miller R A. A database system of mechanical components based on geometric and topological similarity: Part I: representation. *Computer-Aided Design*, 2003,35(1): 83-94
- [5] Palacios J, Zhang E. Rotational symmetry field design on surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 2007,26(3):55-es
- [6] Rusinkiewicz S, Levoy M. Efficient variants of the icp algorithm//Proceedings of the Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling. Quebec City, Canada, 2001:145-152
- [7] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast point feature histograms (fpfh) for 3d registration//Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Kobe, Japan, 2009:3212-3217
- [8] Marton Z C, Pangercic D, Blodow N, et al. General 3d modeling of novel objects from a single view//Proceedings of the 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, China, 2010:3700-3705
- [9] Ao S, Hu Q, Wang H, et al. Buffer: balancing accuracy, efficiency, and generalizability in point cloud registration//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vancouver, Canada, 2023:1255-1264
- [10] Nagar R. Robust extrinsic symmetry estimation in 3d point clouds. *The Visual Computer*, 2025,41(1):115-128
- [11] Gao L, Zhang L X, Meng H Y, et al. Prs-net: Planar reflective symmetry detection net for 3d models. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2020,27(6): 3007-3018
- [12] Wang Y, Luo C. Key-axis-based localization of symmetry axes in 3d objects utilizing geometry and texture. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2024,33:6720-6733
- [13] Zabrodsky H, Peleg S, Avnir D. Symmetry as a continuous feature. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995,17(12):1154-1166
- [14] Alcazar J G, Bizzarri M, Lávička M, et al. Rotational symmetries of 3d point clouds using the covariance matrix and higher-order tensors. *Applied Mathematics Letters*, 2025, 162:109381
- [15] Arun K S, Huang T S, Blostein S D. Least-squares fitting of two 3d point sets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987(5):698-700
- [16] Horn B K P. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987,4(4):629-642
- [17] Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3d shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992,14(2):239-256
- [18] Chetverikov D, Stepanov D, Krsek P. Robust euclidean alignment of 3d point sets: The trimmed iterative closest point algorithm. *Image and Vision Computing*, 2005,23(3):299-309
- [19] Segal A, Haehnel D, Thrun S. Generalized-icp//Proceedings of the Robotics, Science and Systems. Seattle, USA, 2009,2 (4):435
- [20] Yin P, Wang D, Du S, et al. Cobigicp: Robust and precise point set registration using correntropy metrics and bidirectional correspondence//Proceedings of the 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, USA, 2020:4692-4699
- [21] Bouaziz S, Tagliasacchi A, Pauly M. Sparse iterative closest point//Proceedings of the Computer Graphics Forum. 2013, 32(5):113-123
- [22] He L, Wang S, Hu Q, et al. Gfoicp: Geometric feature optimized iterative closest point for 3d point cloud registration. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023,61:1-17
- [23] Zhao M, Huang X, Jiang J, et al. Accurate registration of cross-modality geometry via consistent clustering. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2023, 30(7):4055-4067
- [24] Myronenko A, Song X. Point set registration: Coherent point drift. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010,32(12):2262-2275
- [25] Liu W, Wu H, Chirikjian G S. Lsg-cpd: Coherent point drift with local surface geometry for point cloud registration//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. 2021:15293-15302
- [26] Mei G, Tang H, Huang X, et al. Unsupervised deep probabilistic approach for partial point cloud registration//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vancouver, Canada, 2023:13611-13620
- [27] Yang J, Zhao M, Wu Y, et al. Accurate and robust registration of low overlapping point clouds. *Computers & Graphics*, 2024,118:146-160
- [28] Magnusson M, Lilienthal A, Duckett T. Scan registration for autonomous mining vehicles using 3d-ndt. *Journal of Field Robotics*, 2007,24(10):803-827
- [29] Liao Q, Sun D, Andreasson H. Point set registration for 3d range scans using fuzzy cluster-based metric and efficient global optimization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2020,43(9):3229-3246
- [30] Bezdek J C, Ehrlich R, Full W. Fcm: The fuzzy c-means clustering algorithm. *Computers & Geosciences*, 1984,10(2-3):191-203
- [31] Liao Q, Sun D, Andreasson H. Fuzzypsreg: strategies of fuzzy cluster-based point set registration. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021,38(4):2632-2651
- [32] Gustafson D E, Kessel W C. Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix//Proceedings of the 1978 IEEE Conference on Decision and Control Including the 17th Symposium on Adaptive Processes. San Diego, USA, 1979:761-766
- [33] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 1981,24(6):381-395

- [34] Barath D, Matas J. Graph-cut ransac//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Salt Lake City, USA, 2018;6733-6741
- [35] Yang J, Chen J, Quan S, et al. Correspondence selection with loose-tight geometric voting for 3d point cloud registration. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022,60:1-14
- [36] Yang H, Shi J, Carlone L. Teaser: fast and certifiable point cloud registration. *IEEE Transactions on Robotics*, 2020,37(2):314-333
- [37] Zhang Y X, Gui J, Kwok J T Y. Constructing diverse inlier consistency for partial point cloud registration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2024,DOI:10.1109/TIP.2024.3492700
- [38] Lyu M, Yang J, Qi Z, et al. Rigid pairwise 3d point cloud registration: A survey. *Pattern Recognition*, 2024;110408
- [39] Liu H Y, Guo J W, Jiang H Y, et al. Puzzlenet: Boundary-aware feature matching for non-overlapping 3d point clouds assembly. *Journal of Computer Science and Technology*, 2023,38(3):492-509
- [40] Zhao Y, Zhang J, Xu S, et al. Deep learning-based low overlap point cloud registration for complex scenario: The review. *Information Fusion*, 2024,107:102305
- [41] Aoki Y, Goforth H, Srivatsan R A, et al. Pointnetlk: Robust & efficient point cloud registration using pointnet//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Long Beach, USA, 2019;7163-7172
- [42] Qi C R, Su H, Mo K, et al. Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation//Proceedings of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu, USA, 2017;77-85
- [43] Lucas B D, Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision//Proceedings of the IJCAI'81: 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada, 1981,2:674-679
- [44] Huang X, Mei G, Zhang J. Feature-metric registration: A fast semi-supervised approach for robust point cloud registration without correspondences//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2020;11366-11374
- [45] Pais G D, Ramalingam S, Govindu V M, et al. 3Dregnet: A deep neural network for 3d point registration//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2020;7193-7203
- [46] Choy C, Dong W, Koltun V. Deep global registration//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2020;2514-2523
- [47] Bai X, Luo Z, Zhou L, et al. Pointdsc: Robust point cloud registration using deep spatial consistency//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2021;15859-15869
- [48] Xu H, Liu S, Wang G, et al. Omnet: Learning overlapping mask for partial-to-partial point cloud registration//Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. 2021;3132-3141
- [49] Qin Z, Yu H, Wang C, et al. Geotransformer: Fast and robust point cloud registration with geometric transformer. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2023,45(8):9806-9821
- [50] Charalambous C, Bandler J W. Non-linear minimax optimization as a sequence of least p th optimization with finite values of p. *International Journal of Systems Science*, 1976,7(4):377-391
- [51] Lawler E L, Wood D E. Branch-and-bound methods: A survey. *Operations Research*, 1966,14(4):699-719
- [52] Yang J, Li H, Campbell D, et al. Go-icp: A globally optimal solution to 3d icp point-set registration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2015,38(11):2241-2254
- [53] Huang T, Peng L, Vidal R, et al. Scalable 3d registration via truncated entry-wise absolute residuals//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, USA, 2024;27477-27487
- [54] Liu Y S, Ramani K. Robust principal axes determination for point-based shapes using least median of squares. *Computer-Aided Design*, 2009,41(4):293-305
- [55] Huang T, Li H, Peng L, et al. Efficient and robust point cloud registration via heuristics-guided parameter search. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2024,46(10):6966-6984
- [56] Yan S, Shi P, Zhao Z, et al. Turboreg: Turboclique for robust and efficient point cloud registration. *arXiv preprint arXiv:2507.01439*, 2025
- [57] Yao R, Du S, Cui W, et al. Pare-net: Position-aware rotation-equivariant networks for robust point cloud registration//Proceedings of the European Conference on Computer Vision. Milan, Italy, 2024;287-303
- [58] Pomerleau F, Liu M, Colas F, et al. Challenging data sets for point cloud registration algorithms. *The International Journal of Robotics Research*, 2012,31(14):1705-1711
- [59] Zhou Q Y, Park J, Koltun V. Open3d: A modern library for 3d data processing. *arXiv preprint arXiv:1801.09847*, 2018



YAN Yu-Yang, Ph. D. candidate. His research interests include generative model.



ZHAO Ming-Yang, Ph. D., associate professor. His research interests include statistical machine learning, with a particular focus on probabilistic modeling and robust geometric estimation.

Background

Point cloud registration is a crucial technology in various fields, including computer vision, robotics, and three-dimensional reconstruction. Its main goal is to precisely align point cloud data from different viewpoints or sources, which is essential for constructing comprehensive and accurate three-dimensional models.

In many practical applications, objects with rotational symmetry are common. Examples include mechanical components like gears and bearings, cylindrical architectural structures, and certain cellular morphologies in biomedicine. Point clouds of rotational symmetry objects present unique challenges and opportunities for advancement.

The rotational symmetry of an object causes its point cloud to exhibit similar geometric characteristics across its rotational parts. This leads to ambiguity in registration methods that rely on conventional geometric feature matching. Under rotational symmetry, many point pairs have similar geometric relationships, complicating the accurate identification of correct correspondences and reducing the precision and reliability of the registration process. Additionally, noise and partial data deficiencies further increase this un-

ZENG Xiao-Bin, M. S., engineer. His research focuses on CAD, EDA, Deep Learning, and LLM.

GAO Chu-Tao, B. S. His research focuses on advanced discrete manufacturing, ERP systems, enterprise informatization systems.

YAN Dong-Ming, Ph. D., professor. His research interests include computer graphics, computer vision, geometric processing and pattern recognition.

certainty, making it difficult for registration algorithms to accurately identify true symmetric features and corresponding points.

If the intrinsic characteristic of rotational symmetry could be effectively utilized to develop targeted registration algorithms, it would significantly improve registration efficiency and enable more precise point cloud alignment in complex environments. Such advancements would be highly significant for fields such as robotic autonomous assembly, high-precision three-dimensional modeling, and medical image analysis.

Although there is a substantial amount of research on point cloud registration, studies specifically addressing the registration of rotational symmetry point clouds are relatively limited. Existing general registration algorithms often perform poorly when dealing with point clouds that have such distinct symmetry. Therefore, research on the registration of rotational symmetry point clouds is both urgently needed and of profound theoretical value, as it addresses the research gap in this area and contributes to the improvement of the point cloud registration technology framework.