

基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的 多结构几何模型拟合

林舒源¹⁾ 赖桃桃²⁾ 严 严¹⁾ 张立明³⁾ 王菡子¹⁾

¹⁾(厦门大学信息学院福建省智慧城市感知与计算重点实验室 福建 厦门 361005)

²⁾(闽江学院计算机与控制工程学院福建省信息处理与智能控制实验室 福州 350108)

³⁾(澳门大学科技学院 澳门 999078)

摘 要 鲁棒几何模型拟合是计算机视觉中一项非常重要且具有挑战性的研究问题,它已被广泛应用于人工智能领域的多个相关任务,如车道线检测、三维重构、图像拼接和运动分割等。鲁棒几何模型拟合的主要任务是从包含离群点和噪声的多结构数据中估计模型实例的参数和数量。然而,当前的模型拟合方法在拟合精度和计算速度上仍然无法满足实际场景中应用的需求。为此,该文提出一种基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的模型拟合方法,以提升模型拟合的性能。该文所提出的模型拟合方法包含误匹配剪枝算法、模型假设剪枝算法和改进的非负矩阵欠逼近算法。我们首先将误匹配移除技术引入到模型拟合中,以减少离群点对数据点采样过程的影响,进而减少生成无效模型假设的数量;接着我们利用模型假设剪枝算法来修剪无效的模型假设并选择有意义的模型假设,以构建一个高质量的非负偏好矩阵;最后,我们将空间约束和稀疏约束引入到非负矩阵欠逼近的优化问题中,并采用结构合并策略自适应地估计模型实例的参数和数量。在合成数据和真实图像上的实验结果表明,该文所提出的方法比当前一些有代表性的模型拟合方法具有更好的拟合性能和鲁棒性。在拟合精度上,该方法比 T-Linkage 和 RS-NMU 分别提升了约 197.2% 和 47.7%。在拟合速度上,该方法比 T-Linkage 和 RS-NMU 分别快了约 2.3 倍和 1.9 倍,而且在三维重建任务的运行速度上比最新的拟合方法 MCT 快了约 42.5 倍。

关键词 计算机视觉;鲁棒几何模型拟合;多结构数据;非负矩阵欠逼近;离群点剪枝

中图法分类号 TP18 **DOI号** 10.11897/SP.J.1016.2021.01414

Robust Geometric Model Fitting Based on Nonnegative Matrix Underapproximation with Pruning Techniques for Multi-Structure Data

LIN Shu-Yuan¹⁾ LAI Tao-Tao²⁾ YAN Yan¹⁾ ZHANG Li-Ming³⁾ WANG Han-Zi¹⁾

¹⁾(Fujian Key Laboratory of Sensing and Computing for Smart City, School of Informatics, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005)

²⁾(Fujian Key Laboratory of Information Processing and Intelligent Control, School of Computer and Control Engineering,

Minjiang University, Fuzhou 350108)

³⁾(Faculty of Science and Technology, University of Macau, Macau 999078)

Abstract Robust geometric model fitting is an important and challenging research problem in computer vision. It has been widely used in many artificial intelligence related applications, such as lane detection, 3D reconstruction, image stitching and motion segmentation, etc. With the rapid development of the artificial intelligence, the data processed by artificial intelligence systems inevitably contain outliers or noise generated by sensors, environment or human factors. The main

收稿日期:2020-02-01;在线发布日期:2021-02-21。本课题得到国家自然科学基金联合基金(U1605252)、国家自然科学基金(61872307, 61702101, 62071404)、福建省自然科学基金面上项目(2020J01001)、澳门大学研究基金(MYRG2018-00111-FST)资助。林舒源,博士,主要研究方向为计算机视觉、鲁棒模型拟合等, E-mail: swin.shuyuan.lin@gmail.com。赖桃桃,博士,教授,主要研究领域为运动分割、鲁棒模型拟合等。严 严,博士,副教授,主要研究方向为计算机视觉、机器学习。张立明,博士,助理教授,主要研究方向为信号处理、图像处理等。王菡子(通信作者),教授,博士生导师,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究领域为计算机视觉、模式识别等。E-mail: hanzi.wang@xmu.edu.cn。

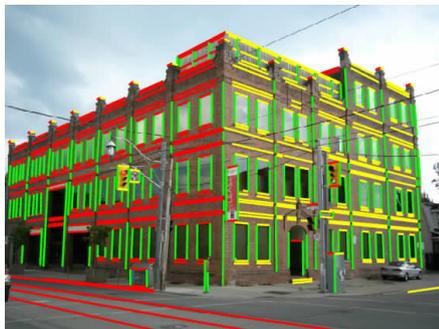
task of robust geometric model fitting is to estimate the parameters and the number of model instances from multi-structural data contaminated with outliers and noise. However, the performance of current model fitting methods are far from being satisfactory in practical applications in terms of fitting accuracy and computational speed. In this paper, we propose an efficient model fitting method (NPMF) based on nonnegative matrix underapproximation and pruning techniques, to obtain more accurate fitting results from multi-structural data. The proposed NPMF includes a mismatch pruning algorithm, a model hypothesis pruning algorithm and an improved nonnegative matrix underapproximation algorithm. Firstly, a mismatch pruning algorithm is proposed to alleviate the influence of outliers on the data point sampling process by using a mismatch removal technique, thereby reducing the number of insignificant model hypotheses. After retaining significant model hypotheses by using the weighting scores of model hypotheses, a model hypothesis pruning algorithm is introduced to prune insignificant model hypotheses, and a high-quality nonnegative preference matrix is then constructed. Finally, both the spatial constraint and the sparsity constraint are integrated into the optimization problem of nonnegative matrix underapproximation, and the number and parameters of model instances are adaptively estimated by using a structure merging strategy. The comparison experiments on several representative model fitting methods show that the proposed NPMF obtains better fitting performance and robustness on both synthetic data and real images. For fitting accuracy, the proposed NPMF is about 197.2% and 47.7% higher than T-Linkage and RS-NMU, respectively. For fitting speed, the proposed NPMF is about 2.3 times and 1.9 times faster than T-Linkage and RS-NMU, respectively. Furthermore, the proposed NPMF is about 42.5 times faster than the state-of-the-art MCT for 3D planar surface reconstruction.

Keywords computer vision; robust geometric model fitting; multiple-structure data; nonnegative matrix underapproximation; outlier pruning

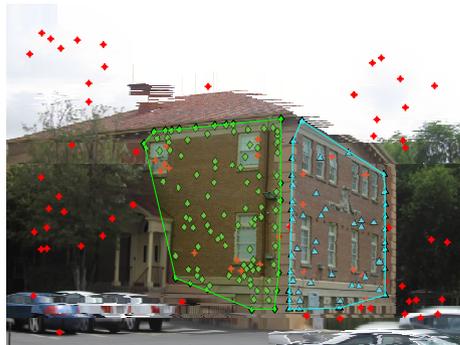
1 引言

鲁棒几何模型拟合是指从包含离群点(Outliers)和噪声(Noise)的观测数据中估计出模型实例的参数和数量.它是计算机视觉中的一个重要研究方向^[1].由于模型拟合方法能有效提升传感器和相关算法对噪声和离群点的容忍度,越来越多的研究者将其应用到各类计算机视觉任务中,如车道线检

测^[2]、运动分割^[3]、移动机器人^[4]、平面单应性估计^[5]和消失点估计^[6]等(图1展示了鲁棒几何模型拟合的两个应用场景).通常,鲁棒几何模型拟合需要处理的离群点包含两类:伪离群点(Pseudo-outliers)和离群点(Gross-outliers)^[7].其中,伪离群点是指一个真实结构(或对用户有意义的结构)的内点(Inliers),而它们对另一个真实结构来说却是伪离群点;离群点是指不属于任何真实结构的数据点.例如,图1(b)中,菱形数据点是左平面的内点,但它却是右平面的



(a) 消失点估计



(b) 平面表面估计

图1 鲁棒几何模型拟合应用场景示例((a)为本文所提出的 NPMF 方法估出的三个消失方向(对应三个消失点,相应的消失线分别标记为红色、黄色和绿色);(b)为本文所提出的 NPMF 方法估计出的两个平面(标记为绿色和浅蓝色))

伪离群点;而十字符号数据点是离群点.由此可见,鲁棒几何模型拟合需要同时处理噪声、伪离群点和离群点.因此,它是计算机视觉领域中一个非常重要且具有挑战性的研究问题.

在过去的几十年中,以随机采样一致(Random Sample Consensus, RANSAC)算法^[1]为代表的鲁棒模型拟合方法已经被广泛应用于人工智能及相关领域. RANSAC 算法的主要步骤如下:首先从输入数据点中采样一组最小数据子集,并用这些最小数据子集来生成模型假设;然后计算每个模型假设的一致集;不断重复上述过程直到找出一个具有最大化一致集(即具有最多内点支持)的模型假设.但是, RANSAC 也存在一些问题.例如,它只能处理单结构数据,并且需要手动设置内点噪声尺度(Inlier Noise Scale)^[8].为了解决多结构数据的模型拟合问题,国内外的学者们提出了各种以聚类为基础的模型拟合方法^[9-15].例如,最小哈希联动聚类(Min-hashed J-linkage Clustering, MinHash)算法^[12]提出使用最小哈希签名的汉明距离(Hamming Distance)来取代杰卡德距离(Jaccard Distance)以处理多模型拟合问题.这些方法通常将数据描述为具有数据点特征维度和模型特征维度的偏好矩阵,然后通过相关准则对给定的数据偏好矩阵的行(或列)进行聚类,从而实现模型实例的内点和离群点进行分离.然而,基于聚类的方法容易受偏好矩阵的结构所影响(例如,存在大量离群点时,所构造的偏好矩阵容易导致聚类失败).

近年来,一些基于非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)的方法^[16-21]被引入到鲁棒几何模型拟合中以解决多结构模型拟合问题.这类方法首先通过随机采样获得一组表示数据点偏好的特征向量,然后构建一个非负偏好矩阵.非负矩阵分解的目的是将一个非负矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 分解为两个非负子矩阵 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 和 $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 的乘积,使其满足 $\mathbf{M} \approx \mathbf{UV}$. 与传统的模型拟合方法相比,这种通过非负线性组合的方式对原始非负矩阵进行降维可以减少存储空间和计算成本,同时提升拟合性能.目前, NMF 已经被引入到人脸识别和聚类等任务中^[22].然而,求解 NMF 是一个 NP 难题,因为它很难在合理的时间内找到全局最优解^[23].为了利用 NMF 来解决实际问题,奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)算法^[24]被用于求解秩为 1 时的 NMF 最优解.然而, SVD 在分析矩阵的低秩近

似问题时,假设噪声服从负无穷到正无穷的高斯分布,这会导致 SVD 的因子出现负值.

为了在合理的时间内找到最优的非负矩阵的秩 1 近似解,文献[25]提出了非负矩阵欠逼近(Nonnegative Matrix Underapproximation, NMU)算法用于解决 NMF 存在的问题. NMU 引入了拉格朗日松弛算法以求解其近似解.拉格朗日松弛算法为 NMU 提供了允许用户中止递归过程的迭代策略以处理参数估计问题.目前, NMU 已经被成功地应用于多结构模型拟合任务中.例如,文献[20]提出了一种基于交替方向乘法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)的鲁棒统计非负矩阵欠逼近(Robust Statistical NMU, RS-NMU)算法用于分析偏好矩阵以解决多结构模型拟合问题. RS-NMU 通过在 NMF 中嵌入欠逼近约束来实现对多结构模型的拟合,但 RS-NMU 也存在着一些问题:(1)针对不同的数据需要手动设置不同的内点噪声尺度参数;(2) RS-NMU 所使用的多结构假设采样方法(Accelerated Multi-structure Hypothesis Generation Sampling, Multi-GS)需要消耗大量的时间才能采样到有意义的模型假设,特别是当数据包含大量离群点时,它消耗的时间更多.针对上述的问题,本文提出一种基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的模型拟合方法(简称 NPMF),该方法包含两个部分:两个剪枝算法(即误匹配剪枝算法和模型假设剪枝算法)和一个改进的非负矩阵欠逼近算法.误匹配剪枝算法用于消除误匹配;模型假设剪枝算法用于去除无效的模型假设;改进的非负矩阵欠逼近算法用于自适应地拟合多结构模型实例. NPMF 的两个部分紧密结合在一起,有效地提升了对多结构数据的拟合性能和鲁棒性.图 2 给出了本文所提出的 NPMF 方法用于平面单应性估计任务的框架图.

本文的主要贡献总结如下:

(1) 提出一种误匹配剪枝算法.该算法通过分析匹配点对之间的投影关系来估计多个正确匹配点对,并利用信息论方法自适应地修剪误匹配,以减少离群点对拟合性能的影响.

(2) 提出一种基于模型假设剪枝算法的非负偏好矩阵构建策略.该策略利用模型假设的权重分数自适应地选择有意义的模型假设以构建高质量的非负偏好矩阵.

(3) 提出一种改进的非负矩阵欠逼近算法.该算法将空间约束和稀疏约束融合到一个高质量的非负偏好矩阵中以进行多结构模型拟合,并采用结构

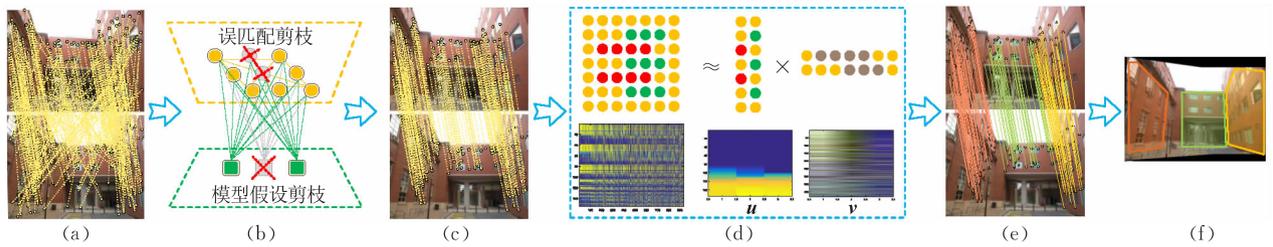


图2 本文所提出的 NPMF 方法在 Neem 图像对上进行平面单弹性估计的框架图((a)为存在误匹配的输入图像对;(b)为两种剪枝算法分别用于消除误匹配和无效的模型假设;(c)为剪枝后的图像匹配点对;(d)为使用改进的非负矩阵欠逼近算法将偏好矩阵分解为稀疏矩阵 u 和重构矩阵 v (其中, u 的行和列分别对应数据点和模型假设);(e)为本文所提出的方法估计出的三个模型实例(分别以不同的颜色进行标注);(f)为本文所提出的方法应用到图像拼接上的结果)

合并策略自适应地估计模型实例的参数和数量。

在合成数据和真实图像上的实验结果表明,本文所提出的 NPMF 方法减少了离群点和无效模型假设对模型拟合性能的影响,同时,在多结构数据的拟合精度上具有一定的优势。

本文第 2 节简要介绍鲁棒几何模型拟合的相关工作;第 3 节重点介绍本文所提出的误匹配剪枝算法、模型假设剪枝算法和改进的非负矩阵欠逼近算法;第 4 节详细分析本文所提出的 NPMF 方法与一些新型且具有代表性的方法在合成数据和真实图像上的实验结果;第 5 节总结本文的工作及给出后续的主要研究方向。

2 相关工作

鲁棒模型拟合方法能有效处理存在大量离群点的多结构数据. 近十年来,这类方法获得了越来越多的关注. 本节将从以下三个方面介绍与本文所提方法相关的研究工作:基于离群点移除的拟合方法、基于模型选择的拟合方法以及基于矩阵分解的拟合方法。

2.1 基于离群点移除的拟合方法

由于输入数据通常会包含一些离群点,对输入数据进行修剪(即移除离群点)可以有效提升鲁棒几何模型拟合的性能^[11,26-29]. 例如,KF(Kernel Fitting)方法^[26]引入了基于 Merer 核的统计分析方法来测量数据点之间的相似性,并利用离群点在再生核希尔伯特空间(Reproducing Kernel Hilbert Space)中具有投影在原点附近的特性,从而有效地去除多结构数据中的离群点. 但是,KF 需要计算每对数据点之间的相似性来建立相似性矩阵,导致该方法非常耗时. T-Linkage 算法^[11]提出使用谷本距离(Tanimoto Distance)来测量数据点之间的相似性,采用凝聚聚类算法估计数据中的潜在模型实例,并将一

些小于指定阈值的模型实例的数据点识别为离群点. 但是,这类方法具有很高的计算复杂度,并且不能有效地处理交叉结构的问题. 保证离群点消除(Guaranteed Outlier Removal,GORE)方法^[28]引入最大一致集来保证对离群点的有效修剪,这可以极大地降低该方法的计算成本. 但是,GORE 依赖混合整数规划技术进行分支定界优化,这可能会导致无法获得全局最优解. 基于增广齐次坐标的误匹配检测(Augmented Homogeneous Coordinates,AHC)方法^[30]提出构建增广齐次坐标矩阵,并通过迭代方式来移除误匹配(即离群点). AHC 具有投影不变性和对噪声不敏感的优势. 然而,AHC 需人工指定阈值来终止迭代. 基于离群点移除的拟合方法能够有效地缓解离群点对拟合精度的影响,但是这类方法在评估数据点之间的关系时(如相似性度量),会消耗大量的时间。

2.2 基于模型选择的拟合方法

鲁棒几何模型拟合方法通常需要生成大量的模型假设才能在数据中找到代表真实结构的模型实例. 但是,所生成的模型假设通常包含部分无效的模型假设,而有效的模型假设选择算法可以减少无效的模型假设带来的影响,进而提高计算效率. 因此,模型假设选择在鲁棒几何模型拟合中具有举足轻重的作用。

近年来,一些文献^[13,31-33]提出了基于模式搜索的拟合方法以减少无效的模型假设带来的影响. 这些方法通过在参数空间中搜索代表模型假设分布的峰值来估计模型实例的参数. 例如,MSHF(Mode-Seeking on Hypergraphs Fitting)方法^[13]引入了基于超图的模式搜索策略,通过超图来表征模型假设与数据点之间的复杂关系,并根据顶点的权重分数和顶点之间的相似性来搜索有代表性的模式. 随机霍夫变换(Randomized Hough Transform)方法^[31]在“霍夫空间”中依据显著的模型假设对全

局最优区域进行投票,以提高霍夫变换的性能. 均值漂移(Mean Shift)方法^[32]及其变种方法^[33]在参数空间中重复地计算数据点之间的均值,通过判断峰值区域来选择有意义的模型假设. 然而,这类方法在很大程度上依赖于采样后生成的有意义模型假设的占比. 自适应核尺度加权假设(Adaptive Kernel-Scale Weighted Hypotheses, AKSWH)方法^[10]采用非参数核密度估计技术和迭代 K 阶排序尺度估计(Iterative K -th Ordered Scale Estimator, IKOSE)算法来评估模型假设的质量,利用信息理论来选择权重分数较高的模型假设,并将这些模型假设进行融合以估计模型实例的参数. AKSWH 具有计算速度快、鲁棒性强的优点. 但是,AKSWH 可能会过滤掉一些包含较少内点的有效模型假设,这将影响后续的拟合精度. 多类级联联动(Multi-class Cascaded T-Linkage, MCT)方法^[14]使用 T-Linkage 算法从复杂的嵌套模型中提取简单的模型,并利用几何信息约束准则进行模型选择. 但是, MCT 只能处理特定约束下的模型,如从基础矩阵模型中提取单源性模型. 基于模型选择的拟合方法通过筛选出有意义的模型假设可以提升拟合精度. 然而,在采样过程中,离群点的数量会影响生成的模型假设的质量.

2.3 基于矩阵分解的拟合方法

矩阵分解的主要任务是将偏好矩阵分解为一个稀疏矩阵和一个重构矩阵. 通过对重构矩阵的线性表示实现对多结构模型实例的重构. 例如,鲁棒偏好分析(Robust Preference Analysis, RPA)^[18]使用类似于 MSAC(M-estimator Sample and Consensus)的策略来处理多结构模型拟合问题. RPA 首先构造一个基于偏好分析的相似性矩阵,然后采用鲁棒主成分分析(Robust Principal Component Analysis)对该矩阵进行分解,最终从分解后的矩阵中提取模型实例. 但这种方法需要较多时间来构建相似性矩阵. 一种基于多重聚类的多参数模型估计(Random Sample Ensemble, RSE)方法^[34]引入 L_1 范数来分析非负偏好矩阵的稀疏性,进而将非负矩阵因子化. 在这种方法中,每个模型假设被表示为来自偏好分析的特征向量. 双聚类获取因子分析(Factor Analysis for Bicluster Acquisition, FABIA)方法^[19]提出一种基于概率的双聚类算法来分析偏好矩阵的特点以估计多结构模型实例,但该方法需要人工指定模型实例的数量. 基于先验信息的非负矩阵欠逼近(Nonnegative Matrix Underapproximation with Prior Information, PNMU)方法^[35]将基于空间信息和稀

疏信息的目标函数作为先验信息来分析频谱特征的非负性,但它需要人工指定结构数量以求解目标函数. 与传统矩阵分解方法相比,RS-NMU 在 NMF 的基础上增加了欠逼近约束,引入了统计检验来分析矩阵因子所蕴含的模型实例. 然而,RS-NMU 的时间消耗较高. 这些基于矩阵分解的拟合方法通过相似性矩阵或偏好矩阵来描述模型假设与数据点之间的关系,并引入稀疏约束(如 RSE)、空间信息(如 RPA)或欠逼近约束(如 RS-NMU),从而获得更精确的拟合结果,但它们对数据分布敏感、时间消耗较高或需要人工指定结构数量.

以上分析可以看出,已有的拟合方法均存在各自的优势和劣势. 融合已有方法的优势,本文提出基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的模型拟合方法(NPMF). 相比于需要通过人工指定阈值来选择误匹配的 AHC 方法,本文所提出的误匹配剪枝算法是将信息理论引入到误匹配检测中,通过衡量估计匹配点与实际匹配点之间的匹配误差,自适应地移除多结构数据中的离群点(即具有较大匹配误差的匹配点对). 其次,不同于 AKSWH 方法,本文所提出的模型假设剪枝算法首先利用信息理论来评估已生成的模型假设的质量,然后构造基于有意义模型假设的非负偏好矩阵. 相比于使用 ADMM 求解策略的 RS-NMU 算法,本文所提出的改进的非负矩阵欠逼近算法首先通过减少离群点的影响来执行偏好分析并构建非负偏好矩阵,接着将两个约束项(即空间约束和稀疏约束)引入到非负矩阵欠逼近(即 NMU)算法中以提取更多具体且显著的特征,最后使用自适应迭代策略来求解改进的非负矩阵. 此外,为了解决 RS-NMU 算法使用 Multi-GS 采样耗时过长的问题,本文所提出的 NPMF 方法引入简单且有效的近邻采样算法^[36]来生成模型假设,极大地提高了对空间邻近内点的采样概率. 总体而言, NPMF 首先引入误匹配移除技术来去除离群点,减少其对采样模型假设的影响,然后使用权重分数来引导修剪无效的模型假设,最后将空间约束和稀疏约束引入到非负矩阵欠逼近算法中以提升多结构几何模型拟合的性能.

3 算法描述

本节介绍所提出的新型的模型拟合方法,其主要组成部分包括:误匹配剪枝算法、模型假设剪枝算法和改进的非负矩阵欠逼近算法.

3.1 误匹配剪枝算法

给定一组匹配点对 $\{(m_i, \tilde{m}_i)\}_{i=1}^p$, p 是匹配点对的数量, $m_i = [x_i, y_i, 1]^T$ 和 $\tilde{m}_i = [\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, 1]^T$ 分别表示两幅匹配图像上两个特征点的增广齐次坐标. 假设在 $\{m_i\}_{i=1}^k$ 和 $\{\tilde{m}_i\}_{i=1}^k$ 之间存在一个投影变换矩阵 $\mathbf{S} = \{S_{ij}\} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (其中, i 和 j 为下标, k 是实际匹配点的数量), 则两个实际匹配点之间的投影关系可表示如下:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \cdot x_i + S_{12} \cdot y_i + S_{13} \cdot 1 \\ S_{21} \cdot x_i + S_{22} \cdot y_i + S_{23} \cdot 1 \\ S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} S_{11} \cdot x_i + S_{12} \cdot y_i + S_{13} \cdot 1 \\ S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \frac{S_{11} \cdot x_i + S_{12} \cdot y_i + S_{13} \cdot 1}{S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1} \\ \frac{S_{21} \cdot x_i + S_{22} \cdot y_i + S_{23} \cdot 1}{S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1} \\ \frac{S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1}{S_{31} \cdot x_i + S_{32} \cdot y_i + S_{33} \cdot 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_i \\ \tilde{y}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

我们将式(1)重写为关于 k 个实际匹配点的矩阵形式, 如式(2)所示:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \\ \mathbf{y}^T \\ \mathbf{1}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \cdot \mathbf{x}^T + S_{12} \cdot \mathbf{y}^T + S_{13} \cdot \mathbf{1}^T \\ S_{21} \cdot \mathbf{x}^T + S_{22} \cdot \mathbf{y}^T + S_{23} \cdot \mathbf{1}^T \\ S_{31} \cdot \mathbf{x}^T + S_{32} \cdot \mathbf{y}^T + S_{33} \cdot \mathbf{1}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{31} \cdot \tilde{\mathbf{x}}^T \odot \mathbf{x}^T + S_{32} \cdot \tilde{\mathbf{x}}^T \odot \mathbf{y}^T + S_{33} \cdot \tilde{\mathbf{x}}^T \odot \mathbf{1}^T \\ S_{31} \cdot \tilde{\mathbf{y}}^T \odot \mathbf{x}^T + S_{32} \cdot \tilde{\mathbf{y}}^T \odot \mathbf{y}^T + S_{33} \cdot \tilde{\mathbf{y}}^T \odot \mathbf{1}^T \\ S_{31} \cdot \mathbf{x}^T + S_{32} \cdot \mathbf{y}^T + S_{33} \cdot \mathbf{1}^T \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_k]^T$, $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k]^T$ 和 $\tilde{\mathbf{y}} = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k]^T$; \odot 为哈达

玛积. 式(2)反映了一组匹配点对可以通过一个投影变换矩阵进行等价转换. 基于上述投影关系, 我们引入基于增广齐次坐标(AHC)方法^[30]来计算匹配误差. 给定一组匹配点对, 传统的方法通常需要先拟合投影矩阵, 然后计算满足投影矩阵约束的匹配点对的匹配误差. 而 AHC 则不需要先求出投影矩阵, 只需给定特征点即可估计出符合投影关系的估计匹配点, 从而计算出估计匹配点与实际匹配点之间的匹配误差(如图 3 所示). 相对于直接拟合投影矩阵, AHC 的优势是对匹配点对的噪声不敏感. 参照文献^[30]首先定义两个符合投影变换关系的增广齐次坐标矩阵 $\mathbf{A}^x \in \mathbb{R}^{6 \times k}$ 和 $\mathbf{A}^y \in \mathbb{R}^{6 \times k}$, 其中, $\mathbf{A}^x = [\mathbf{x}^T \odot \tilde{\mathbf{x}}^T, \mathbf{y}^T \odot \tilde{\mathbf{x}}^T, \mathbf{1}^T \odot \tilde{\mathbf{x}}^T, \mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T, \mathbf{1}^T]^T$, $\mathbf{A}^y = [\mathbf{x}^T \odot \tilde{\mathbf{y}}^T, \mathbf{y}^T \odot \tilde{\mathbf{y}}^T, \mathbf{1}^T \odot \tilde{\mathbf{y}}^T, \mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T, \mathbf{1}^T]^T$. 然后, 向 \mathbf{A}^x 和 \mathbf{A}^y 添加一个与特征点 $[x_i, y_i, 1]^T$ 对应的期望匹配点 $[\alpha, \beta, 1]^T$, 如式(3)所示:

$$\tilde{\mathbf{A}}_i^x(\alpha) = [[\alpha \cdot x_i, \alpha \cdot y_i, \alpha \cdot 1, x_i, y_i, 1]^T, \mathbf{A}^x] \quad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_i^y(\beta) = [[\beta \cdot x_i, \beta \cdot y_i, \beta \cdot 1, x_i, y_i, 1]^T, \mathbf{A}^y]$$

由于真实场景的数据通常包含有噪声, 可以通过式(4)估计出 $[\alpha, \beta, 1]^T$ 的最优取值 $[\alpha', \beta', 1]^T$:

$$\alpha' = \arg \min_{\alpha \in \mathbb{R}} |\tilde{\mathbf{A}}_i^x(\alpha) (\tilde{\mathbf{A}}_i^x(\alpha))^T| \quad (4)$$

$$\beta' = \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}} |\tilde{\mathbf{A}}_i^y(\beta) (\tilde{\mathbf{A}}_i^y(\beta))^T|$$

其中 $|\cdot|$ 为行列式. 接着, 将最优取值 $[\alpha', \beta', 1]^T$ 代入式(3)并计算其逆矩阵, 进而通过式(5)计算给定特征点 $[x_i, y_i, 1]^T$ 的估计匹配点 $[\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, 1]^T$:

$$\tilde{x}_i = -\frac{\mathbf{m}_i^T \mathbf{Z}_{11}^x \mathbf{m}_i}{\mathbf{m}_i^T \mathbf{Z}_{11}^x \mathbf{m}_i}, \quad \tilde{y}_i = -\frac{\mathbf{m}_i^T \mathbf{Z}_{21}^y \mathbf{m}_i}{\mathbf{m}_i^T \mathbf{Z}_{11}^y \mathbf{m}_i} \quad (5)$$

其中 $i = 1, \dots, p$; $\mathbf{Z}_{i'j'}^x$ 和 $\mathbf{Z}_{i'j'}^y$ 分别是 $\tilde{\mathbf{A}}_i^x(\alpha')$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_i^y(\beta')$ 的逆矩阵, i' 和 j' 表示分块矩阵

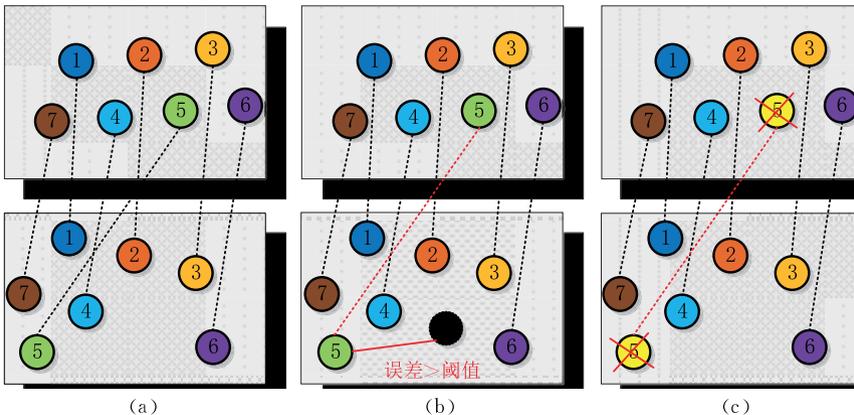


图 3 误匹配剪枝过程示例(图中数字表示数据点, 虚线表示匹配点对. (a) 为初始化的匹配点对, (b) 为在迭代过程中, 数据点 5 与白色数据点(假定它是与数据点 5 准确匹配的估计匹配点)之间的误差超过指定的阈值, (c) 为数据点 5 被选择为离群点, 并在下一次迭代中移除相应的匹配点对)

$[\mathbf{Z}_{11}^x, \mathbf{Z}_{12}^x; \mathbf{Z}_{21}^x, \mathbf{Z}_{22}^x]$ 或 $[\mathbf{Z}_{11}^y, \mathbf{Z}_{12}^y; \mathbf{Z}_{21}^y, \mathbf{Z}_{22}^y]$ 的下标. 文献[30]已经给出了式(5)的求解方式. 在获得估计匹配点 $[\bar{x}_i, \bar{y}_i, 1]^T$ 后, 我们利用迭代方式逐步缩小估计匹配点的选择区间, 直至估计匹配点与实际匹配点之间的匹配误差不大于指定的阈值. 这些估计匹配点的索引集可由下式计算:

$$\mathbb{I}^{t+1} = \left\{ i \mid \left(\left| \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_i^t) - \varphi_x^t}{\sigma_x^t} \right| < \epsilon^t \right) \wedge \left(\left| \frac{(\bar{y}_i - \bar{y}_i^t) - \varphi_y^t}{\sigma_y^t} \right| < \epsilon^t \right) \right\} \quad (6)$$

其中, $((\cdot) \wedge (\cdot))$ 表示逻辑或运算; φ^t 和 σ^t 分别表示在第 t 次迭代时估计匹配点与实际匹配点之间的匹配误差的平均值和标准差; ϵ^t 表示第 t 次迭代时的阈值; 为了使式(6)在迭代过程中可以逐步降低阈值, ϵ^{t+1} 在实验中被设置为 $0.98 \times \epsilon^t$.

在获得多个估计匹配点 $\bar{\mathbf{m}} = [\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \mathbf{1}]^T$ (其中, $\bar{\mathbf{x}} = \{\bar{x}_i | i \in \mathbb{I}\}$, $\bar{\mathbf{y}} = \{\bar{y}_i | i \in \mathbb{I}\}$) 后, 我们引入信息理论方法 (Information-theoretic Approach)^[37] 来选择正确的匹配点对, 并去除误匹配. 首先, 计算 $\bar{\mathbf{m}}$ 和 $\bar{\mathbf{m}}$ 之间的匹配误差 $\mathcal{R}^2 = \{\zeta_1^2, \zeta_2^2, \dots, \zeta_p^2\}$. 匹配误差表明正确的匹配点对应具有相对较小的匹配误差值, 而错误的匹配点对应具有相对较大的匹配误差值. 接着, 定义匹配误差的最大值与第 i 个匹配误差 ζ_i 之间的差值 ξ_i 如下:

$$\xi_i = \max\{\mathcal{R}^2\} - \zeta_i^2 \quad (7)$$

那么, 第 i 个匹配点对 $(\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{m}}_i)$ 的先验概率可以表示为

$$\rho_i = \frac{\xi_i}{\sum_{j=1}^p \xi_j} \quad (8)$$

先验概率的熵可以表示为

$$L = - \sum_{i=1}^p \rho_i \log \rho_i \quad (9)$$

先验概率的熵 L 用于衡量匹配点对包含可用信息的程度.

在这里, 我们将熵 L 看作为一个阈值, 用于移除匹配误差较大的匹配点对 (对应离群点) 和保留匹配误差较小的匹配点对 (对应内点):

$$\mathcal{I}^* = \{\zeta_i \mid -\log \rho_i < L\} \quad (10)$$

其中, \mathcal{I}^* 表示正确的匹配点对的索引集 (即内点). 移除误匹配后的匹配点对可表示为: $\{(\mathbf{m}_i, \bar{\mathbf{m}}_i) \mid i \in \mathcal{I}^*\}$. 在本节中, 我们提出了误匹配剪枝算法, 该算法将信息理论引入到误匹配检测中, 用于自适应地移除多结构数据的离群点 (即具有较大匹配误差的匹

配点对).

3.2 模型假设剪枝算法

给定一组去除误匹配后的输入数据点 $\mathcal{X} = \{x_i\}_{i=1}^n$, n 为数据点的数量. 首先, 通过近邻采样算法^[36] 采样一组最小数据子集 (每个最小数据子集包含估计一个模型假设所需的最少数量的数据点); 然后, 生成 m 个模型假设 $\mathcal{H} = \{h_j\}_{j=1}^m$; 接着, 使用桑普森距离^[38] 计算每个数据点 x_i 和第 j 个模型假设 h_j 之间的残差 $\mathbf{r}^{h_j} = \{r_i^{h_j}\}_{i=1}^n$.

为了评估生成的模型假设的质量, 我们使用非参数核密度估计算法^[39] 为每个模型假设分配一个权重分数. 一般来说, 具有高权重分数的模型假设通常与真实结构接近, 而具有低权重分数的模型假设与真实结构有较大偏差. 受文献[10]的启发, 每个模型假设的权重分数可由式(11)计算^[10]:

$$\omega_j^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\Phi(r_i^{h_j} / b^{h_j})}{s^{h_j} b^{h_j}} \quad (11)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 和 b^{h_j} 分别表示核函数和带宽; $r_i^{h_j}$ 表示数据点 x_i 与模型假设 h_j 的残差值; s^{h_j} 表示与模型假设 h_j 对应的内点噪声尺度, 即在该尺度范围内的数据点被划分为模型假设 h_j 的内点, 该内点噪声尺度可通过 IKOSE^[10] 计算获得. 在这里, 我们使用经典的 Epanechnikov 核函数^[39] 作为式(11)的核函数 $\Phi(\cdot)$; 关于残差 $r_i^{h_j}$ 的带宽 b^{h_j} 可以通过 $\left[\frac{243 \int_{-1}^1 \Phi(r_i^{h_j})^2 dr_i^{h_j}}{35n \int_{-1}^1 (r_i^{h_j})^2 \Phi(r_i^{h_j}) dr_i^{h_j}} \right]^{0.2} s^{h_j}$ 计算获得^[39].

类似于误匹配剪枝算法, 我们通过引入信息理论来选择有意义的模型假设. 首先, 定义模型假设 \mathcal{H} 的一组权重分数为 $\mathcal{W}^2 = \{\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_m^2\}$, \mathcal{W}^2 中元素的最大值和第 i 个模型假设 h_i 的平方权重分数之间的差值为 $\tilde{\xi}_i = \max\{\mathcal{W}^2\} - \omega_i^2$. 先验概率的熵可由式(12)计算:

$$E = - \sum_{i=1}^m \tilde{\rho}_i \log \tilde{\rho}_i \quad (12)$$

其中, $\tilde{\rho}_i = \frac{\tilde{\xi}_i}{\sum_{j=1}^m \tilde{\xi}_j}$ 为模型假设 h_i 的先验概率. 接着, 使

用式(13)来选择有意义的模型假设 (即具有较高权重分数的模型假设):

$$\mathcal{H}^* = \{h_i \mid -\log \tilde{\rho}_i > E\} \quad (13)$$

在获得有意义的模型假设后, 我们引入偏好

函数^[11]来构建一个非负偏好矩阵,如式(14)所示:

$$C(i, j) = \begin{cases} \exp(-r_i^{k_j} / s^{k_j}), & \text{如果 } r_i^{k_j} \leq \eta s^{k_j} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\exp(\cdot)$ 为指数函数; η 为阈值,它在实验中被设置为 2.5,意味着 98%的内点服从正态分布. $C(i, j)$ 表示非负偏好矩阵的第 i 个数据点相对于第 j 个模型假设的偏好程度. 由于 $C(i, j)$ 是在修剪了离群点和无效的模型假设后构建的具有非负特性的偏好矩阵,因此它是一个高质量的非负偏好矩阵.

3.3 改进的非负矩阵欠逼近算法

目前,非负矩阵欠逼近(Nonnegative Matrix Underapproximation, NMU)算法^[20]已经被成功地应用于模型拟合问题中. NMU 算法可以表示如下:

$$\begin{aligned} \min_{u \in \mathbb{R}^m, v \in \mathbb{R}^n} & \|M - uv^T\|_F^2 \\ \text{满足 } & u, v \geq 0, M - uv^T \geq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为 $m \times n$ 的非负矩阵; u 和 v 为 M 的非负子矩阵. 为了求解 NMU 的近似解,我们通过计算 $\{U(:, i)V(i, :)\}_{i=1}^r$ 来获得 NMU 的秩 r 解,其中, $UV \leq M - uv^T$, $U = [u_1, u_2, \dots, u_r] \in \mathbb{R}^{m \times r}$, $V = [v_1, v_2, \dots, v_r]^T \in \mathbb{R}^{r \times n}$. 在这里,我们首先通过式(14)生成一个高质量的非负矩阵(即 $M = C$),然后提出一个融合空间约束和稀疏约束的非负矩阵欠逼近算法. 融入空间约束和稀疏约束有助于所提算法从非负矩阵中提取更多有意义的信息(如图 4 所示).

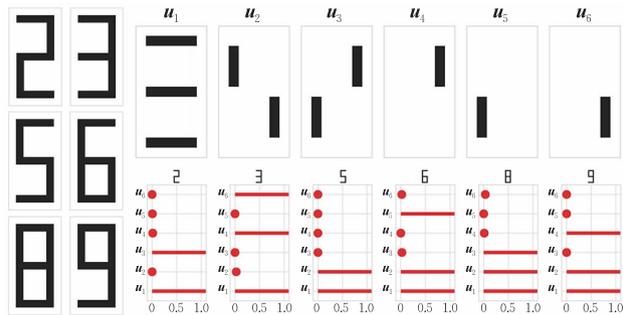


图 4 改进后的非负矩阵欠逼近算法示例(六幅二值图像(左)可以分解为六个稀疏向量(上)和六个重构向量(下). 稀疏向量中的每条黑线表示特征元素,重构向量表示为稀疏向量组的线性组合(刻度线上的红色点和红色线分别表示对应稀疏向量的系数为 0 或 1). 例如,重构向量 9 表示二值图像 9 可由稀疏向量组 u_1, u_2 和 u_4 线性表示(重构))

3.3.1 空间约束

数据点的空间位置可以有效地揭示相邻数据点

之间的关系,空间上相邻的数据点更可能来自相同的模型实例(即相同的结构). 受到文献[35]的启发,我们将空间约束引入到 NMU,以提取属于相同模型实例的相邻数据点.

为了衡量数据点在空间上的连贯性,我们引入各向异性全变差正则化(Anisotropic Total Variation Regularization, \mathcal{T})^[35,40]来评估具有空间同质性数据点的“先验”信息:

$$\mathcal{T} = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in \Omega(\delta, i)} |u_i - u_j| = 2 \|\Omega u\|_1 \quad (16)$$

其中, $\Omega \in \mathbb{R}^{\delta \times n}$ 是一个邻接矩阵,该矩阵的列和行分别表示数据点及其对应的邻居数据点;每个中心数据点表示为 $\Omega(\delta, i) = 1$,与中心数据点对应的邻居数据点表示为 $\Omega(\delta, j) = -1$,其它非邻居数据点表示为 0; $\|\cdot\|_1$ 表示 L_1 范数; $\|\Omega u\|_1$ 描述了数据点与邻居数据点之间的关系. 一方面,邻接矩阵可以有效地表示数据点在空间上的分布;另一方面,引入 L_1 范数可以更好地区分邻居数据点和非邻居数据点. 一般情况下,相邻数据点(而不是那些孤立的数据点)具有空间连续特征,而各向异性全变差正则化能够有效地诠释相邻数据点的融合度^[35,40].

3.3.2 稀疏约束

稀疏约束可以减少邻居数据点对中心数据点的影响,这意味着邻居数据点更有可能来自与中心数据点相同的结构^[41]. 与稀疏 NMF 算法类似,我们将具有稀疏表示特性的 L_1 范数正则化项 $\|u\|_1$ 引入到 NMU 中. 为了求解 NMU 的近似解,式(15)可被重写为基于拉格朗日对偶^[25]的表达式^[35]:

$$\begin{aligned} \max_{u \geq 0, v \geq 0} & u^T (M - \Psi) v \\ \text{满足 } & \|u\|_2 \leq 1, \|v\|_2 \leq 1 \end{aligned} \quad (17)$$

其中, Ψ 是一个满足欠逼近约束拉格朗日乘子的矩阵; $\|\cdot\|_2$ 表示 L_2 范数. 引入稀疏约束具有两个优点: 首先,它不会影响非负矩阵本身的特性,即分解后的子矩阵可以通过线性组合来表示非负矩阵. 其次,它可以对数据点进行稀疏表示以挖掘非零元素之间的关系. 也就是说,由偏好函数产生的非负矩阵的每一列(代表模型假设)通常只包含指定内点噪声尺度范围内的部分数据点. 相应地, u 应该也只包括部分非零元素.

我们将空间约束和稀疏约束引入到式(17)中,具体操作如下:

$$\max_{\substack{u \geq 0, v \geq 0, \\ \|u\|_2 \leq 1, \|v\|_2 \leq 1}} (u^T (M - \Psi) v - \phi \|\Omega u\|_1 - \psi \|u\|_1) \quad (18)$$

其中, $u^T (M - \Psi) v$, $\|\Omega u\|_1$ 和 $\|u\|_1$ 分别表示最小二

乘残差相关项、空间约束项和稀疏约束项. 正则化参数 ϕ 和 ψ 起着平衡这三项的作用. 也就是说, 当 $\phi=0$ 和 $\psi=0$ 时, 式(18)可被转化为原始的 NMU.

为了求解式(18)的秩 r 矩阵, 我们引入了基于拉格朗日松弛算法^[25]的迭代求解策略(即 NMU Based on Lagrangian Relaxation, L-NMU)^[35]. L-NMU 可以有效地结合加权最小二乘算法和投影梯度算法^[42], 以确保迭代的收敛性. 但是, L-NMU 需要人工指定结构数量来求解近似解, 这极大降低了它的实用性.

3.3.3 结构合并

在实际应用场景中, 多结构数据的结构数量是未知的, 一些模型拟合方法需要通过人工指定结构数量的方式来提升拟合精度. 例如, 在图 1(b)的平面表面估计任务中, 结构数量为两个(即左平面和右平面). 为解决人工指定结构数量的问题, 我们引入互信息理论(Mutual Information Theory, MIT)^[43]以自适应地估计结构数量. 依据互信息理论, 如果两个稀疏向量属于同一结构, 则它们之间的互信息值大于零, 反之亦然. 两个稀疏向量 $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j$ 之间的互信息值 \mathcal{I} 可以通过下式估计获得:

$$q(x_i | \mathbf{u}_i) = \frac{1}{s_i^{u_i}} \exp(-(r_i^{u_i})^2 / 2(s_i^{u_i})^2) / s_i^{u_i} \quad (19)$$

$$q(\mathbf{u}_i) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n q(x_l | \mathbf{u}_i) \quad (20)$$

$$q(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = n \sum_{l=1}^n q(x_l | \mathbf{u}_j) q(x_l | \mathbf{u}_i) \quad (21)$$

$$\mathcal{I}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = q(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) \log \frac{q(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j)}{q(\mathbf{u}_i)q(\mathbf{u}_j)} \quad (22)$$

其中, $q(x_i | \mathbf{u}_i)$ 表示数据点 x_i 关于 \mathbf{u}_i 的条件概率; $s_i^{u_i} \approx s_i^{H_i}$; $r_i^{u_i} \approx r_i^{H_i}$. 如果两个稀疏向量 $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j$ 之间的互信息值 \mathcal{I} 大于零, 则 \mathbf{u}_i 被标记上与 \mathbf{u}_j 相同结构的标签, 这些不同标签的数量被视为结构数量的估计值. 接着, 该估计值被引入到 L-NMU 中以自适应地求解式(18)中 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的最优解. 与文献[44]相似, 在获得 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的最优解后, 可以从 \mathbf{u} 中提炼出有意义的模型假设. 具体而言, \mathbf{u} 表示数据点对模型假设的偏好, 它的行和列分别对应于数据点和模型假设的索引. 例如, $\mathbf{u}_{i,j}=1$ 表示数据点 i 属于模型假设 j 的内点. 总的来说, 改进后的非负矩阵欠逼近算法可以有效地提取更多具体且显著的特征, 而且无需人工指定结构数量. 具体算法描述如算法 1 所示.

算法 1. 基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的模型拟合方法(NPMF).

输入: 数据点 \mathcal{X} , 模型假设的数量 m , 参数 ϕ 和 ψ

输出: 模型实例的参数和数量

1. 使用误匹配剪枝算法修剪离群点(如第 3.1 节所述);
2. 采样 m 个模型假设;
3. 使用模型假设剪枝算法修剪无效的模型假设(如第 3.2 节所述);
4. 根据式(14)构造非负偏好矩阵;
5. 使用改进后的非负矩阵欠逼近提取重构矩阵(如第 3.3 节所述);
6. 从重构矩阵中估计每个模型实例的内点.

4 实验与分析

在第 4 节中, 首先将本文所提出的 NPMF 方法与 6 种具有代表性的模型拟合方法(即 AKSWH^[10]、T-Linkage^[11]、RPA^[44]、RSE^[34]、ARSE^[34] 和 RS-NMU^[20]) 在合成数据和真实图像上进行比较; 然后将 NPMF 与另外两种新型的模型拟合方法(即 MinHash^[12] 和 MCT^[14]) 在三维点云数据上进行平面重建的比较. 所有的对比方法各重复 50 次实验, 然后采用分类误差准则^[11]来衡量这些方法的性能, 并给出所有测试数据的平均分类误差、平均时间和标准差.

4.1 不同组件和参数的影响

在两个真实图像对(即单结构数据 Unionhouse 和多结构数据 Johnsona)上, 我们评估不同的组件和参数对 NPMF 的影响. NPMF 与不同的组件的组合分别为: 不使用误匹配剪枝算法的 NPMF(即 NPMF-MP), 不使用模型假设剪枝算法的 NPMF(即 NPMF-HP), 不使用两种剪枝算法的 NPMF(即 NPMF-MP-HP) 和不使用式(18)中的两个约束的 NPMF(即 NPMF-RP). 如图 5 所示, NPMF-MP-HP 获得最高的分类误差(以百分比表示), 这是因为模型选择过程中的无效模型假设和离群点降低了 NPMF-MP-HP 的性能. 相反, NPMF-HP、NPMF-RP 和 NPMF-MP 分别获得第二、第三和第四高的分类误差. 值得指出的是, 对于单结构数据 Unionhouse, NPMF-MP 和 NPMF-RP 的性能接近 NPMF, 这意味着误匹配剪枝算法和两个约束项可以有效消除误匹配的影响, 并从非负矩阵中提取显著的特征; 但是, 它无法有效消除多结构数据 Johnsona 的误匹配和提取局部特征. 相反, 由于两种剪枝算法以及改进后的非负矩阵欠逼近算法的有效性, NPMF 获得了最低的分类误差.

另外, 我们还在多结构数据 Johnsona 上评估了

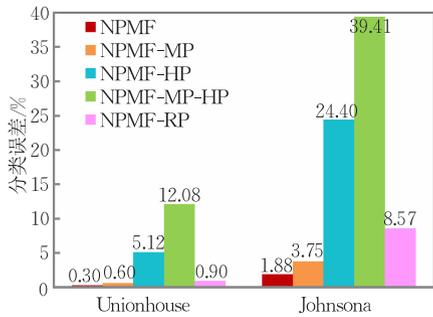


图 5 在单结构数据 (Unionhouse) 和多结构数据 (Johnsna) 上通过分类误差分析不同组件对 NPMF 性能的影响

在不同正则化参数 (即 ϕ 和 ψ) 下, 改进后的非负矩阵欠逼近算法对 NPMF 性能的影响. 首先, 固定 $\psi=0.20$, 将 ϕ 的值从 0 逐渐增加到 1, 分析空间约束对改进的非负矩阵欠逼近算法的影响; 然后, 在固定 $\phi=0.10$ 的同时, 将 ψ 从 0 逐渐调整到 1, 分析稀疏约束对改进后的非负矩阵欠逼近算法的影响. 如图 6 所示, 当 $\phi=0.10$ 和 $\psi \in [0.01, 0.25]$ (或 $\psi=0.20$ 和 $\phi \in [0.01, 0.10]$) 时, NPMF 获得了最佳的性能, 这是因为两个正则化参数的值过大可能会导致局部特征丢失. 然而, 当参数 $\phi=0.10$ 和 $\psi=0.15$ 时, NPMF 在空间约束和稀疏约束之间获得了很好的权衡. 因此, 在后续的实验中, ϕ 被固定为 0.10, ψ 被固定为 0.15.

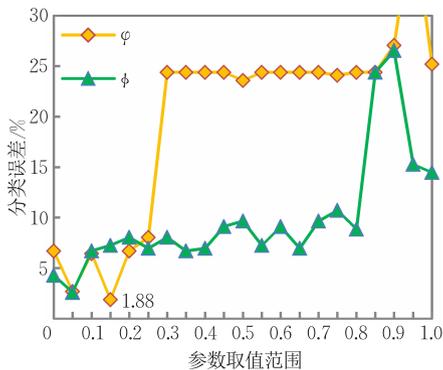
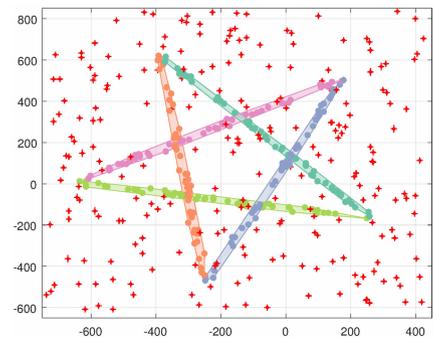


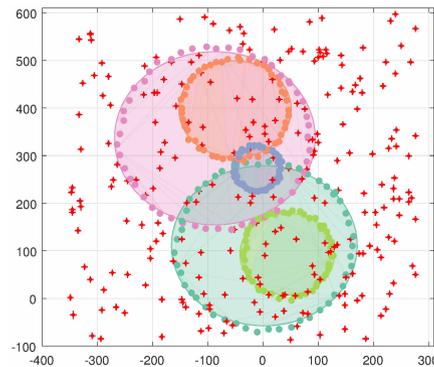
图 6 在多结构数据 (Johnsna) 上通过分类误差分析参数 ϕ 和 ψ 对改进的非负矩阵欠逼近算法的影响

4.2 基础几何模型估计

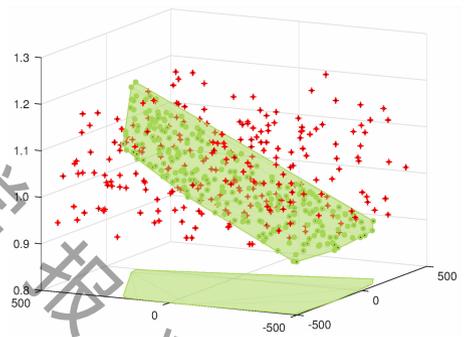
首先, 随机生成由数据点组成的直线、圆形和平面这 3 种类型的合成数据; 然后, 针对每种类型的数据, 随机生成一个投影变换矩阵以获得对应的匹配图; 接着, 向合成数据添加高斯噪声; 最后, 我们在直线、圆形和平面这 3 种合成数据上评估 7 种方法的性能. 从图 7 可以看出, 本文所提出的 NPMF 方法可以准确地估计出直线、圆形和平面模型. 表 1 给出了 7 种方法在 3 种合成数据上的定量结果. 与其它



(a) 直线



(b) 圆形



(c) 平面

图 7 本文所提出的 NPMF 方法在直线、圆形和平面估计上获得的一些结果 (不同结构的内点用不同的颜色表示)

6 种方法相比, NPMF 在直线和圆形估计中均达到了最好的拟合精度, 在平面估计中达到了第二好的拟合精度 (仅比 RPA 低 0.1%)。RS-NMU 使用 Kuiper 的统计检验来估计直线和圆形对应的显著模型假设, 获得了与 NPMF 相同的准确性. 但 RS-NMU 在平面估计的准确性上低于 NPMF. RSE 和 ARSE 都是基于无参数的双聚类算法, 因此它们获得了相似的结果. ARSE 使用了加速算法进行 L_1 范数非负矩阵分解, 在总的平均计算速度上取得第 3 名的成绩. 但与其他算法相比, ARSE 获得的拟合准确性较低. RPA 使用低秩近似算法分析偏好矩阵, 它在平面估计中获得最佳精度. 但是, RPA 需要更多时间来构造和处理基于柯西加权函数的相似性矩阵. AKSWH 和 T-Linkage 方法在直线和圆形估计

中获得较差的拟合精度,这是因为它们不能较好地处理具有不同内点比例的多结构数据(例如不同大小的圆形结构).相比之下,基于矩阵分解的方法(例如 RS-NMU 和 NPMF)通过引入约束项来分解偏好矩阵,缓解了基于聚类的拟合方法由于相似性计

算不准确而引起的拟合精度下降问题.在运行时间方面,NPMF 在圆形和平面估计上所消耗的时间最少,在直线估计上仅比 AKSWH 和 ARSE 稍慢.总的来说,NPMF 获得最低的标准差、最低的总平均拟合误差和最快的总平均计算时间.

表 1 7 种拟合方法在 3 种类型的合成数据集上进行直线、圆形和平面拟合所获得的分类误差(%)和拟合时间(s)
(加粗字体表示最优结果)

数据集		AKSWH	T-Linkage	RPA	RSE	ARSE	RS-NMU	NPMF
直线	平均误差	16.04	16.53	11.80	0.29	1.60	0.00	0.00
	平均时间	6.61	25.90	45.00	12.11	7.32	171.02	11.85
圆形	平均误差	14.13	30.12	20.60	1.30	1.30	0.00	0.00
	平均时间	8.71	27.83	62.14	8.71	7.35	8.33	7.23
平面	平均误差	4.80	18.26	1.30	7.60	5.60	2.20	1.40
	平均时间	29.53	59.19	75.63	103.02	76.18	167.12	25.18
合计	标准差	6.01	7.40	9.66	3.96	2.40	1.27	0.81
	平均误差	11.66	21.64	11.23	3.06	2.83	0.73	0.47
	平均时间	14.95	37.64	60.92	41.28	30.28	115.49	14.75

4.3 平面单应性估计

我们采用 AdelaideRMF 数据集^[4]中的 19 组包含单应性矩阵的真实图像来评估 7 种方法在平面单应性估计上的性能.从图 8 和表 2 中可以看到,本

文所提出的 NPMF 方法获得了最低的总平均分类误差和标准差;同时,NPMF 还获得了第 2 名的总平均计算速度.RS-NMU 获得第 2 名的总平均分类误差和第 6 名的运行时间,这是因为它所使用的



图 8 本文所提出的 NPMF 方法在平面单应性估计上获得的一些结果(不同结构的内点用不同的颜色表示).第 1 行和第 3 行分别表示带有真实模型实例标签的图像(视图 1),第 2 行和第 4 行分别表示 NPMF 在视图 2 上获得的结果(线条的始端与视图 1 的标签对应)

Multi-GS 算法消耗了大量时间进行模型假设采样. 相比之下, RPA 使用主成分分析和对称矩阵分解进行模型估计, 获得第 3 名的总平均分类误差. RSE 和 ARSE 在准确性和计算时间上各具优势, 因为 RSE 和 ARSE 使用相同的替代方法来求解近似解, 而 ARSE 是 RSE 的压缩版本. AKSWH 获得第 6 名的

总平均分类误差, 这是因为它会过滤掉一些包含较少内点的有效模型假设. 但是, AKSWH 通过熵阈值方式过滤掉大量无效的模型假设减少了计算成本, 获得了最快的总平均计算时间. 由于 T-Linkage 不能有效地处理邻接平面 (例如 Johnsonb), 因此获得了较差的结果.

表 2 7 种拟合方法在 19 组真实图像上进行平面单应性估计所获得的分类误差 (%) 和拟合时间 (s) (加粗字体表示最优结果)

数据集		AKSWH	T-Linkage	RPA	RSE	ARSE	RS-NMU	NPMF
Barrsmith	平均误差	35.28	31.40	24.26	11.49	10.64	10.37	10.37
	平均时间	10.67	45.89	31.22	64.21	63.16	285.17	23.07
Bonhall	平均误差	27.95	32.63	49.16	41.46	45.99	14.51	12.64
	平均时间	17.73	1138.15	1006.35	717.59	257.83	491.65	383.65
Bonython	平均误差	4.30	30.00	2.33	0.00	0.52	1.52	0.00
	平均时间	13.35	30.77	16.29	52.16	49.53	225.63	25.92
Elderhalla	平均误差	1.87	2.38	1.40	1.40	2.34	3.27	0.93
	平均时间	46.26	37.87	27.61	58.37	55.69	240.02	31.41
Elderhallb	平均误差	16.73	10.98	16.33	26.12	26.94	11.37	12.94
	平均时间	11.57	50.81	42.60	78.64	65.86	167.11	45.42
Hartley	平均误差	10.29	4.16	13.49	9.84	13.97	1.25	1.88
	平均时间	12.40	85.56	49.37	92.37	80.32	205.93	42.86
Johnsona	平均误差	15.01	16.35	10.20	32.86	53.26	24.13	3.22
	平均时间	10.34	114.96	83.50	160.51	96.95	212.63	64.37
Johnsonb	平均误差	47.69	16.59	48.16	32.05	46.47	25.89	25.00
	平均时间	14.07	392.16	327.85	385.63	180.66	296.61	320.14
Ladysymon	平均误差	8.63	12.20	5.95	23.35	25.55	1.69	1.69
	平均时间	10.36	46.90	28.61	85.11	63.63	260.34	42.04
Library	平均误差	6.98	9.34	13.21	5.19	22.64	0.93	0.93
	平均时间	10.78	37.15	26.94	65.54	58.38	149.09	23.21
Napiera	平均误差	37.81	13.70	11.99	10.27	11.64	2.32	3.31
	平均时间	11.73	73.43	44.21	80.37	77.19	147.55	31.97
Napierb	平均误差	20.72	18.44	24.68	16.46	21.52	17.76	15.05
	平均时间	9.68	49.65	41.13	78.88	63.15	265.44	61.20
Neem	平均误差	13.96	21.22	21.09	19.57	20.43	3.32	2.07
	平均时间	9.23	46.50	39.92	86.78	62.46	285.80	43.40
Nese	平均误差	16.64	0.33	2.07	0.83	31.95	0.79	0.00
	平均时间	10.29	53.26	32.64	93.26	69.52	252.03	40.82
Oldclassicswing	平均误差	5.04	29.78	2.34	18.18	18.18	2.38	0.53
	平均时间	14.36	129.49	59.28	156.94	102.90	220.75	80.72
Physics	平均误差	35.24	25.15	12.14	0.00	0.00	25.47	0.00
	平均时间	13.51	10.75	6.76	34.85	31.06	311.82	22.72
Sene	平均误差	8.22	0.72	2.33	20.34	23.31	0.40	0.40
	平均时间	11.71	50.49	30.37	80.30	64.25	204.95	35.26
Unihouse	平均误差	12.18	14.37	13.85	35.48	35.93	5.23	12.24
	平均时间	55.28	3536.87	2216.04	1109.67	472.70	923.61	502.95
Unionhouse	平均误差	22.65	17.88	12.46	0.62	0.31	0.30	0.30
	平均时间	11.69	89.58	36.53	82.75	80.16	175.12	30.37
合计	标准差	12.99	10.32	13.85	13.25	15.99	9.14	7.10
	平均误差	18.27	16.19	15.13	16.08	21.66	8.05	5.45
	平均时间	16.05	316.85	218.27	187.58	105.02	280.07	97.45

4.4 消失点估计

我们还在 York Urban 数据集^[6]上评估了 NPMF 和 6 种对比方法在消失点估计上的性能, 该数据集包含了室外和室内场景共 102 张图像. 由于 York Urban 数据集不包括离群点, 但它包含大量伪离群点, 因此在消失点实验中, 我们不采用误匹配剪

枝算法. 图 9 显示了 NPMF 获得的一些定性结果, 表 3 显示了 NPMF 和其它 6 种对比方法获得的定量结果. 总体而言, NPMF 在准确性方面的表现优于大多数对比方法: NPMF 获得了最低的平均分类误差、第 2 低的标准差. T-Linkage 的准确率在 7 种方法中排行第 2, 但它却消耗了最多的计算时间.



图 9 本文所提出的 NPMF 方法在消失点估计上获得的一些结果(不同的消失线(与消失点对应)用不同的颜色表示). 第 1 行和第 3 行表示输入图像以及待估计的消失方向,第 2 行和第 4 行表示 NPMF 估计的结果

表 3 7 种拟合方法在 102 幅真实图像上进行消失点估计所获得的分类误差(%)和拟合时间(s)(加粗字体表示最优结果)

数据集		AKSWH	T-Linkage	RPA	RSE	ARSE	RS-NMU	NPMF
York Urban	标准差	12.07	5.02	6.31	8.10	8.90	15.32	5.72
	平均误差	15.54	4.91	5.30	8.40	10.70	14.72	4.15
	平均时间	2.95	21.21	7.03	8.42	3.33	7.59	5.84

AKSWH 获得最高的平均误差,这是因为它不能有效地估计非高斯分布的内点噪声尺度,并且对参数选择比较敏感.在计算速度方面,由于 AKSWH 使用模型假设移除策略降低了无效模型假设对层次聚类的干扰,获得了最快的计算时间. NPMF 获得第 3 名的计算速度,这是因为 NPMF 引入了空间约束和稀疏约束到非负欠逼近矩阵中以提升模型拟合的准确性,因而略微地增加了计算成本.在算法的可靠性方面,T-Linkage 稍好于 NPMF,因为 T-Linkage 使用自底向上的方案提升了聚类稳定性,而 NPMF 在精度和计算成本之间实现了很好的平衡.

4.5 三维平面重建

我们将本文所提出的 NPMF 和两个新型的代表性方法(即 MinHash 和 MCT)在 SAMANTHA^[46]的两个三维点云数据集(即 *Piazza Dante*

和 *Pozzoveggiani*)上进行三维平面重建.其中,*Piazza Dante* 包含 39 个摄像机捕获的 11 094 个数据点,*Pozzoveggiani* 包含 48 个摄像机捕获的 2971 个数据点.由于 SAMANTHA 没有提供三维点云数据的标签,我们采用定性的方式来评估重建结果.

图 10 清楚地显示, NPMF 更能准确地反映建筑物的三维平面结构.相反,MinHash 和 MCT 都出现了一些不正确的平面重建结果.例如,对于 *Piazza Dante* 数据集,MinHash 错误地分离了一个平面(即左上方平面被分离为两个平面).对于 *Pozzoveggiani* 数据集,MinHash 和 MCT 错误地合并了一些平面(即左下方平面和烟筒左平面,右下方平面和烟筒左平面),这主要是因为 MinHash 对相交的表面结构比较敏感,而 MCT 生成的模型假设受其模型约束采样算法的限制.在计算性能方面,对于 *Piazza*

Dante 数据集的三维点云平面重建任务, NPMF 需要 45.62 s 的运行时间, 而 MinHash 和 MCT 分别需要 298.36 s 和 1243.78 s. NPMF 分别比 MinHash 和 MCT 快了约 5.5 倍和 26.3 倍. 对于 *Pozzovegiani* 数据集的三维点云平面重建任务, NPMF 需要

588.69 s 的运行时间, 而 MinHash 和 MCT 分别需要 24826.76 s 和 25611.89 s. NPMF 分别比 MinHash 和 MCT 快了约 41.2 倍和 42.5 倍. 实验结果表明, 与两种新型的代表性方法相比, NPMF 可以在合理的时间有效地重建多结构建筑物的三维平面.

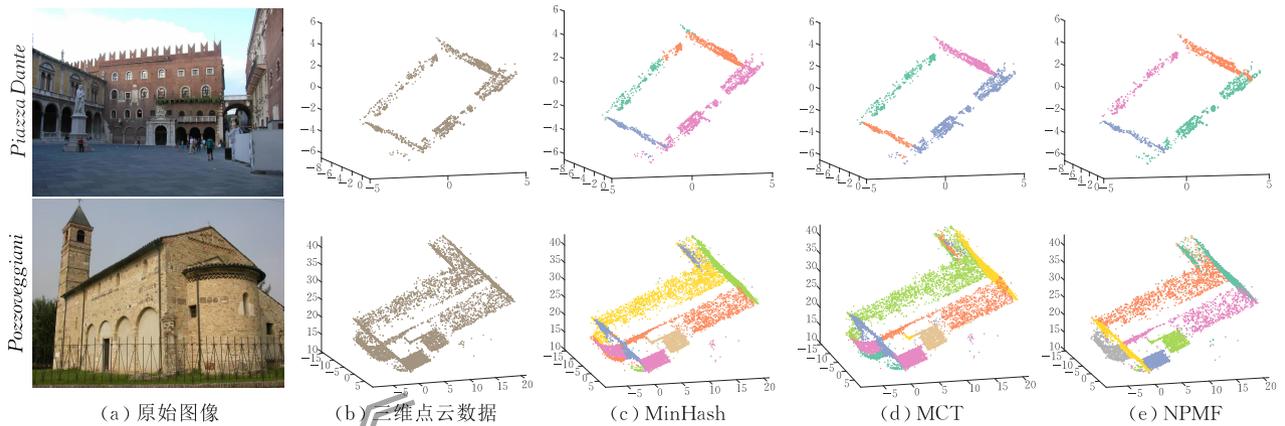


图 10 三种方法在三维点云上进行平面重建的定性比较结果(图中不同的结构用不同的颜色表示, 第 1 行和第 2 行中分别为 *Piazza Dante* 数据集和 *Pozzovegiani* 数据集, (a)~(b) 为原始图像(仅显示一个视图)和对应的三维点云数据, (c)~(e) 分别为是 MinHash、MCT 和 NPMF 所获得的重建结果)

5 结 论

本文提出了一种基于非负矩阵欠逼近和剪枝技术的模型拟合方法(NPMF), 以实现拟合多结构数据的模型实例. 该方法包含误匹配剪枝算法、模型假设剪枝算法和改进的非负矩阵欠逼近算法. 我们首先将误匹配移除技术引入到模型拟合中, 以实现有效地修剪多结构数据的误匹配. 接着我们利用模型假设剪枝算法来修剪无效的模型假设并保留有意义的模型假设, 进而构建一个高质量的非负偏好矩阵. 最后, 我们将空间约束和稀疏约束引入到非负矩阵欠逼近算法中, 并采用自适应的求解策略从非负矩阵中提取更多能反映模型实例内点的特征元素, 从而估计出多结构模型实例的参数和数量. 在合成数据和真实图像上的实验结果表明, 本文所提出的 NPMF 方法获得了更高的拟合精度(在真实图像上比同类方法 RS-NMU 提升了约 47.7%), 并且 NPMF 的性能优于其他一些新型且具有代表性的模型拟合方法(在合成数据上比同类方法 RS-NMU 提升了约 6.8 倍). 后续研究中, 我们将考虑引入基于学习的深度特征嵌入, 通过交替迭代的优化方法来处理多类型多几何模型拟合.

参 考 文 献

- [1] Fischler MA, Bolles RC. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395
- [2] Wu B, Lin C, Chen Y. Dynamic calibration and occlusion handling algorithms for lane tracking. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(5): 1757-1773
- [3] Ochs P, Brox T. Higher order motion models and spectral clustering. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Rhode Island, USA, 2012: 614-621
- [4] Atanasev N, Bowman S L, Daniilidis K, Pappas G J. A unifying view of geometry, semantics, and data association in SLAM. *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Stockholm, Sweden, 2018: 5204-5208
- [5] Jo G S, Lee K-S, Chandra D, et al. RANSAC versus CS-RANSAC. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Austin Texas, USA, 2015: 1350-1356
- [6] Denis P, Elder J H, Estrada F J. Efficient edge-based methods for estimating Manhattan frames in urban imagery. *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*. Marseille, France, 2008: 197-210
- [7] Stewart C V. Bias in robust estimation caused by discontinuities and multiple structures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(8): 818-833
- [8] Wang H, Suter D. Robust adaptive-scale parametric model estimation for computer vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(11): 1459-1474
- [9] Toldo R, Fusiello A. Robust multiple structures estimation with J-Linkage. *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*. Prague, Czech Republic, 2008: 537-547

- [10] Wang H, Chin T-J, Suter D. Simultaneously fitting and segmenting multiple-structure data with outliers. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, 34(6): 1177-1192
- [11] Magri L, Fusiello A. T-Linkage: A continuous relaxation of J-Linkage for multi-model fitting//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Columbus, USA, 2014: 3954-3961
- [12] Magri L, Fusiello A. Reconstruction of interior walls from point cloud data with min-hashed J-Linkage//*Proceedings of the International Conference on 3D Vision*. Verona, Italy, 2018: 131-139
- [13] Wang H, Xiao G, Yan Y, Suter D. Searching for representative modes on hypergraphs for robust geometric model fitting. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2019, 41(3): 697-711
- [14] Magri L, Fusiello A. Fitting multiple heterogeneous models by multi-class cascaded T-Linkage//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Long Beach, UK, 2019: 7460-7468
- [15] Guo Han-Lin, Xiao Guo-Bao, Yan Yan, et al. A preference-statistic-based data representation for robust geometric model fitting. *Chinese Journal of Computers*, 2020, 43(7): 1199-1214(in Chinese)
(郭翰林, 肖国宝, 严严等. 基于偏好统计数据表征的鲁棒几何模型拟合方法. *计算机学报*, 2020, 43(7): 1199-1214)
- [16] Paatero P, Tapper U. Positive matrix factorization: A non-negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values. *Environmetrics*, 1994, 5(2): 111-126
- [17] Liu H, Wu Z. Non-negative matrix factorization with constraints//*Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Atlanta, USA, 2010: 506-511
- [18] Magri L, Fusiello A. Robust multiple model fitting with preference analysis and low-rank approximation//*Proceedings of the British Machine Vision Conference*. Swansea, UK, 2015: 1-12
- [19] Denitto M, Magri L, Farinelli A, et al. Multiple structure recovery via probabilistic biclustering//*Proceedings of the Joint IAPR International Workshops on Statistical Techniques in Pattern Recognition and Structural and Syntactic Pattern Recognition*. New York, USA, 2016: 274-284
- [20] Tepper M, Sapiro G. Nonnegative matrix underapproximation for robust multiple model fitting//*Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Honolulu, USA, 2017: 2059-2067
- [21] Guo X, Lin Z, Center C M I. ROUTE: Robust outlier estimation for low rank matrix recovery//*Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Melbourne, Australia, 2017: 1746-1752
- [22] Berry M W, Browne M, Langville A N, et al. Algorithms and applications for approximate nonnegative matrix factorization. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2007, 52(1): 155-173
- [23] Vavasis S A. On the complexity of nonnegative matrix factorization. *SIAM Journal on Optimization*, 2009, 20(3): 1364-1377
- [24] Papalexakis E E, Sidiropoulos N D, Bro R. From k -means to higher-way co-clustering: Multilinear decomposition with sparse latent factors. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 61(2): 493-506
- [25] Gillis N, Glineur F. Using underapproximations for sparse nonnegative matrix factorization. *Pattern Recognition*, 2010, 43(4): 1676-1687
- [26] Chin T J, Wang H, Suter D. Robust fitting of multiple structures: The statistical learning approach//*Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. Kyoto, Japan, 2009: 413-420
- [27] Fan Feng-Feng, Li Zhan-Huai, Chen Qun, Hiu Hai-Long. An outlier-detection based approach for automatic entity matching. *Chinese Journal of Computers*, 2017, 40(10): 2197-2211(in Chinese)
(樊峰峰, 李战怀, 陈群, 刘海龙. 一种基于离群点检测的自动实体匹配方法. *计算机学报*, 2017, 40(10): 2197-2211)
- [28] Bustos A P, Chin T-J. Guaranteed outlier removal for point cloud registration with correspondences. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 40(12): 2868-2882
- [29] Lin S, Xiao G, Yan Y, et al. Hypergraph optimization for multi-structural geometric model fitting//*Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Honolulu, USA, 2019: 8730-8737
- [30] Zheng Y, Lin Z. The augmented homogeneous coordinates matrix-based projective mismatch removal for partial-duplicate image search. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2019, 28(1): 181-193
- [31] Xu L, Oja E, Kultanen P. A new curve detection method: Randomized Hough transform (RHT). *Pattern Recognition Letters*, 1990, 11(5): 331-338
- [32] Comaniciu D, Meer P. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(5): 603-619
- [33] Subbarao R, Meer P. Nonlinear mean shift over Riemannian manifolds. *International Journal of Computer Vision*, 2009, 84(1): 1-20
- [34] Tepper M, Sapiro G. Fast L1-NMF for multiple parametric model estimation. *arXiv*: 1610.05712, 2016(1): 1-27
- [35] Casalino G, Gillis N. Sequential dimensionality reduction for extracting localized features. *Pattern Recognition*, 2017, 63(1): 15-29
- [36] Kanazawa Y, Kawakami H. Detection of planar regions with uncalibrated stereo using distributions of feature points//*Proceedings of the British Machine Vision Conference*. London, UK, 2004: 1-10
- [37] Ferraz L, Felip R, Martínez B, Binefa X. A density-based data reduction algorithm for robust estimators//*Proceedings of the Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis*. Girona, Spain, 2007: 355-362
- [38] Hartley R, Zisserman A. *Multiple View Geometry in*

Computer Vision. London, UK; Cambridge University Press, 2003

- [39] Wand M P, Jones M C. Kernel Smoothing. Boca Raton, USA; Chapman and Hall/CRC, 1994
- [40] Iordache M-D, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Total variation regularization in sparse hyperspectral unmixing//Proceedings of the Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing. Lisbon, Portugal, 2011; 1-4
- [41] Gillis N, Plemmons R J. Sparse nonnegative matrix underapproximation and its application to hyperspectral image analysis. *Linear Algebra and its Applications*, 2013, 438(10): 3991-4007
- [42] Nesterov Y. *Introductory Lectures on Convex Optimization: A Basic Course*. New York, USA; Kluwer Academic

Publishers, 2004

- [43] Shannon C E. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 1948, 27(3): 379-423
- [44] Magri L, Fusiello A. Multiple structure recovery via robust preference analysis. *Image and Vision Computing*, 2017, 67(1): 1-15
- [45] Wong H S, Chin T-J, Yu J, Suter D. Dynamic and hierarchical multi-structure geometric model fitting//Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Computer Vision. Barcelona, Spain, 2011: 1044-1051
- [46] Farenzena M, Fusiello A, Gherardi R. Structure-and-motion pipeline on a hierarchical cluster tree//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision Workshops. Kyoto, Japan, 2009: 1489-1496



LAI Tao-Tao, Ph.D., professor. His research interests

LIN Shu-Yuan, Ph.D. His research interests include computer vision and robust model fitting, etc.

include motion segmentation and robust model fitting, etc.

YAN Yan, Ph.D., associate professor. His research interests include computer vision and machine learning.

ZHANG Li-Ming, Ph.D., assistant professor. Her research interests include signal processing and image processing, etc.

WANG Han-Zi, professor, Ph.D. supervisor. His research interests include computer vision and pattern recognition, etc.

Background

Robust geometric model fitting, which aims to estimate the parameters and the number of model instances from multi-structural data corrupted by noise and outliers, is a fundamental problem in computer vision. Robust geometric model fitting can be used to improve the stability and reliability of computer vision systems. It has been applied to a variety of applications including mobile robots, automatic parking, lane detection, motion segmentation, vanishing points estimation, fundamental/homography matrix estimation, etc. In practice, traditional robust geometric model fitting methods usually require a user-specified inlier noise scale to filter out outliers or the given number of model instances to select significant model hypotheses in data. Therefore, geometric model fitting is still a very challenging task, since it has to handle both the gross- and pseudo-outliers.

In this paper, we propose an efficient model fitting method (NPMF) based on nonnegative matrix underapproximation and pruning techniques, to efficiently and accurately fit multi-structural data contaminated with a large number of outliers. NPMF includes a mismatch pruning algorithm, a model hypothesis pruning algorithm and an improved nonnegative matrix underapproximation algorithm. On the one hand, the mismatch pruning algorithm is used to alleviate the influence of outliers, and the model hypothesis pruning algorithm is used to prune insignificant model hypotheses, while retaining

significant model hypotheses. On the other hand, the spatial constraint and sparsity constraint are introduced into the optimization problem of nonnegative matrix underapproximation to adaptively extract more specific and coherent features, by which the robustness of NPMF can be effectively improved. Different from traditional robust geometric model fitting methods, the proposed NPMF not only imposes both the spatial constraint and the sparse constraint on the nonnegative matrix underapproximation algorithm for multiple model fitting, but also makes use of the proposed pruning algorithms for mismatch removal and insignificant model hypothesis removal for higher efficiency. The proposed NPMF significantly outperforms several state-of-the-art model fitting methods in terms of fitting accuracy and speed on both synthetic data and real images.

We have published a number of papers in major international journals and conferences including the IEEE T-PAMI, IJCV, IEEE T-CYB, IEEE T-IP, IEEE T-IE, PR, IEEE T-ITS, CVIU, CVPR, ICCV, ECCV, AAAI, ACM MM, and so on.

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos. U1605252 and 61872307, and by the National Key Research and Development Program of China No. 2017YFB1302400.