一种基于分组稀疏编码的复数图像降噪算法

郝红星" 吴玲达" 宋晓瑞"

¹⁾(航天工程大学复杂电子系统仿真实验室 北京 101416)
 ²⁾(航天工程大学研究生管理大队 北京 101416)

摘 要 基于稀疏编码的复数图像降噪是目前的一个热门研究领域.该文研究一种基于分组稀疏编码的复数图像 降噪算法,将复数值作为统一的整体进行分组和稀疏编码,通过限制同一分组中的图像块使用训练字典中相似的 元素进行编码,从而抑制在稀疏编码过程中对噪声的编码.该文首先研究了图像块分组的算法,提出了一种图像块 分组稀疏的编码算法并将其应用于复数图像的降噪问题.该文通过模拟真实的含噪干涉合成孔径雷达(InSAR)图 像以及核磁共振图像(MRI)对该算法进行验证.从实验结果可以得出,相对于目前已有的算法,该文算法能够获得 更低的降噪误差,特别是对于含有大片平滑区域的图像或者噪声水平较高的图像具有较大的降噪优势.

关键词 复数域稀疏编码;图像降噪;分组稀疏;复数图像处理;冗余字典编码 中图法分类号 TP391 **DOI**号 10.11897/SP.J.1016.2019.01991

A Denoising Method of the Complex Valued Images Based on Grouped Sparse Coding

HAO Hong-Xing¹ WU Ling-Da¹ SONG Xiao-Rui²

¹⁾ (Science and Technology on Complex Electronic System Simulation Laboratory, Space Engineering University, Beijing 101416)
 ²⁾ (Department of Graduate Management, Space Engineering University, Beijing 101416)

The denoising of the complex valued images based on the sparse representation is a hot Abstract topic recently, and abundant of algorithms are proposed to solve this problem in the last decades. Unfortunately, the problem is not solved perfectly and there is still space for improvement to achieve better denoising results. We take this challenge to move the denoising method of the complex valued images forward. This paper proposes a grouped sparse coding method based denoising algorithm of the complex valued images, which handles the complex values as a unity rather than processing the real part and the imaginary part separately. By doing this, the whole complex values are processed and the relationship between the real part and the imaginary part is considered. The complex valued images are separated into overlapped patches firstly and then these patches are divided into several clusters by the distance function which is defined in the complexed domain. By the constraint to the patches in each cluster that they are represented by the similar items in the trained dictionary with different coefficients, we can suppress the coding noise in the patches. This paper researches on the algorithm to cluster the patches firstly and proposes a grouped sparse coding method. The coding of the patches in a cluster is modeled by an object function to be minimized. The object function contains two terms. The first term is the fitting error part while the second term is to measure the sparsity of the codes. There is also a regularized parameter between the two terms. In order to constrain the codes in each cluster to be similar, the regularization

收稿日期:2017-07-17;在线出版日期:2018-05-15.本课题得到国家自然科学基金(61801513)资助.郝红星,博士,助理研究员,主要研究 方向为复数域稀疏编码算法、复数图像降噪技术、遥感图像处理.E-mail: hongxinghao87@126.com. 吴玲达,博士,研究员,主要研究领 域为虚拟战场环境构建、信息系统建模与仿真、多媒体与虚拟现实技术.宋晓瑞,博士研究生,主要研究方向为多光谱图像处理、雷达信 号处理.

term which induces the sparse codes to have same non-zero positions is proposed to the object function to be minimized. Then the coding algorithm is researched. What is more, the proposal is applied to the denoising of the complex valued images. The reason that the grouped sparse coding method can suppress the noise is that the information in the images can be coded by the grouped sparse coding method since the dictionary is trained from the patches, on the contrary, the noise cannot be coded because it is very random. In the experiments section, the denoising results of the interferometric synthetic aperture radar (InSAR) images (both simulated and real data) and the magnetic resonance images (MRI) are illustrated to prove the efficiency of the proposed method. The results show that the proposed algorithm can achieve the lower root mean square error compared to the other denoising methods (e.g. WFT method and traditional sparse representation method). Especially, the proposed algorithm achieves a great improvement in the denoising results of the complex valued images with large smooth areas or high level of noise. The parameters in our method are also analyzed in this paper. The larger patch size leads to better denoising results but costs much more time and the improvement tends to be slow as the patch size increases. The regularized parameter in the proposed grouped spares coding balanced the fitted error and the sparsity of the codes. The best regularized parameter is determined by the noise level. If the noise is severe, the regularized parameter should be large to suppress the noise.

Keywords sparse representation in the complex domain; image denoising; group sparsity; processing of complex valued images; coding based on redundant dictionary

1 引 言

目前,复数域图像广泛应用于测量中,例如在航 天领域,通过合成孔径雷达干涉测量(InSAR)的复 数据进行地形高程获取,地形沉降分析等,在医学领 域,可以通过核磁共振复数图像(MRI)进行病理分 析等.但是,无论是合成孔径雷达还是核磁共振图 像,其在测量过程中受到外界环境、测量设备的局限 性等因素影响,存在大量噪声,因此研究复数图像的 降噪算法具有重要意义.

复数图像的降噪可以通过两种途径实现,一种 是运用实数域的降噪算法对复数的实部和虚部分别 进行降噪,最后将降噪结果进行组合得到复数的 降噪结果,该类算法的研究成果较多.文献[1]通过 对复数值的实部和虚部分别进行降噪来实现对 InSAR 复数测量值的相位进行降噪,其采用的方法 为经验模态分解(EMD)和 holder 指数适应的方法. Zhang 等人^[2]通过利用实数域中的优良算法 BM3D^[3] 对复数图像进行降噪.Luo 等人^[4]于 2015 年提出将 基于全差分正则化降噪算法应用于 InSAR 复数测 量图像的降噪问题.随着自然图像降噪算法的发展, 基于自适应字典学习和稀疏编码的算法^[5]被证明具 有比较优良的降噪效果. 文献[6]通过将实数域中的 对偶字典学习及稀疏编码算法应用于核磁共振复数 图像的实部和虚部,从而实现最终的核磁共振复数 图像的幅值降噪. Fang等人^[7]提出运用非局部图像 块的自相似性和小波滤波的方式对干涉复数图像进 行降噪. 该类算法目前最新的研究成果^[8]是应用最 大化先验概率方法,通过马尔科夫随机场模型对 MRI 复数图像的实部和虚部进行分别降噪,最终将 降噪结果进行组合实现复数图像的降噪.

可以发现,实数域中的经典降噪算法,包括基于 概率统计与先验知识的降噪算法,正则化最优化的 方法,基于图像块自相似性的 BM3D 算法和自适应 稀疏编码的算法等,都被应用于复数的降噪问题中. 但是这类对实部和虚部进行单独降噪的方法忽略了 复数的实部和虚部之间的关联性,使得最终的复数 降噪效果具有一定局限性.

复数的另一类降噪算法将复数作为统一的整体 进行降噪,该类算法主要包括基于非局部图像块相 似性的降噪算法和基于复数域自适应稀疏编码的算 法.文献[9]提出利用非局部图像块的相似性,通过 对复数相似图像块的加权平均来实现最终的复数 MRI 图像的降噪,其中的权值采用指数权值进行近 似.为了进一步改善基于非局部图像块的复数降噪 效果,Deledalle等人^[10]提出一种数据驱动获取加权 权值的方法,通过自适应的加权权值对待降噪图像 块的相似图像块进行合并,从而获得降噪值.该论文 指出,这种降噪算法不仅对于高斯噪声,而且对于脉 冲噪声具有较好的降噪效果.上述降噪算法的最大 缺点是其计算效率比较低,因为对于二维复数图像 (InSAR 测量图像和 MRI),以每个像素点为中心的 图像块数量非常大,对这些图像块进行相似性判断 和加权平均的复杂度非常高.为了提高基于非局部 图像块相似性的降噪算法的效率,文献[11]提出一 种相似图像块搜索的快速算法.该算法通过图像的 特征进行搜索范围的自适应确定,在所确定的搜索 范围内进行相似图像块的选择并且采用加权平均的 方式获取复数图像块的降噪结果.由于搜索图像块 的范围减小,因此速度得到一定提高.

上述将复数作为统一整体进行降噪处理的算法 属于基于非局部图像块相似性的降噪算法.随着稀 疏编码算法成功应用于实数降噪,复数域的自适应 字典训练和稀疏编码的算法被提出并且应用于复数 图像降噪中^[12].该算法将复数值作为统一整体,研 究了复数的稀疏编码算法,其采用自适应训练的方 式从待降噪图像中得到编码字典.这种把复数作为 统一整体的稀疏编码降噪方式相对于将实部和虚部 分别进行基于实数域稀疏编码降噪的方式,降噪效 果更加明显.

最近,实数域中基于分组稀疏的降噪算法被提 出^[13-14],这种算法能够有效结合非局部图像块相似 降噪和稀疏编码降噪的优点.该类算法的基础假设 是相似的图像块应当能够选择字典中相同的元素进 行稀疏编码,因此能够有效利用待降噪图像中图像 块之间的相似信息,从而进一步提高基于稀疏编码 的图像降噪效果.

本论文通过研究复数域中的图像块分组算法, 以及复数图像块组稀疏编码算法,提出采用复数域 中基于自适应字典的分组图像稀疏编码方法实现复 数图像的降噪.从模拟复数据的降噪效果定量分析 和真实复数据的实验结果可以得出,本论文提出的 算法相对于不采用分组的稀疏编码算法和经典的复 数图像降噪算法,能够有效地改善降噪结果.

2 噪声模型与分组稀疏降噪

2.1 噪声模型与图像块分割

论文中采用的噪声模型为循环高斯加性噪声,

噪声模型可以通过下式进行描述:

 $z(i,j) = x(i,j) + n(i,j), (i,j) \in I$ (1) 其中 x 为未含噪的复数图像,z 是复数图像的含噪 观察值,I 为图像的索引集合,n 是图像的测量噪声, 对于磁共振图像和某些能够采用高斯密度进行近似 的合成孔径雷达系统,n 的实部和虚部为独立同分 布的高斯白噪声,其噪声方差为 $\sigma^2/2$.因此本论文 的降噪过程为根据含噪复数图像 z 估计原始复数图 像 x 的过程.

本论文研究基于分组稀疏编码的降噪方法,首 先需要获取待编码的向量.一种直观的方法是将整 幅待降噪复数图像作为单个向量进行编码.但是,由 于一般的复数图像的维度较大,转变成向量后编码 字典的获取和编码过程复杂度非常高,从而导致实 现困难,因此宜采用分块的思想对原始待降噪图像 进行分割,如图1所示.例如对于像素点(i,j),其被 分割到了图像块1,图像块2和图像块3中.若分割 图像块的大小为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$ (一般将图像分割为正方 形块,因此参数 m 的取值应该为某个整数的平方 值,如 64,81,100 等),则每个像素点最多属于 m 个 图像块.因此这种图像分割的方式使得分割后的图 像块具有一定的重叠性.



图 1 分块示意图

运用分块的思想具有以下优点:

(1)能够有效降低稀疏编码降噪算法的复杂度;

(2)由于同一个像素点可能分属多个不同的图像块,因此在确定该像素点最终的降噪值时,可以根据多个图像块的降噪估计值进行联合估计,从而提高最终的降噪估计效果.例如图1中的像素点(*i*,*j*)的降噪估计值可以通过图像块1、2和3中的对应像素点进行联合估计得到.

基于以上分析,进行稀疏编码的首要步骤是将 图像分割为图像块.为了便于运算,首先将原始图 像,待降噪图像和噪声图像按照列优先方式生成对 应的列向量,分别为 x,z 和 n,定义分割矩阵 M_i为 从z 中生成图像块列向量z_i的选择矩阵,则

(7)

假设待降噪图像大小为 $N_1 \times N_2$,选择的图像 方块z。的大小为m×1,则分割图像块的个数为

 $z_i = M_i z$

$$N_{p} = (N_{1} - \sqrt{m} + 1)(N_{2} - \sqrt{m} + 1)$$
(3)

矩阵 M_i 的大小为 $m \times N_1 N_2$. 据此可得图像块 的选择过程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1^{\mathrm{T}}, \mathbf{z}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \mathbf{z}_{N_p}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^{\mathrm{T}}, \mathbf{M}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \mathbf{M}_{N_p}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \mathbf{z}$$
 (4)

定义复数图像块z,降噪后的图像块为 \hat{x}_i ,并且 定义

$$\hat{\boldsymbol{x}} = [\hat{\boldsymbol{x}}_1^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{x}}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \hat{\boldsymbol{x}}_{N_p}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
(5)

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{M}_{N_{\mathrm{r}}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(6)

则可以通过矩阵逆运算求得降噪后的向量

 $\hat{\boldsymbol{z}} = (\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M})^{-1}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}[\hat{\boldsymbol{x}}_{1}^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{x}}_{2}^{\mathrm{T}}, \cdots, \hat{\boldsymbol{x}}_{N_{b}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 式(7)为分割图像块的还原过程,其中矩阵 $M^{T}M$ 是一个对角矩阵,其数值大小为对应像素点在图像 块集合中出现的次数,由于每个像素点至少出现 1次,因此矩阵的对角线值是大于 0 的,故 $M^{T}M$ 是 可逆的.

2.2 分组稀疏降噪过程

上文简单介绍了稀疏编码的图像块分割与降噪 结果的合并过程,本论文中研究算法的目标是基于 含噪图像方块 z_i 得到原始图像块 x_i 的降噪估计值 \hat{x}_i 的过程,本论文提出基于分组稀疏编码的降噪算法, 其原理如图2所示.



图 2 分组稀疏编码降噪示意图

算法的具体流程图如图 3 所示.



首先将分割的图像方块进行聚类,对于同一聚 类中的图像块,约束其稀疏编码中的非零元素在相 同的位置,即同一聚类中的分割块能够使用字典中 相同的几个元素进行稀疏编码,但是同一聚类中不 同图像块的编码系数是不同的.

2.3 分组稀疏降噪机理

首先描述稀疏降噪机理,运用稀疏编码方式进 行降噪的基本原理如图 4 所示.





图 4 中, x 为原始未含噪信号, 其所在的信号空 间记为 SS, n 为噪声,其所在的噪声空间记为 NS,

1995

则在噪声干扰下,信号 x 的观察值为 z. 假如已知信 号空间中的一组"基"(在稀疏编码领域,该"基"并不 一定互相正交,因为"基"中元素的个数远远大于空 间的维度),那么在基于稀疏编码的降噪过程中,采 用该组"基"对含噪信号 z 进行表示,即将 z 向空间 SS 进行投影,得到 x̂,通常采用该投影结果作为原 始信号 x 的降噪估计值.

假设获取的稀疏编码字典中的元素所张成的空间是 SS,那么运用稀疏编码的降噪算法的误差主要 是由于将噪声投影到信号空间所造成的,即

$$\hat{x} - x = P(n, SS) \tag{8}$$

根据噪声或噪声空间的状态可以分3种情况:

(1) 若噪声空间 NS 与信号空间 SS 正交或噪声 n 正交于信号空间 SS,则 P(n,SS)=0,可以完全恢复原始信号,即 x=x.

(2) 若噪声空间 NS 包含于信号空间 SS,或者 噪声 n 在空间 SS 中,即 NS \subset SS,则该降噪算法 无效,因为通过稀疏编码所获取的信号估计值 $\hat{x} = x + n$,未起到任何降噪效果.

(3) 若噪声空间 *NS* 既不正交于信号空间,也不 包含于信号空间,则噪声 *n* 在空间 *SS* 中的投影大 小为 $|n| \cdot |\cos\theta|$,其中 θ 为噪声 *n* 与空间 *SS* 的夹 角,由于 $0 < \theta < \pi$ 且 $\theta \neq \pi/2$,则 $0 < |x - \hat{x}| < |n|$, 即通过稀疏编码方式对噪声具有一定的抑制作用, 使得估计值 \hat{x} 的噪声干扰小于观察值 *z* 中的噪声.

通常,情况(1)是无法达到的,而由于噪声的随 机特性,导致其并不会完全包含于信号空间中,因此 情况(2)并不成立.因此通过稀疏编码方式对噪声进 行一定程度的抑制.

需要注意的是,上述论证建立在能够完全寻找 到空间 SS 的情况,但是实际中,寻找该空间是非常 困难的,只能通过训练的方式获取尽可能张成信号 空间的一组元素.寻找到能够张成空间 SS 一组良 好的编码字典是稀疏编码降噪的关键.

下面分析分组稀疏降噪的机理:

定义 $x_{i,j}$ 为第 i 个聚类中的第 j 个元素, $N_{g,i}$ 为 第 i 个聚类中图像块向量的个数, 对于给定 i, 假如 不通过分组稀疏编码进行降噪, 对 $z_{i,j}$ 采用自适应字 典 D 进行稀疏编码得到 $a_{i,j}$, 定义 $s_{i,j}$ 为 $a_{i,j}$ 中的非 零对应的索引, $S_{i,j} = span(D(s_{i,j}))$ 为字典对应于该 索引的元素所张的空间,则可以将降噪过程描述为 投影过程, 即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{i,j} = P(\boldsymbol{z}_{i,j}, \boldsymbol{S}_{i,j}) \tag{9}$$

运用稀疏编码的方式对 z_{i,i}进行降噪,就是将其

投影到空间 S_{i,j}的过程,注意到,理想状态下空间 S_{i,j}应该为信号空间,但是通常情况下,该空间还包 含部分噪声所张的空间.运用分组稀疏编码算法,第 *i*个聚类的投影空间是相同的,即

$$S_i = S_{i,1} \cap S_{i,2} \cap \cdots \cap S_{i,N_{g,i}}$$
(10)

则第 i 个聚类中的图像块的降噪过程为

 $\hat{\mathbf{x}}_{i,j} = P(\mathbf{z}_{i,j}, S_i), \ j = 1, 2, \cdots, N_{g,i}$ (11)

注意到,由于 $S_i \subseteq S_{i,j}$, $\forall j \in \{1, 2, \dots, N_{g,i}\}$ 则投 影更加紧致,运用稀疏编码方法进行编码的稀疏度 会更低,记 $p_{i,j}^s$ 为运用分组稀疏编码对 $z_{i,j}$ 进行编码 的稀疏度, $p_{i,j}$ 为运用稀疏编码对 $z_{i,j}$ 进行编码的稀 疏度.由于 $S_i \subseteq S_{i,j}$,则 $p_{i,j}^s \leq p_{i,j}$,文献[12]指出,复 数图像块的降噪估计误差与信号的稀疏度成正比, 因此稀疏度降低,其降噪估计误差随之降低,即能够 获得更加精确的降噪估计值.

另外,在基于稀疏编码的降噪过程中,除边缘像 素点外,其他像素点通过式(7)计算时,其估计值一 般为 *m* 个图像块中估计值的平均,因此降噪效果会 进一步提高.

注意到,目前比较先进的降噪算法(例如 BM3D 算法^[3],WFT 算法^[15]和复数稀疏编码^[12]等)均采 用了稀疏编码的思想,但是 BM3D 算法的编码字典 采用从含噪图像中直接选择相似图像块的方式获 取,由于表示字典中含有大量噪声,而且其只针对实 数域降噪,因此其对复数图像降噪效果比较差. WFT 算法采用固定的 Fourier 字典的方式进行编 码,复数稀疏编码算法和本论文提出的分组稀疏编 码方法均采用自适应训练的方式获取编码字典,记 $S_f, S_s 和 S_g 分别为$ Fourier 字典,复数稀疏编码字典 和分组稀疏编码字典所张成的空间.由于 Fourier 字典是一种通用的编码字典,并且基于上面的分组 稀疏编码的分析,这三个空间的关系为

$$S_f \supseteq S_s \supseteq S_g \tag{12}$$

因此,运用分组稀疏编码的方式能够获取更加 紧致的信号空间的逼近空间,投影到信号空间的噪 声就会越小,因此降噪效果也就越好.

2.4 复数编码字典的自适应训练方法

在本论文算法中的编码字典采用自适应训练的 方法获得.由于通用的编码字典(例如傅里叶基、余 弦基、小波基等)并不能很好地反映待降噪图像中细 节特点,因此宜通过训练方法获得更加自适应于待 降噪图像的稀疏编码字典.

这里提到的"自适应"是指编码字典能够根据待 编码的复数图像不同而发生编码,为了获取编码字 典,论文中采用的复数值编码字典通过含噪图像块 训练得到.由于字典的训练过程为寻找复数图像中 信息的编码基,而为了得到比较好的降噪结果,须保 证对图像块中的信息的编码是稀疏的,因此所训练 的字典应为过完备字典,即 k ≫ m.本文采用的复数 字典训练算法是一种在线字典训练算法,通过利用 含噪图像中的图像块交互地对字典和编码进行最优 化训练得到,该算法可以预先训练出字典以提高降 噪算法的复杂度.具体为通过最小化下面的问题对 字典进行训练,训练算法可参阅文献[15].

$$g_{t}(\boldsymbol{D}) = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^{t} (1/2) \|\boldsymbol{z}_{j} - \boldsymbol{D} \alpha_{j}\|_{2}^{2} + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_{j}\|_{1} (13)$$

从实验部分可以得出,该自适应算法获得的编 码字典相对于固定的傅里叶基能够获得更加优良的 降噪结果.

3 复数图像块分组算法与分组稀疏编码

3.1 复数图像块分组算法

要实现通过分组稀疏编码的方法对复数图像进 行降噪,首先需要对分割的图像块根据其相似性准 则进行分组.在本论文研究中,采用的相似性准则为

DIS(z_i,z_j)=|z_i-z_j|² (14) 运用该相似性准则,采用最近邻聚类算法对含 噪的分割图像方块进行分组.其中算法的输入为含 噪图像块集合[z₁,z₂,…,z_{N_p}],算法的输出为分组 数 N_s以及每个图像块对应的分组标签L={l₁,l₂, …,l_{N_p}}.其中,我们定义满足下述条件的两个图像 块为同一分组.

$$DIS(\mathbf{z}_i, \mathbf{c}_j) \leq \varepsilon$$
 (15)

通过最近邻算法对图像块进行分组是比较简略的分组方法,由于分组中心的选择是从图像块中选择的,因此其分组的个数并不是最优的,但是其分组 速度非常快,且其分组能够满足后续的计算需求.由 实验部分的表1可以得出虽然最近邻中不能保证每 个图像块划分到最优的聚类中心,但是本论文中的 降噪结果的复数幅值和相位角的均方误差要优于目 前比较经典和优良的算法,而且最近邻算法进行分 组的复杂度远远小于 o(N_pN_g),其中 N_p为待分组 图像块的个数,N_g为分组的个数.

最近邻算法中的误差允许值 ϵ 应当根据噪声水 平进行选择,由于 $z_i = x_i \cong N(0, 2\sigma^2 I)$,因此可以得 到 $\|z_i - x_i\|_2^2 / \sigma^2 R$ 从自由度为 2m 的 χ^2 分布,由于所 选择的误差允许值 ϵ 应当对噪声存在包容性,在实 际中选择 $\epsilon = c\sigma^2 F_{\chi^2(2m)}^{-1}(\gamma)$,其中 $F_{\chi^2(2m)}^{-1}(\cdot)$ 为自由 度为 2*m* 的 χ^2 分布的误差累计函数的逆函数. *c* 为 误差的宽容参数,在实验中,选择 $\gamma = 0.99, c = 1.5$ 能够取得比较好的降噪结果.

3.2 分组稀疏编码算法

在分组稀疏编码中,对于任意的第 *i* 个分组中的元素 $z_i = [z_{i,1}, z_{i,2}, \dots, z_{i,N_{g,i}}](N_{g,i})$ 为第 *i* 个分组中图像块向量的个数),需要解决的问题是如下的最优化问题:

$$\min \|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\alpha}_{i})\|_{0}$$

s. t.
$$\sum_{i=1}^{N_{g,i}} \|\boldsymbol{D}\boldsymbol{\alpha}_{i,j} - \boldsymbol{z}_{i,j}\|_{2}^{2} \leq \varepsilon$$
(16)

其中 **D** 为编码字典,其中每个元素中的每个值都是 复数值. $\alpha_{i,j}$ 为对应于 $z_{i,j}$ 在编码字典 **D** 下的复数值 稀疏编码, $\alpha_i = [\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,N_{g,i}}]$ 为稀疏编码组 成的矩阵, $G(\alpha_i)$ 为分组稀疏编码组稀疏的定义,其 与实数域中的定义是不同的,在本论文研究中,采用 的分组稀疏的约束为

 $G(\boldsymbol{a}_{i}) = |\boldsymbol{a}_{i,1}| + |\boldsymbol{a}_{i,2}| + \dots + |\boldsymbol{a}_{i,N_{g,i}}|$ (17) 其中, |•|为对每个元素求其复数幅值. 在求解最优 化问题(16)时,本论文采用贪婪算法进行求解,对于 迭代的每一步,选择编码字典中的一个元素,能够使 得编码误差减小取最大值,具体算法如下所示.

算法1. 复数图像块分组稀疏编码算法.

输入:第*i*个分组中图像块向量 $z_{i,1}, z_{i,2}, \dots, z_{i,N_{g,i}}, g$ 数值编码字典 **D**.误差参数 τ ,最大迭代次数 N 输出:对应的稀疏编码 $\alpha_i = [\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,N_{g,i}}]$ 初始化:编码对应的字典的索引 $S = \emptyset, \alpha_i = 0, \tau = \infty,$ $r_i = [r_{i,1}, r_{i,2}, \dots, r_{i,N_{g,i}}] = z_i (误差向量), I = 0 (迭代$ 次数)

BEGIN

END

WHILE
$$\tau > \epsilon$$
 AND $I < N$ do
 $\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{D}^H \boldsymbol{r}_i$
 $io = \arg \max_i R(\boldsymbol{u}_i)$
 $S = S \cup \{io\}$
 $\alpha_S = \operatorname{pinv}(\boldsymbol{D}(S))\boldsymbol{z}_i$
 $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{z}_i - \boldsymbol{D}(S)\boldsymbol{\alpha}_S$
 $\tau = \max(\|\boldsymbol{r}_{i,1}\|_2^2, \|\boldsymbol{r}_{i,2}\|_2^2, \dots, \|\boldsymbol{r}_{i,N_{g,i}}\|_2^2)$
END
 $\boldsymbol{\alpha}_i(S) = \boldsymbol{\alpha}_S$

算法1中,R(u_i)的定义与实数域中的分组稀疏的约束是有区别的,在本算法中R(u_i)为对矩阵u_i 每个元素的模值按照行求和,即

$$R(\boldsymbol{u}_i) = \sum_{j=1}^{N_{g,i}} \left| \boldsymbol{u}_i(\boldsymbol{\cdot}, \boldsymbol{j}) \right|$$
(18)

pinv(**D**(S))为求矩阵**D**(S)的伪逆运算.算法1 中,每一步迭代选择的字典**D**中的元素满足能够使 得对*z*_i编码误差的减小的最多,即每一步都采用最 优的策略进行稀疏编码,通过后面的实验验证可知, 该贪婪算法能够获得满意解.

算法 1 的复杂度与聚类中元素个数 $N_{g,i}$ 以及编 码字典的维度有关,若 $D \in C^{m \times k}$,则算法 1 的复杂 度为 $o(4smkN_{g,i})$,其中 s 为平均编码元素个数.

4 实验验证

4.1 模拟复数图像降噪效果分析

为验证本论文中提出的分组稀疏编码复数降噪 算法的有效性,在本小节中采用模拟复数图像的形 式进行实验验证.通过生成曲面模拟真实的地形高 程信息,然后根据干涉合成孔径雷达的测量原理, 生成含噪测量复数值,将该含噪复数图像作为待降 噪图像.对本论文提出的算法,稀疏编码算法[12], WFT 算法^[16]以及运用 BM3D 对复数实部和虚部分 别降噪的算法^[3]的降噪效果进行比较,其中 BM3D 算法是实数域经典的降噪算法,稀疏编码算法和 WFT 算法是目前复数域中优良的降噪算法. 模拟 的曲面为干涉相位图像降噪问题中的常用曲面,如 图 5 所示,其中图 5(d)真实的地形的高程信息,其 数据由文献[17]所发布和公开,用于测试干涉相位 图像的降噪和解缠问题.本论文算法中稀疏编码所 采用的字典通过预先训练的方法获得以提高最终降 噪的效率.



在本部分实验中,参数取值 *m*=64,参数 *m* 取 值越大,分组耗时比较长,字典训练耗时也比较长.*m* 取值较小时,其降噪效果较差,字典训练公式中λ的 取值为 0.11,其作用为平衡编码误差与编码稀疏度, 当噪声为 0.9 时,为了减少噪声对于训练字典的影响, 取 λ 为 0.3.误差参数 τ = 1.1× $\sigma^2 F_{\chi^2(2m)}^{-1}$ (0.99) N_g , 其中 N_g 为待编码分组中元素的个数,最大迭代次数 N=64.

本论文定义复数值的均方误差 MSE 作为降噪 效果的评价指标,由于在干涉合成孔径雷达的应用 中,主要采用复数值的幅值和相位角,因此对复数降 噪结果的幅值和相位角分别计算均方误差以及相位 角的降噪峰值信噪比,定义如下:

$$MSE_{m} = \|abs(\hat{\boldsymbol{x}}) - abs(\boldsymbol{x})\|_{F}^{2} / N_{1}N_{2} \quad (19)$$

 $MSE_{a} = \|W(angle(\hat{\boldsymbol{x}}) - angle(\boldsymbol{x}))\|_{F}^{2} / N_{1}N_{2}$ (20) PSNR =

 $10lg(4\pi^2 N_1 N_2 / || W(angle(\hat{x}) - angle(x)) ||_F^2)$ (21) 其中 \hat{x} 为降噪估计值,其维度大小为 $N_1 \times N_2, x$ 为 未含噪的复数值, $|| \cdot ||_F$ 为求取矩阵的 Frobenius 范 数,其定义为 $|| M ||_F^2 = sum(diag(M^H M)), W(\cdot)$ 的 定义为 $W(a) = a \rightarrow [(a + \pi) mod 2\pi] - \pi.$ 其中,均方 误差 $MSE_m \pi MSE_a$ 数值越小,说明降噪结果与原 始未含噪图像的差异越小,对应算法的降噪效果越 好,反之,对应算法的降噪效果越差. 相位角的降噪 峰值信噪比 *PSNR* 数值越大,对应算法的降噪效果 越好

对应图 5 生成的干涉相位图像的降噪分析如 表 1 所示:其中噪声水平为高斯噪声的标准差 σ ,其 表示所添加的复数噪声为实部和虚部为独立同分布 的高斯白噪声,其噪声方差为 $\sigma^2/2$,表中加粗数字 为最优结果值.

图 6 给出了图 5 中曲面(b)在噪声为 0.7 的情况下的复数图像的原始相位,降噪结果以及训练字典.

分析表1可以得出,本论文提出的算法对于具 有大片平坦区域的图像降噪效果比较明显,例如曲 面(c).这是由于分组中每一分组的图像块的数量较 大,因此对降噪效果的提高比较明显.本论文算法对 于噪声水平较高的复数图像的降噪效果相比其他算 法提高较大,例如在噪声为 0.9 时,其降噪后的均方 误差的提高程度相比较噪声为 0.5 时要大.这是因 为在噪声比较大的情况下,运用复数稀疏编码的方 式容易对噪声进行编码而造成过拟合现象使得降噪 后的均方误差增大.而本论文提出的算法通过分组 稀疏的方式能够有效地防止噪声的拟合,进而提高 降噪后的均方误差. 计 机 学 报 算

2019 年

	表	1	算法效果比	い较表
--	---	---	-------	-----

算法	指标	曲面(a)			曲面(b)			曲面(c)			曲面(d)		
	噪声水平σ	0.5	0.7	0.9	0.5	0.7	0.9	0.5	0.7	0.9	0.5	0.7	0.9
BM3D 算法 ^[3]	MSE_m	0.120	0.156	0.187	0.226	0.254	0.287	0.167	0.206	0.230	0.321	0.340	0.351
	MSE_a	0.489	0.549	0.686	0.975	1.063	1.129	0.732	0.821	0.909	1.460	1.539	1.641
WFT 算法 ^[15]	MSE_m	0.026	0.034	0.043	0.026	0.033	0.042	0.026	0.032	0.039	0.029	0.036	0.046
	MSE_a	0.008	0.016	0.025	0.008	0.013	0.021	0.007	0.013	0.019	0.025	0.039	0.056
复数稀疏 编码 ^[12]	MSE_m	0.006	0.023	0.016	0.006	0.019	0.017	0.004	0.026	0.018	0.011	0.020	0.035
	MSE_a	0.006	0.017	0.019	0.007	0.016	0.019	0.004	0.018	0.011	0.022	0.035	0.056
本文算法	MSE_m	0.005	0.014	0.014	0.006	0.016	0.019	0.002	0.009	0.009	0.009	0.013	0.023
	MSE_a	0.005	0.011	0.016	0.006	0.012	0.016	0.002	0.004	0.005	0.022	0.033	0.053



曲面(b)噪声为 0.7 时对应复数降噪结果对比图

图 6 进一步验证的表 1 中的结论,对于比较平 坦的区域,例如图的左上角和右下角等区域,WFT 算法容易导致伪边缘的出现,而稀疏编码的降噪算 法对该区域的降噪效果也不理想,在这些区域,本论 文提出的算法要优于这两种算法,如图 6(f)、(h)和 (j)所示.

图 7 给出了噪声水平为 0.7 时曲面(d)对应的 算法降噪效果对比图.

为了验证本论文中算法的时间复杂度,本论文 选择曲面(c)作为分析对象,其在四核 Intel Core i7-6500U上的运行时间如表2所示,表中加粗数字 为最优结果值.



图 7 曲面(d)噪声为 0.7 时对应复数降噪结果对比图

表 2 曲面(c)算法效率比较表

闘害业巫	WET 答 壮[15]	有粉径広炉可[12]	本文算法			
咪巴小十	WFI异伝	发致怖吮痈屿	分组	编码		
0.5	13.2s	1.7 s	6.1s	0.7s		
0.7	13.4 s	1.6 s	4.7s	0.6s		
0.9	13.5 s	1.5 s	3.6s	0.6s		

由表2可以得出,编码字典可以通过预先训练 的方式获得,因此没有计算到总时间中.论文的算法 主要的时间消耗在图像块的分组中,而在编码过程 中,由于每一次编码针对分组,因此其编码时间相对 于复数稀疏编码算法有所提高.注意到分组时间与



曲面(a)噪声为 0.7 时参数 m 不同取值分析 表 3

m	MSE_m	MSE_a	编码时间/s
25	0.027	0.028	0.85
36	0.021	0.020	0.98
49	0.016	0.013	0.99
64	0.014	0.011	1.01
81	0.011	0.010	1.40
100	0.011	0.010	1.59
121	0.010	0.010	1.88

由图 8 和表 3 可以得出,若参数 m 取值过小, 本论文提出的降噪算法所获得的复数值的幅值和相 位的降噪均方误差 MSE 和 MSE 较大,降噪效果 比较差. 随着参数 m 的增大, MSE, 和 MSE, 逐渐减 小,其降噪效果逐步提高,但是其提高的程度逐渐减 小,最后降噪效果逐渐趋于稳定值,如图 8(a)所示.

分组的个数相关,对于相似度较小的图像,其分组数 量比较大,因此分组耗时比较长,不建议采用本论文 算法.下一步本论文算法的研究方向可以采用局部 图像块分组的算法以提高算法中图像块分组的效 率,通过限制图像块分组的范围由整幅图像限制到 图像中的某一个局部,来降低图像块分组的时间.

下面对本文算法中参数 m 进行参数敏感性分 析,以具有非连续区域的曲面(a)所生成的含噪复数 图像在噪声标准差为 0.7 时的降噪为例,图 8 和 表3给出了不同 m 取值时本文算法的编码时间和 降噪均方误差 MSE_m 和 MSE_a .



灵敏度分析图

这是由于 m 值过小,其稀疏编码字典中的特征表现 不够明显,因此会出现一定的编码误差,所以降噪估 计值比较差.另一方面,从算法所消耗的时间考虑, 参数 m 取值越大,其编码消耗时间越长,这是由于 参数 m 越大,其编码向量的维度越大,因此所消耗 的时间越长.另外需要指出一点,随着参数 m 的增 大,其字典的训练时间将会增长,而且为了保证编码 的稀疏性,需要字典具有更多的元素,因此字典的获 取复杂度更大.对于本论文算法,一般取 m=64,81 或者 100 比较合适.

下面分析不同λ取值对本文算法的影响.同样 采用具有非连续区域的曲面(a)所生成的含噪复数 图像,表4给出了不同的λ取值在不同噪声水平下 的降噪效果.

圭 1 曲面(a)参数 λ 不同取值降噪效果表

			•		· · · · · ·	1 1 1 1 1 1 1	+ - > < > < > < > < > < > < > < > < > < >	•			
噪声水平	λ	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
0.5	MSE_m	0.009	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.007	0.011	0.011
	MSE_a	0.007	0.006	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006	0.007	0.011	0.011
0.7	MSE_m	0.018	0.012	0.012	0.009	0.009	0.009	0.010	0.015	0.020	0.020
	MSE_a	0.015	0.010	0.010	0.009	0.011	0.011	0.011	0.015	0.019	0.019
0.9	MSE_m	0.033	0.024	0.028	0.020	0.014	0.015	0.017	0.033	0.034	0.076
	MSE_a	0.023	0.019	0.019	0.019	0.016	0.017	0.019	0.027	0.028	0.054

通过分析表 4 和图 9 可以得出, λ 的最优取值 与噪声水平相关. 例如噪声水平为 σ =0.5 时,最优 λ 取值为 0.1,噪声水平为 σ =0.7 时,最优 λ 取值为 0.2,而当噪声增大到 σ =0.9 时,最优的 λ 取值应当 增大到 0.3. 由此得出,噪声水平越高, λ 的最优取值 应该越大,才能保证取得最优的降噪效果. 但是,由 图 9 可以得出,降噪效果与 λ 的关系成"凹型"曲线, 由于曲线的最低点为降噪效果最优点,因此, λ 的取 值不宜过大或者过小. 同时注意到,在每个噪声水 平,最优 λ 取值左右的降噪效果差异并不是太大,因 此不必要选择最优的 λ 进行降噪,而只需要在最优 λ 取值附近即可满足一般的降噪需要.例如在噪声 水平为 0.5 或 0.7 时,λ 取值在 0.05 至 0.5 之间都 可以取得比较优良的降噪结果.而噪声水平为 0.9 时,λ 取值在 0.2 至 0.5 时都能取得比较好的降噪 结果.

图 10 给出了噪声水平为 0.7 时的用于训练字 典的复数图像(其中复数的实部和虚部分别映射到 了红色分量和绿色分量)以及 λ 取值分别为 0.01, 0.2 和 0.6 时的训练字典.



图 10 噪声水平为 0.7 时不同 λ 取值的训练字典

分析图 10 可以得出,当λ取值为 0.01 时,训练 获得的字典元素中含有较多的噪声,主要原因为λ 取值较小,使得编码不够"稀疏",从而在字典训练迭 代算法的编码过程中对噪声进行了编码,而采用该 编码更新字典元素的过程中,噪声也参与了训练,因 此获得的字典元素中含有较高的噪声.λ取值为 0.2 时,训练得到的字典较好,既能够比较完整地反映 原始图像中的信息,又能在字典的元素中有效地滤 除噪声的干扰. 当λ值较大时,训练得到的字典元素 中噪声含量较小,但是字典中比较少的元素能够反 映原始图像中的特征,大部分是初始化的字典元素. 如图 10(d) 所示,字典中除了第1列和第4列中存 在部分元素是通过训练获得,能够反映待降噪图 像中的特征信息,其余的元素大部分为初始化的 元素,即通过字典训练过程并没有更新这部分 元素.

4.2 真实复数图像的降噪

下面的实验中,采用真实的 MRI 图像进行结果

比较,图 11 为原始的复数相位图和各个比较算法的 降噪相位图以及降噪算法所去掉的噪声的分布.由 去掉的噪声分布可以得到,各种算法所去掉的噪声 基本上是均匀分布的,从视觉效果分析,本论文算法 对于图像右侧的细节信息的保留程度要优于其他 算法,因为其滤除的噪声分布比较均匀.由于本论文 中的图像是具有较高信噪比的相位图像(可以作为 原始图像计算均方误差),因此可以计算相位信息的 降噪均方根误差,其中WFT降噪与高质量图像的 均方误差为 0.070,稀疏编码的降噪后均方误差为 0.067,本论文算法的均方误差为 0.061.对于峰值 信噪比,WFT 算法为 27.51 dB,稀疏编码算法为 27.70 dB,本论文算法为 28.11 dB,由于本实验选择 的图像含有更多的噪声,因此其降噪峰值信噪比要 比文献[12]的要低.

下面的实验对真实的干涉合成孔径雷达的复数 图像进行降噪,其原始的干涉相位图像以及降噪后 的图像如图 12 所示.



由图 12 可以得出,本论文算法在滤除噪声的同时一定程度上保留了细节信息,例如图 12(d)所示的方框中区域,明显优于基于 WFT 算法和基于复数域稀疏编码的算法的降噪结果.

结

5

总

L

适应降噪算法,重点研究了图像块聚类分组算法和 组稀疏的编码算法.为验证算法的正确性,本论文运 用了模拟含有不同噪声水平的复数二维图像,真实 核磁共振图像和真实干涉合成孔径雷达图像进行降 噪,并且给出了定量的分析.从实验结果可以得出, 本文所提算法能够取得较好的降噪效果.特别针对 含有大块平滑区域的复数图像和噪声水平较高的情 况,本论文的编码效果比较显著.下一步可以对图像 块分组的快速算法、稀疏编码参数的选择算法以及 自适应字典的训练算法等进行更加深入的研究.

致 谢 感谢葡萄牙里斯本大学 Bioucas 教授对本 论文的研究提供的数据支持和帮助!



- [1] Li Fangfang, Hu Donghui, Ding Chibiao, Zhang Wenyi. InSAR phase noise reduction based on empirical mode decomposition. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2013, 10(5): 1180-1184
- [2] Zhang Wenge, Zhang Qin, Zhao Chaoying, et al Noise reduction for InSAR phase images using BM3D. Chinese Journal of Electronics, 2014, 23(2): 329-332
- [3] Dabov K, Foi A, Katkovnik V. Image denoising by sparse
 3-D transform-domain collaborative filtering. IEEE Transactions on Image Process, 2007, 16(8): 2080-2095
- [4] Luo X M, Wang X F, Suo Z Y, et al. Efficient InSAR phase noise reduction via total variation regularization. Science China Information Sciences, 2015, 58: 082306;1-082306;13
- [5] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 15(12): 3736-3745
- [6] Xu Xiao-Ling, Liu Yi-Ling, Liu Qie-Gen, et al. A novel PDL denoising algorithm for magnetic resonance complex images. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2016, 33(6): 578-585(in Chinese)

(徐晓玲,刘沂玲,刘且根等.基于原始对偶字典学习的磁共 振复数图像去噪.深圳大学学报(理工版),2016,33(6): 578-585)

- [7] Fang Dongsheng, Lv Xiaolei, Lei Bin. A novel InSAR phase denoising method via nonlocal wavelet shrinkage//Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Beijing, China, 2016: 6429-6432
- [8] Baselicea F, Ferraiolib G, Pascazioa V, Sorrisoa A. Bayesian MRI denoising in complex domain. Magnetic Resonance I maging, 2017, 38: 112-122
- [9] Klosowski J, Frahm J. Image denoising for real-time MRI. Magnetic Resonance in Medicine, 2016, 77(3): 1-13
- [10] Deledalle C-A, Denis L, Tupin F, et al. NL-SAR: A unified nonlocal framework for resolution-preserving (Pol) (In)SAR denoising. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(4): 2021-2038
- [11] Baier G, Zhu X X. Region growing based nonlocal filtering for InSAR//Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Milan, Italy, 2015, 4081-4084
- [12] Hao Hong-Xing, Wu Ling-Da, Huang Wei. Denoising of complex valued images by sparse representation. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(2): 264-270(in Chinese)
 (郝红星,吴玲达,黄为.复数图像去嗓算法的稀疏编码实)

(孙红笙, 天玲込, 更万. 复数图像云噪身法的稀疏编码头 现. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(2): 264-270)

- [13] Zhang J, Zhao D, Jiang F, Gao W. Structural group sparse representation for image compressive sensing recovery// Proceedings of the Data Compression Conference (DCC). Snowbird, USA, 2013: 331-340
- [14] Zhang J, Member S, Zhao D, Gao W. Group-based sparse representation for image restoration. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(8): 3336-3351
- [15] Hao Hong-Xing, Wu Ling-Da, Huang Wei. Fast complex valued dictionary learning method for sparse representation. Journal of Software, 2015, 26(8): 1960-1967(in Chinese) (郝红星,吴玲达、黄为. 一种进行稀疏编码的复数数据词典 快速训练方法. 软件学报, 2015, 26(8): 1960-1967)
- [16] Qian K M. Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: principles, applications and implementations. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45(2): 304-317
- [17] Ghiglia D, Pritt M. Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software. Hoboken, USA: Wiley, 1998



HAO Hong-Xing, Ph. D., assistant professor. His research interests include sparse representation of the complex values, denoising of the complex valued images, remote sensing image processing, and so on. WU Ling-Da, Ph. D., professor. Her research interests include construction of the environment in battlefield, modeling and simulation of the information systems, multimedia and virtual reality.

SONG Xiao-Rui, Ph. D. candidate. Her research interests include hyperspectural image processing and radar image processing.

Background

The main research in this paper solves the denoising problem of the complex valued images such as the Interferometric SAR images and the MRI images. The researches to solving the denoising of the complex valued numbers in the world are mainly transfer to the denoising of the real part and the imaginary part separately. In our former research, we proposed a denoising method that processing the complex numbers as a whole part. We have already proposed a denoising method based on the sparse representation and the online complex valued dictionary learning. In the former research in this area, we train the adaptive complex valued dictionary from the noisy complex valued images. The training algorithm is a online method that alternately update the dictionary and sparse coding in one iteration use a set of patches. We also proposed a sparse coding method in the complex domain to do the denoising. But the proposed algorithm earlier neglected the similar information between the patches.

In this paper, we move the former research forward. We propose a denoising method based on the group sparse of the extracted patched. The proposed algorithm can process the complex values and much better results are got than before. In the proposed algorithm described in this paper, the patches are separated into groups and the sparse coding of each group is restricted to have similar coding. In this paper, the positions of the non-zero values in the coding based on the redundant trained dictionary are set to be the same. Since the similarity of the patches is considered, the denoising results are improved.

This research is supported by the basic research project of the national laboratory. The project is mainly on the visualization of the spatial information. The visualization of the spatial information can be used to extract useful rules from them. The denoising of the information is the preprocessing of the visualization. So the denoising is very important area in the visualization.