

多视角彩色图像的十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩

王春鹏 张清华 马宾 夏之秋 李健 李琦

(齐鲁工业大学(山东省科学院) 网络空间安全学院, 济南 250353)

摘要 图像矩具有强大的几何不变性和全局特征描述能力, 是出色的图像特征。近年来, 对于图像矩的研究取得了丰硕的成果。然而传统的图像矩存在诸多问题, 部分图像矩的径向基函数数值不稳定, 严重影响其图像重构性能。另外, 传统的图像矩仅能用来处理灰度图像, 对于当下广泛应用和传播的彩色图像却无能为力。灰度化和子通道处理彩色图像虽然在一定程度上可以让传统的图像矩在处理彩色图像上发挥作用, 但是却破坏了彩色图像的整体性。分数阶矩和超复数矩的引入, 让图像矩的研究进入了新阶段。但是, 目前对于分数阶矩的研究依然不够全面, 一些具有良好性质的传统图像矩的分数阶构造仍未有研究成果。对于超复数矩的挖掘依然不够充分, 更高维度的超复数与图像矩结合可以让图像矩适应更为复杂的应用场景。本文依据切比雪夫-傅里叶矩(Chebyshev-Fourier moments, CHFMs)构造分数阶切比雪夫-傅里叶矩(fractional-order Chebyshev-Fourier moments, FrCHFMs), 有效地解决了 CHFMs 径向基函数存在的数值不稳定性问题。以此为基础, 并结合十六元数理论, 构造出十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩(sedenion fractional-order Chebyshev-Fourier moments, SFrCHFMs), 将超复数矩的应用领域从彩色图像和立体图像拓宽到多视角彩色图像。多视角彩色图像是单部相机通过移动或者多部相机按视差要求布置在一定位置构成相机阵列所拍摄的图像。利用十六元数的虚部可以同时处理多视角彩色图像的所有视角的所有颜色分量, 同时保证各分量之间的关联。通过图像重构实验验证了 SFrCHFMs 对于经过各种攻击的多视角彩色图像具有良好的重构性能。通过零水印实验验证了基于 SFrCHFMs 的零水印方案在面对各种攻击时要优于以往的立体图像零水印方案, 进一步验证了 SFrCHFMs 的稳定性。实验结果表明, 本文所提出的 SFrCHFMs 具有良好的图像重构性能和稳定性。

关键词 十六元数矩; 分数阶矩; 切比雪夫-傅里叶矩; 多视角彩色图像; 图像重构

中图法分类号 TP391

Sedenion fractional-order Chebyshev-Fourier moments for multi-view color images

WANG Chun-Peng ZHANG Qing-Hua MA Bin XIA Zhi-Qiu LI Jian LI Qi

(School of Cyber Security, Qilu University of Technology (Shandong Academy of Sciences), Jinan, 250353)

Abstract Image moments have strong geometric invariance and global feature description capabilities and are excellent image features. In recent years, research on image moments has achieved fruitful results. However, traditional image moments have many problems, and the radial basis functions of some image moments are numerically unstable, which seriously affects their image reconstruction performance. In addition, traditional image moments can only be used to process grayscale images, but they are powerless for color images that are widely used and disseminated today. Although grayscale and sub-channel processing of color images can allow traditional image moments to play a role in processing color images to a certain extent, they destroy the integrity

本课题得到国家自然科学基金(61802212和61872203)、山东省自然科学基金(ZR2019BF017和ZR2020MF054)、国家重点研发计划项目(2021YFC3340600)资助。王春鹏, 博士, 副教授, 中国计算机学会(CCF)会员(D1514M), 主要研究领域为图像处理、多媒体信息安全。E-mail: mpeng1122@163.com。张清华(共同第一作者), 硕士研究生, 主要研究领域为图像处理、数字水印。E-mail: qinghua_zhang@foxmail.com。马宾(通信作者), 博士, 教授, 中国计算机学会(CCF)会员(25004M), 主要研究领域为可逆信息隐藏、多媒体安全和图像处理。E-mail: sddxbm@126.com。夏之秋, 博士, 讲师, 主要研究领域为图像水印、信号处理。E-mail: xzqjsdtc@163.com。李健, 博士, 副教授, 主要研究领域为数字图像与视频取证。E-mail: ljian20@gmail.com。李琦, 博士研究生, 中国计算机学会(CCF)会员(76879G), 主要研究领域为计算机视觉、信息隐藏。E-mail: qluliqu@163.com。

of color images. The introduction of fractional-order moments and hypercomplex moments has brought the research of image moments into a new stage. Fractional-order moments constructed based on traditional integer-order moments can effectively solve the problem of numerical instability of radial basis functions in traditional image moments and improve the reconstruction ability of image moments. The introduction of hypercomplex moments makes image moments adapt to complex application scenarios. Quaternion moments can process the color image as a whole, while ternary moments and octonion moments can process grayscale stereo images and color stereo images, respectively. However, the current research on fractional-order moments is still not comprehensive enough, and there are still no research results on the fractional-order structure of some traditional image moments with good properties. The mining of hypercomplex moments is still not sufficient. The combination of higher-dimensional hypercomplex numbers and image moments can make image moments adapt to more complex application scenarios. Based on the Chebyshev-Fourier moments (CHFMs), this paper proposes the fractional-order Chebyshev-Fourier moments (FrCHFMs) and solves the numerical instability of the radial basis function of CHFMs effectively. On this basis, combined with the sedenion theory, sedenion fractional-order Chebyshev-Fourier moments (SFrCHFMs) are constructed. The application of the hypercomplex moments is extended from color images and stereo images to multi-view color images. Multi-view color images are captured by moving a single camera or arranging multiple cameras in a certain position to form a camera array according to parallax requirements. The imaginary parts of sedenion are used to encode all color components of all views of multi-view color images, thus allowing internal correlations between the components to be preserved. By comparing the radial basis function characteristics of SFrCHFMs with different fractional parameters, the numerical stability of the SFrCHFMs is analyzed. The image reconstruction experiment further verifies the influence of SFrCHFMs with different fractional parameters on the image reconstruction performance, and we obtain the fractional parameters that give SFrCHFMs the best reconstruction performance. Since SFrCHFMs extract the low-frequency features of images and have good stability, and some conventional attacks such as noise attacks and filtering attacks are attacks on image high-frequency information, SFrCHFMs have strong robustness to various conventional attacks. The nature of SFrCHFMs makes them have good geometric invariance and can effectively resist various geometric attacks. The image reconstruction experiment verifies the reconstruction performance of SFrCHFMs for multi-view color images that have undergone various attacks. Through the zero-watermarking experiment, it is concluded that the zero-watermarking scheme based on SFrCHFMs is better than the previous zero-watermarking schemes for stereo images in the face of various attacks, which further verifies the stability of SFrCHFMs. It can be concluded that SFrCHFMs have good image reconstruction ability and stability.

Key words sedenion moments; fractional-order moments; Chebyshev-Fourier moments; multi-view color images; image reconstruction

1 引言

图像矩是一种出色的多畸变不变图像特征,具有强大的几何不变性和全局特征描述能力,一直以来都是图像分析与处理领域的研究热点^[1].近年来对于图像矩的研究取得了丰硕的研究成果.按照其正交性可以划分为非正交矩(non-orthogonal moments)^[1]和正交矩(orthogonal moments),非正交矩在图像分析与处理中发挥了重要作用,但是其基函数是非正交的,因此其存在高度的信息冗余,并且

难以重构原始图像,限制了图像矩在更多应用领域的发展^[2].正交矩的提出有效地解决了以上问题,因其具有良好的图像重构性能,可以有效反映图像矩的精确性,成为了图像矩领域的主要研究方向.正交矩可以划分为离散正交矩(discrete orthogonal moments)^[3-6]和连续正交矩(continuous orthogonal moments),分别以离散函数和连续函数作为基函数.连续正交矩按照其基函数的特点可以进一步划分为基函数定义于笛卡尔坐标系的连续正交矩^[7,8]、基函数定义于笛卡尔坐标系被转化为极坐标系的连续正交矩^[9,10]和基函数定义于极坐标系的连续正交矩.基函数定义于极坐标系的连续正交矩其径向基

函数在单位圆内具备正交性,可以很好地重构原图像,不存在信息冗余,并且具有良好的几何不变性,主要包括泽尔尼克矩(Zernike moments, ZMs)^[11]、伪泽尔尼克矩(pseudo-Zernike moments, PZMs)^[12]、正交傅里叶-梅林矩(orthogonal Fourier-Mellin moments, OFMMs)^[13]、贝塞尔-傅里叶矩(Bessel-Fourier moments, BFM)s)^[14]、指数矩(exponent moments, EMs)^[15]、雅可比-傅里叶矩(Jacobi-Fourier moments, JFMs)^[16]、极谐变换(polar harmonic transforms, PHTs)^[17]、圆谐-傅里叶矩(radial harmonic Fourier moments, RHFMs)^[18]、极谐-傅里叶矩(polar harmonic Fourier moments, PHFs)^[19]和切比雪夫-傅里叶矩(Chebyshev-Fourier moments, CHFs)^[20].

传统的图像矩被限制为整数阶,制约了其稳定性和重构性能的发展.分数阶图像矩的引入有效地解决了这一问题.近年来,大量的分数阶正交矩被提出,主要包括分数阶泽尔尼克矩(fractional-order Zernike moments, FrZMs)^[21]、分数阶正交傅里叶-梅林矩(fractional-order orthogonal Fourier-Mellin moments, FrOFMMs)^[22]、分数阶切比雪夫矩(fractional-order Chebyshev moments, FrCMs)^[23]、分数阶指数矩(fractional-order exponent moments, FrEMs)^[24]、分数阶雅可比-傅里叶矩(fractional-order Jacobi-Fourier moments, FrJFMs)^[25]、分数阶极谐变换(fractional-order polar harmonic transforms, FrPHTs)^[26]、分数阶圆谐-傅里叶矩(fractional-order radial harmonic Fourier moments, FrRHFMs)^[27]和分数阶极谐-傅里叶矩(fractional-order polar harmonic

Fourier moments, FrPHFs)^[28].

以上图像矩都是用于处理平面灰度图像的,超复数理论与矩的结合让图像矩有了更广泛的应用场景,一系列用于处理彩色图像和立体图像的超复数矩被提出.用于处理彩色图像的四元数连续正交矩(quaternion continuous orthogonal moments, QCOMs)主要包括四元数泽尔尼克矩(quaternion Zernike moments, QZMs)^[29]、四元数伪泽尔尼克矩(quaternion pseudo-Zernike moments, QPZMs)^[30]、四元数正交傅里叶-梅林矩(quaternion orthogonal Fourier-Mellin moments, QOFMMs)^[31]、四元数贝塞尔-傅里叶矩(quaternion Bessel-Fourier moments, QBFMs)^[32]、四元数指数矩(quaternion exponential moments, QEMs)^[33]、四元数极谐变换(quaternion polar harmonic transforms, QPHTs)^[34]、四元数圆谐-傅里叶矩(quaternion radial harmonic Fourier moments, QRHFMs)^[35]和四元数极谐-傅里叶矩(quaternion polar harmonic Fourier moments, QPHFs)^[36].用于处理立体图像的超复数矩主要包括三元数圆谐-傅里叶矩(ternary radial harmonic Fourier moments, TRHFMs)^[37]、三元数极谐-傅里叶矩(ternary polar harmonic Fourier moments, TPHFs)^[38]、八元数径向切比雪夫矩(octonion radial Tchebichef moments, ORTMs)^[39].超复数矩可以对彩色图像和立体图像进行整体处理,保证彩色图像各个颜色分量和立体图像各个视角之间的内部关联.对于以上图像矩研究成果的划分可参照表1.

表1 连续正交矩、分数阶矩和超复数矩

类型	成果
连续正交矩	泽尔尼克矩(Zernike moments, ZMs)
	伪泽尔尼克矩(pseudo-Zernike moments, PZMs)
	正交傅里叶-梅林矩(orthogonal Fourier-Mellin moments, OFMMs)
	贝塞尔-傅里叶矩(Bessel-Fourier moments, BFM)s)
	指数矩(exponent moments, EMs)
	雅可比-傅里叶矩(Jacobi-Fourier moments, JFMs)
	极谐变换(polar harmonic transforms, PHTs)
	圆谐-傅里叶矩(radial harmonic Fourier moments, RHFMs)
	极谐-傅里叶矩(polar harmonic Fourier moments, PHFs)
分数阶矩	切比雪夫-傅里叶矩(Chebyshev-Fourier moments, CHFs)
	分数阶泽尔尼克矩(fractional-order Zernike moments, FrZMs)
	分数阶正交傅里叶-梅林矩(fractional-order orthogonal Fourier-Mellin moments, FrOFMMs)
	分数阶切比雪夫矩(fractional-order Chebyshev moments, FrCMs)
	分数阶指数矩(fractional-order exponent moments, FrEMs)
	分数阶雅可比-傅里叶矩(fractional-order Jacobi-Fourier moments, FrJFMs)
超复数矩	分数阶极谐变换(fractional-order polar harmonic transforms, FrPHTs)
	分数阶圆谐-傅里叶矩(fractional-order radial harmonic Fourier moments, FrRHFMs)
	分数阶极谐-傅里叶矩(fractional-order polar harmonic Fourier moments, FrPHFs)
	四元数泽尔尼克矩(quaternion Zernike moments, QZMs)
	四元数伪泽尔尼克矩(quaternion pseudo-Zernike moments, QPZMs)
	四元数正交傅里叶-梅林矩(quaternion orthogonal Fourier-Mellin moments, QOFMMs)
	四元数贝塞尔-傅里叶矩(quaternion Bessel-Fourier moments, QBFMs)
	四元数指数矩(quaternion exponential moments, QEMs)
	四元数极谐变换(quaternion polar harmonic transforms, QPHTs)

四元数圆谐-傅里叶矩(quaternion radial harmonic Fourier moments, QRHFs)
四元数极谐-傅里叶矩(quaternion polar harmonic Fourier moments, QPHFs)
三元数圆谐-傅里叶矩(ternary radial harmonic Fourier moments, TRHFs)
三元数极谐-傅里叶矩(ternary polar harmonic Fourier moments, TPHFs)
八元数径向切比雪夫矩(octonion radial Chebyshev moments, ORTs)

尽管分数阶矩和超复数矩的研究已经取得了许多成果,但是目前对于分数阶矩的研究依然不够全面,一些具有良好性能的矩仍然需要进一步研究。目前对于超复数矩的挖掘不够充分,虽然涌现了大量的四元数矩和一些三元数矩、八元数矩,但是可用于处理多视角彩色图像的更高维度的超复数矩还未有研究成果。本文依据 CHFMs 构造分数阶切比雪夫 - 傅里叶矩 (fractional-order Chebyshev-Fourier moments, FrCHFMs),并结合十六元数理论,构造十六元数分数阶切比雪夫 - 傅里叶矩 (sedenion fractional-order Chebyshev-Fourier moments, SFrCHFMs)。多视角彩色图像是单部相机通过移动或者多部相机按视差要求布置在一定位置构成相机阵列所拍摄的图像,被广泛应用于场景重建和深度估计。SFrCHFMs 可以利用十六元数的虚部编码多视角彩色图像,对多视角彩色图像所有视角的所有颜色分量整体处理,提取多视角彩色图像的整体图像特征,同时保持多视角彩色图像各个视角各个颜色分量之间的关联。由于连续正交矩具有良好的性质,FrCHFMs 有效地解决了 CHFMs 径向基函数存在的数值不稳定性问题,SFrCHFMs 用于计算多视角彩色图像矩,具有良好的稳定性和重构性能。图像重构性能是连续正交矩的重要特征,反映了特征描述的精确性,本文通过图像重构实验验证了 SFrCHFMs 对于经过各种攻击的多视角彩色图像具有良好的重构性能。不修改原图数据的水印被称为零水印,其利用图像的重要特征来构造水印信息,而不需要修改这些特征^[40]。我们将 SFrCHFMs 作为多视角彩色图像的特征构造零水印,并通过各种攻击检验零水印的性能,验证了 SFrCHFMs 的稳定性。

本文的主要贡献如下:

- (1) 依据 CHFMs 构造 FrCHFMs,有效地解决了 CHFMs 径向基函数存在的数值不稳定性问题。
- (2) 基于十六元数理论和 FrCHFMs 构造 SFrCHFMs,详细分析了 SFrCHFMs 的计算与重构过程。

(3) 对比分数参数取不同值时 SFrCHFMs 的图像重构性能,分析具有最佳图像重构性能的 SFrCHFMs 分数参数。

(4) 通过图像重构实验和零水印实验验证了 SFrCHFMs 用于多视角彩色图像处理具有良好的图像重构性能和稳定性。

本文的其他部分介绍了如下内容:第二节介绍 CHFMs、FrCHFMs 和十六元数。第三节介绍 SFrCHFMs,详细分析了 SFrCHFMs 的计算与重构过

程,并从理论上分析 SFrCHFMs 的不变性。第四节将 SFrCHFMs 用于图像重构实验和零水印实验,并详细分析了实验结果。第五节对本文的研究成果进行总结。

2 相关工作

2.1 切比雪夫-傅里叶矩

切比雪夫-傅里叶矩是连续正交矩的一种,具有良好的图像全局特征描述能力和几何不变性^[20]。对于极坐标图像 $f(r, \theta)$,其切比雪夫-傅里叶矩定义如下:

$$C_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) R_n(r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta \quad (1)$$

其中 C_{nm} 为 CHFMs, $n(n \in \mathbb{N})$ 为阶数, $m(m \in \mathbb{Z})$ 为重复度, $R_n(r)$ 为径向基函数:

$$R_n(r) = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{1-r}{r}\right)^{\frac{1}{4}} \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^k \frac{(n-k)!}{k!(n-2k)!} (4r-2)^{n-2k} \quad (2)$$

$R_n(r)$ 在 $0 \leq r \leq 1$ 范围内正交,其正交性关系可以表示为:

$$\int_0^1 R_n(r) R_m(r) r dr = \delta_{nm} \quad (3)$$

其中 δ_{nm} 为克罗内克函数。

CHFMs 的基函数定义为:

$$B_{nm}(r, \theta) = R_n(r) \exp(jm\theta) \quad (4)$$

由角向傅里叶因子 $\exp(jm\theta)$ 共轭的性质和公式(3)中径向基函数的正交性可推得,基函数 $B_{nm}(r, \theta)$ 在单位圆内是正交的,其正交性关系可以表示为:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 B_{nm}(r, \theta) \overline{B_{ml}(r, \theta)} r dr d\theta = 2\pi \delta_{nl} \delta_{ml} \quad (5)$$

其中 $\overline{B_{ml}(r, \theta)}$ 为 $B_{ml}(r, \theta)$ 的共轭, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, 2π 为归一化因子。

由于 CHFMs 的基函数具有正交性,原图像 $f(r, \theta)$ 可以使用 CHFMs 进行重构, $f(r, \theta)$ 的图像重构函数可表示为:

$$f(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_{nm} R_n(r) \exp(jm\theta) \quad (6)$$

2.2 分数阶切比雪夫-傅里叶矩

本节将整数阶 CHFMs 的推广到 FrCHFMs,用

r^t 替代公式(2)中的 r 构造 FrCHFMs 的径向基函数。为了满足径向基函数的正交性, 将多项式 $\sqrt{t}r^{t-1}$ 添加到径向基函数, 构造的 FrCHFMs 的径向基函数定义如下:

$$R_n^t(r) = \sqrt{t}r^{t-1} \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{1-r^t}{r^t} \right)^{\frac{1}{4}} \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^k \frac{(n-k)!}{k!(n-2k)!} (4r^t - 2)^{n-2k} \quad (7)$$

其中分数参数 $t > 0$ 。

FrCHFMs 的定义为:

$$FrC_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) R_n^t(r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta \quad (8)$$

在本文中, 如无特殊说明, 分数参数 $t=1$ 时的 FrCHFMs 的径向基函数与 CHFMs 的径向基函数相同, 即分数参数 $t=1$ 时的 FrCHFMs 等价于 CHFMs。

$R_n^t(r)$ 在 $0 \leq r \leq 1$ 范围内正交, 其正交性关系可以表示为:

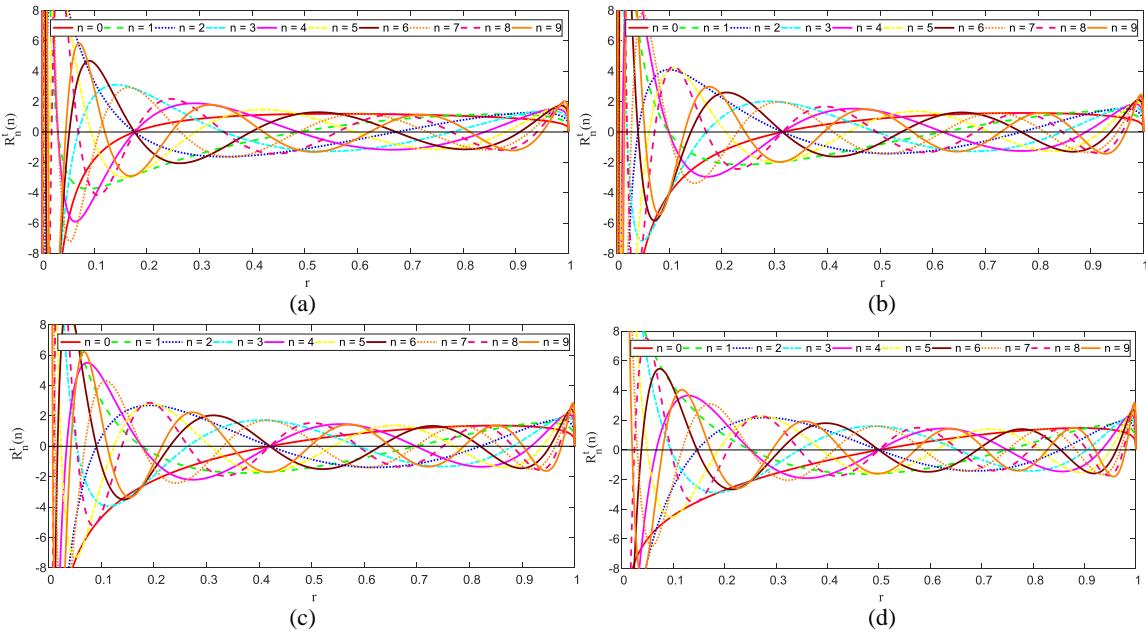
$$\int_0^1 R_n^t(r) R_o^t(r) r dr = \delta_{no} \quad (9)$$

FrCHFMs 的基函数定义为:

$$B'_{nm}(r, \theta) = R_n^t(r) \exp(jm\theta) \quad (10)$$

由角向傅里叶因子共轭的性质和公式(9)中径向基函数的正交性可推得, FrCHFMs 的基函数 $B'_{nm}(r, \theta)$ 在单位圆内是正交的, 其正交性关系可以表示为:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 B'_{nm}(r, \theta) \overline{B'_{ol}(r, \theta)} r dr d\theta = 2\pi \delta_{no} \delta_{ml} \quad (11)$$



其中 $\overline{B'_{ol}(r, \theta)}$ 为 $B'_{ol}(r, \theta)$ 的共轭, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, 2π 为归一化因子。

由于 FrCHFMs 的基函数具有正交性, 原图像 $f(r, \theta)$ 可以使用 FrCHFMs 进行重构, $f(r, \theta)$ 的图像重构函数可表示为:

$$f(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} FrC_{nm} R_n^t(r) \exp(jm\theta) \quad (12)$$

2.3 分数阶切比雪夫-傅里叶矩径向基函数分析

CHFMs 具有良好的图像描述能力, 但是其径向基函数的值在 $r=0$ 附近趋近于无穷, 二重积分的零阶近似计算将导致数值积分误差, 致使其存在数值不稳定问题^[41]。CHFMs 在 $r=0$ 时数值不稳定, 导致其对图像中心的特征描述能力差。而 FrCHFMs 的构造解决了这一问题, 不同分数参数的 FrCHFMs 的径向基函数取值如图 1 所示, 从图 1 中的对比结果可知, 随着分数参数的增大, FrCHFMs 的径向基函数值在 $r=0$ 时越来越接近 0。说明 FrCHFMs 克服了数值不稳定性问题, 可以有效改善 CHFMs 的图像重构性能^[42]。信息抑制问题由径向基函数零点分布不均导致, 表现为对图像某些部分不必要的强调和对其余部分的忽视^[17]。从图 1 中可知, 当分数参数 $t > 2$ 时, FrCHFMs 径向基函数的零点分布不再均匀, 随着分数参数的增大逐渐向 $r=1$ 靠近, 导致图像内切圆边缘的部分信息被过度强调, 而靠近图像中心的部分信息被忽视, 进而影响 FrCHFMs 的图像重构性能。当分数参数在 $t=2$ 附近时, 可以同时解决径向基函数存在的数值不稳定问题和信息抑制问题, 达到最佳的图像重构性能。

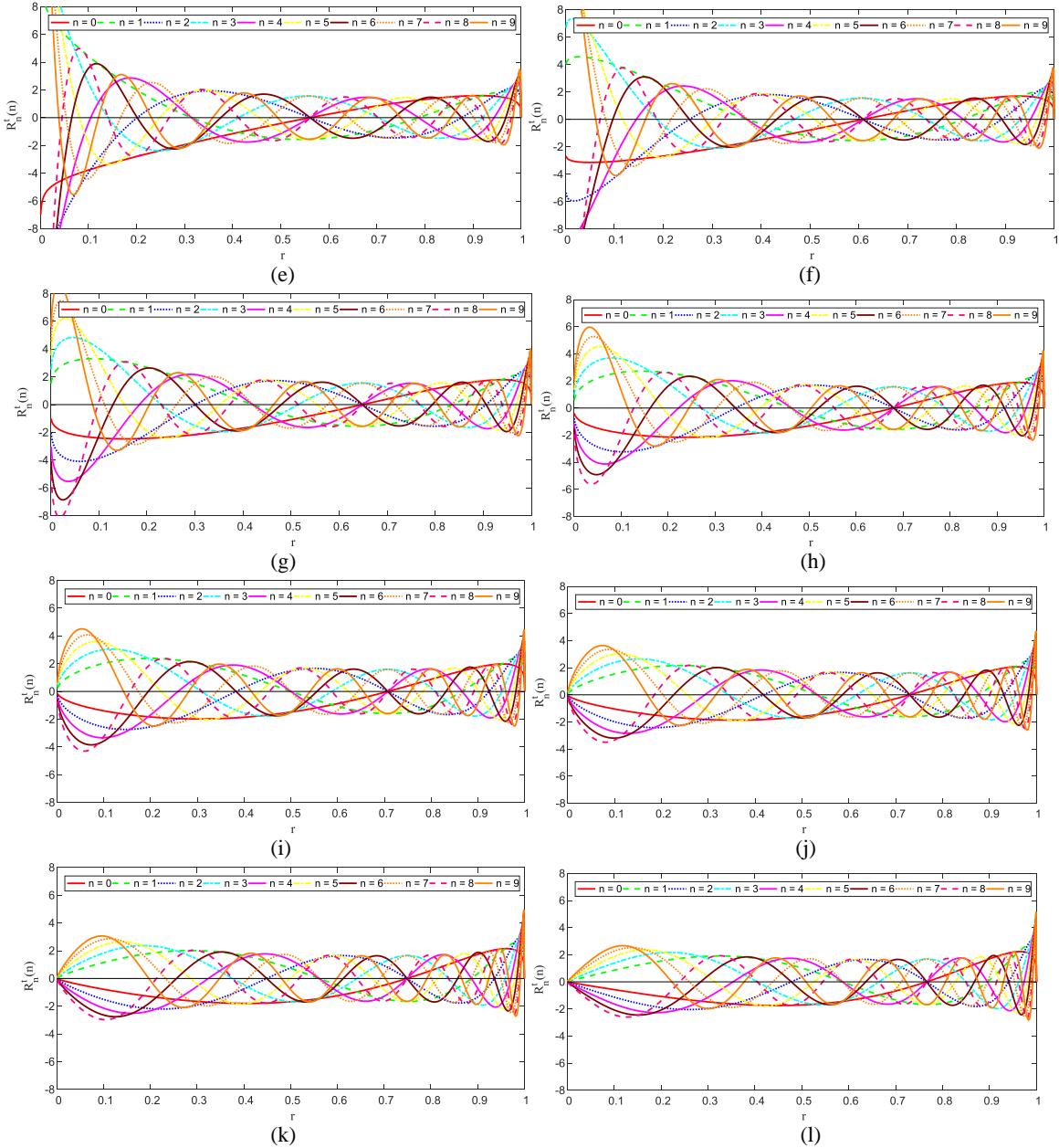


图1 不同分数参数的FrCHFMs的径向基函数值: (a) $t=0.4$; (b) $t=0.6$; (c) $t=0.8$; (d) $t=1$; (e) $t=1.2$; (f) $t=1.4$; (g) $t=1.6$; (h) $t=1.8$; (i) $t=2$; (j) $t=2.2$; (k) $t=2.4$; (l) $t=2.6$

2.4 分数阶切比雪夫-傅里叶矩的计算

由于图像定义在笛卡尔坐标系下,而 FrCHFMs 定义在极坐标下,为了便于计算图像的 FrCHFMs,需要将 FrCHFMs 的计算公式转换为笛卡尔坐标系的形式. 将极坐标 (r, θ) 转换为笛卡尔坐标 (x, y) 的转换公式为:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} r_{x,y} = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta_{x,y} = \arctan \frac{y}{x} \end{cases} \quad (14)$$

笛卡尔坐标与极坐标的积分微元的关系可表示为:

$$dxdy = r dr d\theta \quad (15)$$

由此可以得出 FrCHFMs 在笛卡尔坐标系下的表达式为:

$$FrC_{nm} = \frac{1}{2\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) R'_n(r_{x,y}) \exp(-jm\theta_{x,y}) dxdy \quad (16)$$

在笛卡尔坐标系下计算 FrCHFMs 时, 积分变量的取值范围为 $0 \leq x^2 + y^2 \leq 1$, 而原始图像并不在这一范围内, 所以需要将图像映射到单位圆内以实现 FrCHFMs 的计算. 可以通过选取图像内切圆和外接

圆两种方式将图像映射到单位圆,但这两种方式各有其优缺点.选取图像的内切圆可以保证图像内切圆内的信息不会因为图像的旋转发生变化,为FrCHFMs 抵抗几何攻击创造有利条件,选取图像的外接圆可以保证图像的像素信息不会丢失,保持图像完整性.

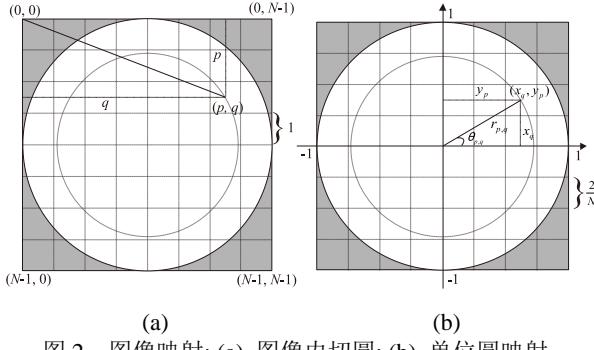


图 2 图像映射: (a) 图像内切圆; (b) 单位圆映射

为了满足 FrCHFMs 的旋转不变性,本文选取图像的内切圆计算.计算大小为 $N \times N$ 的灰度图像 $f(p, q)$ 的 FrCHFMs 时,需要将图像内切圆部分映射到单位圆内,如图 2 所示,计算公式如下:

$$\begin{cases} x_q = \frac{2q - N + 1}{N} \\ y_p = \frac{N - 1 - 2p}{N} \end{cases} \quad (17)$$

其中, $p, q = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1$, (x_q, y_p) 表示区域

$\left[x_q - \frac{\Delta x}{2}, x_q + \frac{\Delta x}{2} \right] \times \left[y_p - \frac{\Delta y}{2}, y_p + \frac{\Delta y}{2} \right]$ 的 中 心 ,

$$\Delta x = \Delta y = \frac{2}{N}.$$

FrCHFMs 的离散求和形式可以表示为:

$$FrC_{nm} = \frac{2}{\pi N^2} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} R_n^t(r_{p,q}) f(p, q) \exp(-jm\theta_{p,q}) \quad (18)$$

$$\text{其中 } r_{p,q} = \sqrt{x_q^2 + y_p^2}, \theta_{p,q} = \arctan \frac{y_p}{x_q}.$$

2.5 十六元数

超复数是复数的扩展,将复数扩展到 16 维所得得到的超复数被称为十六元数^[43].十六元数由一个实部和十五个虚部组成:

$$\begin{aligned} x = & x_0 + x_1 \mathbf{e}_1 + x_2 \mathbf{e}_2 + x_3 \mathbf{e}_3 + x_4 \mathbf{e}_4 + x_5 \mathbf{e}_5 + \\ & x_6 \mathbf{e}_6 + x_7 \mathbf{e}_7 + x_8 \mathbf{e}_8 + x_9 \mathbf{e}_9 + x_{10} \mathbf{e}_{10} + \\ & x_{11} \mathbf{e}_{11} + x_{12} \mathbf{e}_{12} + x_{13} \mathbf{e}_{13} + x_{14} \mathbf{e}_{14} + x_{15} \mathbf{e}_{15} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 x_0, x_2, \dots, x_{15} 是实部, $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{15}$ 是虚数单位.

十六元数的共轭定义为:

$$\begin{aligned} \bar{x} = & x_0 - x_1 \mathbf{e}_1 - x_2 \mathbf{e}_2 - x_3 \mathbf{e}_3 - x_4 \mathbf{e}_4 - x_5 \mathbf{e}_5 - \\ & x_6 \mathbf{e}_6 - x_7 \mathbf{e}_7 - x_8 \mathbf{e}_8 - x_9 \mathbf{e}_9 - x_{10} \mathbf{e}_{10} - \\ & x_{11} \mathbf{e}_{11} - x_{12} \mathbf{e}_{12} - x_{13} \mathbf{e}_{13} - x_{14} \mathbf{e}_{14} - x_{15} \mathbf{e}_{15} \end{aligned} \quad (20)$$

十六元数的范数可以表示为:

$$|x| = \sqrt{x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{15}^2} \quad (21)$$

如果十六元数的实部为 0(即 $x_0 = 0$),那么十六元数 x 被称为纯十六元数.如果十六元数的范数为 1(即 $|x|=1$),那么 x 被称为单位十六元数.

十六元数的乘法规则如表 2 所示,表中给出了行元素乘以列元素所得出的结果.任意两个十六元数 x, y 的乘积不可交换(即 $x \cdot y \neq y \cdot x$),它们共轭的乘积满足 $\overline{x \cdot y} = \bar{y} \cdot \bar{x}$.

表 2 十六元数乘法规则

1	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7	\mathbf{e}_8	\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_{10}	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{14}	\mathbf{e}_{15}	
1	1	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7	\mathbf{e}_8	\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_{10}	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{14}	\mathbf{e}_{15}
\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_1	-1	\mathbf{e}_3	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_5	$-\mathbf{e}_4$	$-\mathbf{e}_7$	\mathbf{e}_6	$-\mathbf{e}_8$	$-\mathbf{e}_{11}$	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_{13}$	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{15}	$-\mathbf{e}_{14}$	
\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_2	$-\mathbf{e}_3$	-1	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7	$-\mathbf{e}_4$	$-\mathbf{e}_5$	\mathbf{e}_{10}	\mathbf{e}_{11}	$-\mathbf{e}_8$	$-\mathbf{e}_9$	$-\mathbf{e}_{14}$	$-\mathbf{e}_{15}$	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}
\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_2	$-\mathbf{e}_1$	-1	\mathbf{e}_7	$-\mathbf{e}_6$	\mathbf{e}_5	$-\mathbf{e}_4$	\mathbf{e}_{11}	$-\mathbf{e}_{10}$	\mathbf{e}_9	$-\mathbf{e}_8$	$-\mathbf{e}_{15}$	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{13}$	\mathbf{e}_{12}
\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_4	$-\mathbf{e}_5$	$-\mathbf{e}_6$	$-\mathbf{e}_7$	-1	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_8$	$-\mathbf{e}_{15}$	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{10}
\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_4	$-\mathbf{e}_7$	\mathbf{e}_6	$-\mathbf{e}_1$	-1	$-\mathbf{e}_3$	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_{13}	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{15}	$-\mathbf{e}_{14}$	\mathbf{e}_9	$-\mathbf{e}_{10}$	\mathbf{e}_{11}
\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7	\mathbf{e}_4	$-\mathbf{e}_5$	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_3	-1	$-\mathbf{e}_1$	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{15}$	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_{11}$	$-\mathbf{e}_8$	\mathbf{e}_9
\mathbf{e}_7	\mathbf{e}_7	$-\mathbf{e}_6$	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_4	$-\mathbf{e}_3$	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_1	-1	\mathbf{e}_{15}	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{13}$	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_9$	$-\mathbf{e}_8$
\mathbf{e}_8	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_9$	$-\mathbf{e}_{10}$	$-\mathbf{e}_{11}$	$-\mathbf{e}_{12}$	$-\mathbf{e}_{13}$	$-\mathbf{e}_{14}$	$-\mathbf{e}_{15}$	-1	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7
\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_{11}$	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_{13}$	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{15}	$-\mathbf{e}_{14}$	$-\mathbf{e}_1$	-1	$-\mathbf{e}_3$	\mathbf{e}_2	$-\mathbf{e}_5$	\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_7	$-\mathbf{e}_6$
\mathbf{e}_{10}	\mathbf{e}_{10}	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_9$	$-\mathbf{e}_{14}$	$-\mathbf{e}_{15}$	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_3	-1	$-\mathbf{e}_1$	$-\mathbf{e}_6$	$-\mathbf{e}_7$	\mathbf{e}_4	\mathbf{e}_5
\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{11}	$-\mathbf{e}_{10}$	\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_{15}$	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{13}$	\mathbf{e}_{12}	$-\mathbf{e}_3$	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_1	-1	$-\mathbf{e}_7$	\mathbf{e}_6	$-\mathbf{e}_5$	\mathbf{e}_4
\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{12}	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{14}	\mathbf{e}_{15}	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_9$	$-\mathbf{e}_{10}$	$-\mathbf{e}_{11}$	$-\mathbf{e}_4$	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_6	\mathbf{e}_7	-1	$-\mathbf{e}_1$	$-\mathbf{e}_2$	$-\mathbf{e}_3$
\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{13}	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{15}	$-\mathbf{e}_{14}$	\mathbf{e}_9	\mathbf{e}_8	\mathbf{e}_{11}	$-\mathbf{e}_{10}$	$-\mathbf{e}_5$	$-\mathbf{e}_4$	\mathbf{e}_7	$-\mathbf{e}_6$	\mathbf{e}_1	-1	\mathbf{e}_3	$-\mathbf{e}_2$
\mathbf{e}_{14}	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{15}$	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{13}	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_{11}$	\mathbf{e}_8	\mathbf{e}_9	$-\mathbf{e}_6$	$-\mathbf{e}_7$	$-\mathbf{e}_4$	\mathbf{e}_5	\mathbf{e}_2	$-\mathbf{e}_3$	-1	\mathbf{e}_1
\mathbf{e}_{15}	\mathbf{e}_{15}	\mathbf{e}_{14}	$-\mathbf{e}_{13}$	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{11}	\mathbf{e}_{10}	$-\mathbf{e}_9$	\mathbf{e}_8	$-\mathbf{e}_7$	\mathbf{e}_6	$-\mathbf{e}_5$	$-\mathbf{e}_4$	\mathbf{e}_3	\mathbf{e}_2	$-\mathbf{e}_1$	-1

3 十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩

3.1 十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩的定义

近年来对于超复数矩的研究已经取得了很多成果,但是无论是用于处理彩色图像的四元数矩^[29-36],还是用于处理立体图像的三元数矩^[37,38,44]和八元数矩^[39]都无法处理包含多个视角的彩色图像。对于多视角彩色图像矩的研究,目前尚未取得令人瞩目的研究成果。为了解决这一问题,本文将十六元数理论引入图像矩的研究。利用十六元数的虚部可以编码多视角彩色图像的所有视角的所有颜色分量,并对所有颜色分量整体处理,保留所有分量之间的内部联系。

十六元数可以表示不多于五视角的多视角彩色图像,本文以五视角彩色图像为例,一组五视角彩色图像 $f^s(r, \theta)$ 可以表示为一组纯十六元数:

$$\begin{aligned} f^s(r, \theta) = & f_{r1}(r, \theta)\mathbf{e}_1 + f_{g1}(r, \theta)\mathbf{e}_2 + f_{b1}(r, \theta)\mathbf{e}_3 + \\ & f_{r2}(r, \theta)\mathbf{e}_4 + f_{g2}(r, \theta)\mathbf{e}_5 + f_{b2}(r, \theta)\mathbf{e}_6 + \\ & f_{r3}(r, \theta)\mathbf{e}_7 + f_{g3}(r, \theta)\mathbf{e}_8 + f_{b3}(r, \theta)\mathbf{e}_9 + \\ & f_{r4}(r, \theta)\mathbf{e}_{10} + f_{g4}(r, \theta)\mathbf{e}_{11} + f_{b4}(r, \theta)\mathbf{e}_{12} + \\ & f_{r5}(r, \theta)\mathbf{e}_{13} + f_{g5}(r, \theta)\mathbf{e}_{14} + f_{b5}(r, \theta)\mathbf{e}_{15} \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $f_{r1}(r, \theta)$, $f_{g1}(r, \theta)$, $f_{b1}(r, \theta)$, ..., $f_{r5}(r, \theta)$, $f_{g5}(r, \theta)$, $f_{b5}(r, \theta)$ 分别代表 $f^s(r, \theta)$ 的第 1 到 5 视角的红色、绿色和蓝色分量。

基于十六元数理论和 FrCHFMs 可以构造 SFrCHFMs,因为十六元数的乘法不满足交换律,而 $f^s(r, \theta)$ 和 $\exp(-\mu m\theta)$ 均为十六元数,所以 SFrCHFMs 的定义方式有两种:

$$SFrC_{nm}^R = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) f^s(r, \theta) \exp(-\mu m\theta) r dr d\theta \quad (23)$$

$$SFrC_{nm}^L = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) \exp(-\mu m\theta) f^s(r, \theta) r dr d\theta \quad (24)$$

其中, $\exp(-\mu m\theta)$ 为角向傅里叶因子 $\exp(\mu m\theta)$ 的共轭, $R'_n(r)$ 为 SFrCHFMs 的径向基函数,具体定义参照公式(7), μ 为单位纯十六元数,可以表示为:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_6 + \mathbf{e}_7 +$$

$$\mathbf{e}_8 + \mathbf{e}_9 + \mathbf{e}_{10} + \mathbf{e}_{11} + \mathbf{e}_{12} + \mathbf{e}_{13} + \mathbf{e}_{14} + \mathbf{e}_{15}) \quad (25)$$

角向傅里叶因子 $\exp(\mu m\theta)$ 在 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 范围内正交:

$$\int_0^{2\pi} \exp(\mu m\theta) \exp(-\mu l\theta) d\theta = 2\pi \delta_{ml} \quad (26)$$

由公式(9)中径向基函数的正交性和公式(26)中角向傅里叶因子的正交性可知, SFrCHFMs 的基函数 $BS'_{nm}(r, \theta) = R'_n(r) \exp(\mu m\theta)$ 在 $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ 范围内正交:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 BS'_{nm}(r, \theta) \overline{BS'_{nl}(r, \theta)} r dr d\theta = 2\pi \delta_{no} \delta_{ml} \quad (27)$$

由于 $\overline{x \cdot y} = \bar{y} \cdot \bar{x}$, 同一多视角彩色图像 $f^s(r, \theta)$ 的右 SFrCHFMs 和左 SFrCHFMs 可以相互推导,其关系可表示为:

$$\begin{aligned} \overline{SFrC_{nm}^R} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) \cdot \overline{f^s(r, \theta)} \cdot \exp(-\mu m\theta) r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) \cdot \overline{\exp(-\mu m\theta)} \cdot \overline{f^s(r, \theta)} r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) \cdot \exp(\mu m\theta) \cdot \overline{f^s(r, \theta)} r dr d\theta \end{aligned} \quad (28)$$

因为 $f^s(r, \theta)$ 是纯十六元数矩阵,则 $\overline{f^s(r, \theta)} = -f^s(r, \theta)$, 所以:

$$\begin{aligned} \overline{SFrC_{nm}^R} &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R'_n(r) \exp(\mu m\theta) f^s(r, \theta) r dr d\theta \\ &= -SFrC_{n,-m}^L \end{aligned} \quad (29)$$

用 $SFrC_{nm}^R$ 和 $SFrC_{nm}^L$ 重构图像的公式可分别表示为:

$$f^s(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R'_n(r) SFrC_{nm}^R \exp(\mu m\theta) \quad (30)$$

$$f^s(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R'_n(r) \exp(\mu m\theta) SFrC_{nm}^L \quad (31)$$

如无特殊说明,在本文中以右 SFrCHFMs 为例展开描述,用 $SFrC_{nm}^R$ 表示。

3.2 十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩的计算

计算 SFrCHFMs 首先需要计算多视角彩色图像每个视角每个颜色分量的 FrCHFMs,然后计算不同颜色分量的 FrCHFMs 的相互关系。通过 SFrCHFMs 处理多视角彩色图像,可以用十六元数虚部与图像各个颜色分量相互对应,对多视角彩色图像整体处理,保留了多视角彩色图像各个视角各个颜色分量之间的关联,增强了多视角彩色图像矩计算的统一性。详细的 SFrCHFMs 计算过程见附录 A。

3.3 十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩的重构

SFrCHFMs 的图像重构性能可以有效地反映其特征描述的精确性。SFrCHFMs 的图像重构是通过重构每个视角的每个分量得到的,用有限个 SFrCHFMs 可以近似重构原始多视角彩色图像。其

中涉及复杂的十六元数计算关系,详细的图像重构过程见附录 B.

3.4 十六元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩的不变性

3.4.1 旋转不变性

SFrCHFs 对多视角彩色图像的旋转不变性可以通过理论推导得出.将多视角彩色图像 $f^s(r, \theta)$ 沿顺时针方向旋转角度 φ 得到 $f_\varphi^s(r, \theta) = f^s(r\theta - \varphi)$, $f^s(r, \theta)$ 与 $f_\varphi^s(r, \theta)$ 的 SFrCHFs 的关系为:

$$\begin{aligned} SFrC_{nm}^R(f_\varphi^s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^r f_\varphi^s(r, \theta) \exp(-\mu m\theta) r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^r f^s(r, \theta - \varphi) \cdot \\ &\quad \exp(-\mu m\theta) r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^r f^s(r, \theta) \cdot \\ &\quad \exp[-\mu m(\theta + \varphi)] r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^r f^s(r, \theta) \cdot \\ &\quad \exp(-\mu m\theta) r dr d\theta \exp(-\mu m\varphi) \\ &= SFrC_{nm}^R(f^s) \exp(-\mu m\varphi) \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $SFrC_{nm}^R(f_\varphi^s)$, $SFrC_{nm}^R(f^s)$ 分别为 f_φ^s , f^s 的 SFrCHFs,对公式(32)取范数可得:

$$\begin{aligned} |SFrC_{nm}^R(f_\varphi^s)| &= |SFrC_{nm}^R(f^s) \exp(-\mu m\varphi)| \\ &= |SFrC_{nm}^R(f^s)| \cdot |\exp(-\mu m\varphi)| \\ &= |SFrC_{nm}^R(f^s)| \end{aligned} \quad (33)$$

由公式(32), (33)可知, SFrCHFs 对多视角彩色图像具有旋转不变性.

3.4.2 缩放不变性

SFrCHFs 对多视角彩色图像的缩放不变性通过将图像映射到单位圆中实现.在计算 SFrCHFs 的过程中,需将多视角彩色图像的每个分量映射到单位圆中.经过缩放的多视角彩色图像在计算 SFrCHFs 时,也需要通过同样的方式映射到单位圆中.图像在缩放变换时,存在差值计算等类似计算,所以经过缩放变换的图像与原始图像在映射到单位圆后,得到的图像函数是相似的.因而 SFrCHFs 对多视角彩色图像具有缩放不变性.

3.4.3 长宽比改变不变性

垂直或水平拉伸图像会改变图像的长宽比.在计算多视角彩色图像的 SFrCHFs 时,需要将大小为 $M \times N$ 的长方形图像预处理为大小为 $(M+N)/2 \times M+N$ 的正方形,并将其映射到内切圆中.在进行预处理和内切圆映射后,得到的多视角彩色图像函数是相似的.因此,SFrCHFs 对于

多视角彩色图像的长宽比改变具有不变性.

3.4.4 剪切不变性

在计算多视角彩色图像 SFrCHFs 的过程中,需要将每个视角的图像映射到内切圆中.当图像四角裁剪比小于 $(2-\sqrt{2})/4$ 时,图像内切圆中的内容不受影响, SFrCHFs 的值保持不变.当裁剪比大于 $(2-\sqrt{2})/4$ 时, SFrCHFs 的值将会发生变化.因此 SFrCHFs 在一定程度上可以抵抗裁剪攻击,具有一定的剪切不变性.

3.4.5 常规攻击不变性

滤波、噪声和 JPEG 压缩等常规攻击主要影响图像的高频区域.在多视角彩色图像零水印构造过程中,我们计算多视角彩色图像的低阶 SFrCHFs,并将计算得到的包含图像信息的十六元数矩阵用于构造零水印.低阶 SFrCHFs 包含图像中大量的低频信息,主要影响高频区域的常规攻击对这些信息影响较小.因此, SFrCHFs 对常规攻击具有不变性.

4 实验结果与分析

本节通过实验验证了 SFrCHFs 的图像重构性能以及其在多视角彩色图像零水印实验的应用.使用 Tanks and Temples 数据集^[45]的全部 21 组大小为 256×256 像素的多视角彩色图像进行实验.图 3 展示的为随机选取的 5 组图像,分别为 Family, Courthouse, Museum, Palace, Playground, 每组选取 5 个视角.

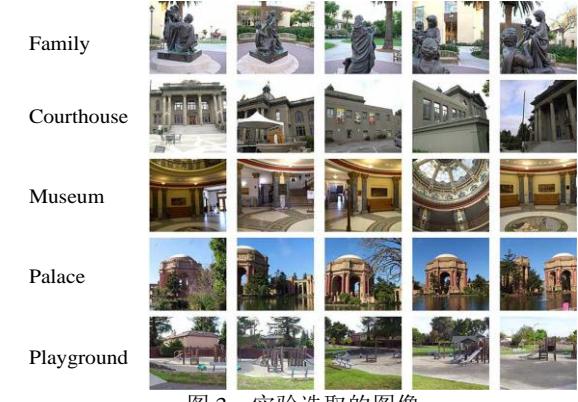


图 3 实验选取的图像

4.1 图像重构实验

图像重构性能是连续正交矩的重要特征,反映了连续正交矩特征描述的精确性.对于多视角彩色图像 $f^s(r, \theta)$,依据附录 A 中的计算公式,可以计算出其 SFrCHFs,依据附录 B 中的公式,可以用有限个 SFrCHFs 近似重构原始多视角彩色图像.本节通过实验分析了不同分数参数不同阶数对 SFrCHFs 重构性能的影响,将 SFrCHFs 与现有的一些超复数矩进行了重构性能对比,将经过不同

攻击的多视角彩色图像进行图像重构实验.通过这些实验验证 SFrCHFMs 的图像重构性能以及对图像特征描述的精确性.

4.1.1 SFrCHFMs 的图像重构

本节通过实验验证 SFrCHFMs 的图像重构性能,实验所选用的图像为 5 个视角的彩色图像,如图 3 所示.由于 SFrCHFMs 的径向基函数存在多个阶乘项,导致其高阶矩的计算较为困难.当选取较高的最大矩阶数时, SFrCHFMs 将无法重构原始多视角彩色图像,所以实验选用的最大矩阶数 $N_{\max} = 10, 20, \dots, 30$, 选取的分数参数 $t = 0.8, 1.0, \dots, 2.4$ 用均方重构误差(mean square reconstruction error, MSRE)^[46] 来度量重构误差.表 3

中展示了不同最大矩阶数的 SFrCHFMs 对 Family 组图像 5 个视角的重构图像,每个重构图像下的数据为重构图像的 MSRE.图 4 表示 21 组图像不同分数参数下 SFrCHFMs 重构图像的平均 MSRE 对比曲线,从表 3 和图 4 中的数据可知, SFrCHFMs 对多视角彩色图像的不同视角的图像重构性能相似,随着最大矩阶数的增加, SFrCHFMs 的图像重构性能逐渐增强.当取不同分数参数时, SFrCHFMs 的图像重构性能出现显著变化,当分数参数在 $t=2$ 附近时, SFrCHFMs 克服了径向基函数的数值不稳定问题和信息抑制问题,相对于取其他分数参数时具有较好的图像重构性能.

表 3 SFrCHFMs 的图像重构性能与最大矩阶数及分数参数的关系

$N_{\max} \setminus t$	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
视角 1									
	0.0446	0.0433	0.0426	0.0421	0.0420	0.0417	0.0416	0.0417	0.0419
	0.0297	0.0291	0.0288	0.0286	0.0284	0.0283	0.0282	0.0283	0.0283
	0.0243	0.0235	0.0233	0.0231	0.0230	0.0227	0.0227	0.0227	0.0227
	0.0232	0.0214	0.0201	0.0195	0.0192	0.0191	0.0192	0.0197	0.0205
视角 2									
	0.0643	0.0627	0.0614	0.0610	0.0605	0.0602	0.0601	0.0600	0.0602
	0.0454	0.0444	0.0440	0.0434	0.0432	0.0431	0.0432	0.0433	0.0434
	0.0388	0.0368	0.0362	0.0358	0.0351	0.0348	0.0347	0.0349	0.0351
	0.0417	0.0376	0.0338	0.0332	0.0319	0.0314	0.0313	0.0318	0.0327
视角 3									
	0.0546	0.0536	0.0529	0.0525	0.0524	0.0522	0.0521	0.0523	0.0525
视角 3									
	0.0351	0.0343	0.0341	0.0336	0.0335	0.0334	0.0335	0.0335	0.0336

	30	30	30	30	30	30	30	30	30
视角 4	0.0293	0.0265	0.0261	0.0254	0.0250	0.0245	0.0246	0.0247	0.0249
40	0.0344	0.0290	0.0240	0.0228	0.0214	0.0208	0.0205	0.0208	0.0215
	10	10	10	10	10	10	10	10	10
视角 4	0.0460	0.0455	0.0452	0.0445	0.0448	0.0449	0.0448	0.0454	0.0462
20	0.0333	0.0308	0.0302	0.0297	0.0289	0.0288	0.0289	0.0291	0.0296
30	0.0389	0.0312	0.0289	0.0275	0.0248	0.0235	0.0232	0.0233	0.0236
40	0.0729	0.0536	0.0356	0.0323	0.0260	0.0224	0.0209	0.0208	0.0216
	10	10	10	10	10	10	10	10	10
视角 5	0.0790	0.0776	0.0776	0.0768	0.0770	0.0769	0.0766	0.0773	0.0784
20	0.0591	0.0574	0.0570	0.0561	0.0557	0.0559	0.0559	0.0562	0.0565
30	0.0567	0.0519	0.0501	0.0486	0.0469	0.0462	0.0460	0.0462	0.0464
40	0.0727	0.0600	0.0483	0.0467	0.0422	0.0402	0.0394	0.0397	0.0405

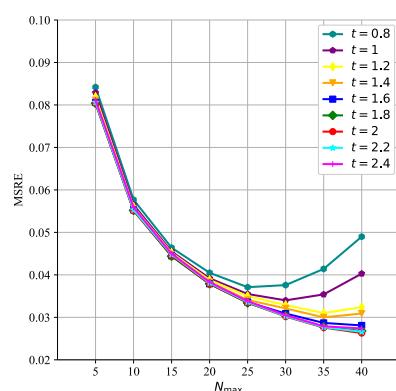


图 4 不同分数参数的 SFrCHFMs 的平均 MSRE 曲线

4.1.2 与其他超复数矩的图像重构性能对比

为了进一步验证 SFrCHFMs 良好的重构性能,本节将 SFrCHFMs 与一些超复数矩进行图像重构性能对比.由于不同的超复数矩用于重构的图像类型

不同,在对比实验中, QZMs, QPZMs, QOFMMs, 四元数分数阶切比雪夫 - 傅里叶矩 (quaternion fractional-order Chebyshev-Fourier moments, QFrCHFMs) 的实验结果为彩色图像的平均 MSRE. TRHFM, TPHFM, 三元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩 (ternary fractional-order Chebyshev-Fourier moments, TFrCHFMs) 的实验结果为立体灰度图像两个视角的平均 MSRE. SFrCHFMs 的实验结果为多视角彩色图像的所有视角的平均 MSRE. SFrCHFMs, QFrCHFMs, TFrCHFMs 选取的分数参数皆为 $t = 2$. 表 4 中展示的是对 Family 组图像的实验结果, 其中 “\” 表示无法重构图像, 图 5 表示不同超复数矩对 21 组图像的平均 MSRE 曲线. 从表中与图中的实验结果可知, 当分数参数 $t = 2$ 时, SFrCHFMs 的图像重构性能与 QFrCHFMs 的重构性能相当, 要优于其他超复数矩.

表 4 不同超复数矩的图像重构性能与最大矩阶数的关系

类型\N _{max}	5	10	15	20	25	30	35	40
QZMs	0.0965	0.0755	0.0620	0.0521	0.0463	0.0419	0.0383	0.0357
QPZMs	0.0883	0.0635	0.0509	0.0436	\	\	\	\
QOFMMs	0.0800	0.0557	0.0453	0.0392	\	\	\	\
QFrCHFMs	0.0804	0.0551	0.0446	0.0379	0.0335	0.0302	0.0276	0.0263
TRHFM	0.1190	0.0890	0.0744	0.0680	0.0620	0.0597	0.0569	0.0556
TPHFM	0.0888	0.0699	0.0623	0.0579	0.0544	0.0520	0.0500	0.0482
TFrCHFM	0.0837	0.0668	0.0604	0.0563	0.0533	0.0514	0.0500	0.0495
SFrCHFM	0.0804	0.0551	0.0446	0.0379	0.0335	0.0302	0.0276	0.0263

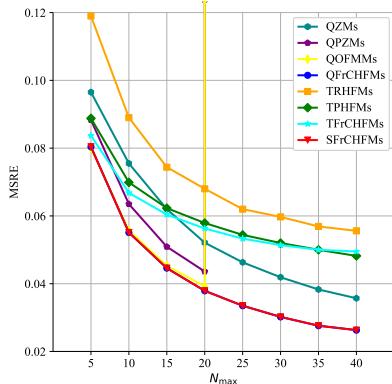


图 5 不同超复数矩对 21 组图像的平均 MSRE 曲线

4.1.3 与其他超复数 FrCHFMs 的计算重构时间对比

假设彩色图像、立体图像和视角数量为 5 的多视角彩色图像的大小为 $M \times M$, 在计算最大矩阶数为 N_{\max} 的 QFrCHFMs、八元数分数阶切比雪夫-傅里叶矩(octonion fractional-order Chebyshev-Fourier moments, OFrCHFMs)和 SFrCHFMs 的过程中, 单幅图像的平均计算 FrCHFMs 次数与时间复杂度如表 5 所示. 由表中的数据可以知, 单幅图像平均计算 FrCHFMs 次数与时间复杂度相同, 所以计算时间理论上大致相同. 在使用最大矩阶数为 N_{\max} 的 QFrCHFMs、OFrCHFMs 和 SFrCHFMs 重构图像的过程中, 单幅图像的平均重构计算次数和时间复杂度如表 5 所示. 由表中的数据可知, 单幅图像平均重构计算时间复杂度相同, 但 SFrCHFMs 的单幅图像平均重构计算次数要少于 QFrCHFMs 和 OFrCHFMs, 理论上重构时间更少.

表 5 不同超复数 FrCHFMs 的计算重构时间对比

类型	计算次数	时间复杂度
QFrCHFMs 计算	$3 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$
OFrCHFMs 计算	$3 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$
SFrCHFMs 计算	$3 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$
QFrCHFMs 重构	$4 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$
OFrCHFMs 重构	$4 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$
SFrCHFMs 重构	$16/5 \times M^2(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$	$O(M^2 N_{\max}^2)$

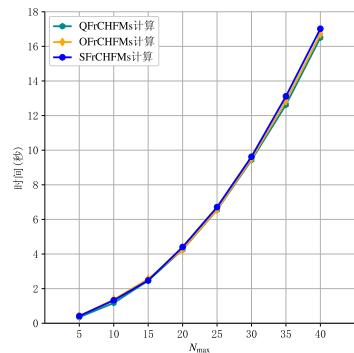


图 6 不同超复数 FrCHFMs 的计算时间对比

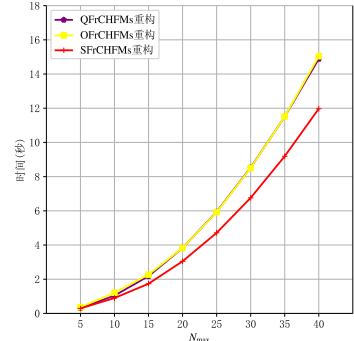


图 7 不同超复数 FrCHFMs 的重构时间对比

本节通过实验比较 SFrCHFMs 和 QFrCHFMs、OFrCHFMs 计算相同阶数的矩以及用相同阶数的矩重构图像的时间.选取 Tanks and Temples 数据集^[45]的全部 21 组大小为 256×256 多视角彩色图像进行实验. 实验所用的电脑主频为 3.40GHz, 内存为 16GB, 操作系统为 Windows 10 专业版, MATLAB 版本为 9.1 版本. 对于 QFrCHFMs 的实验结果为 21 组图像的平均计算与重构时间, 对于 OFrCHFMs 的实验结果为 21 组图像前两个视角的计算与重构时间除以视角数量的平均值, 对于 SFrCHFMs 的实验结果为 21 组图像五个视角的计算与重构时间除以视角数量的平均值. 得到的计算时间曲线如图 6 所示, 重构时间曲线如图 7 所示. 由图 6 中的实验结果可知, 在计算 SFrCHFMs 的过程中, 单幅图像的平均计算时间与 QFrCHFMs、OFrCHFMs 基本一致. 由图 7 中的实验结果可知, SFrCHFMs 的单幅图像的平均重构时间少于 QFrCHFMs 和 OFrCHFMs. 基于以上

实验结果可以得出 SFrCHFMs 相对于 QFrCHFMs 和 OFrCHFMs 具有更好的时间性能。

4.1.4 受攻击后 SFrCHFMs 的图像重构性能

图像经过攻击后,会影响矩的重构性能,本节通过实验对比不同阶数不同分数参数的 SFrCHFMs 对添加不同类型攻击的多视角彩色图像的重构性能。添加的攻击分别为窗口大小为 5×5 的均值滤波和高斯滤波,噪声方差为 0.01 的高斯噪声和噪声密度为 0.01 的椒盐噪声,质量因子为 10 和 50 的 JPEG 压缩

攻击。经过不同攻击后,21 组图像的平均 MSRE 对比曲线如图 8 所示。由对比结果可知,虽然不同攻击对 SFrCHFMs 的图像重构性能有不同的影响,但是经过不同攻击后,MSRE 总体变化趋势没有发生变化。分数参数在 $t = 2$ 附近时 SFrCHFMs 的图像重构性能始终优于分数参数取其他值,并且随着最大矩阶数的增加,重构性能逐渐增强。由此可以得出,SFrCHFMs 对经过攻击的图像依然具有良好的重构性能。

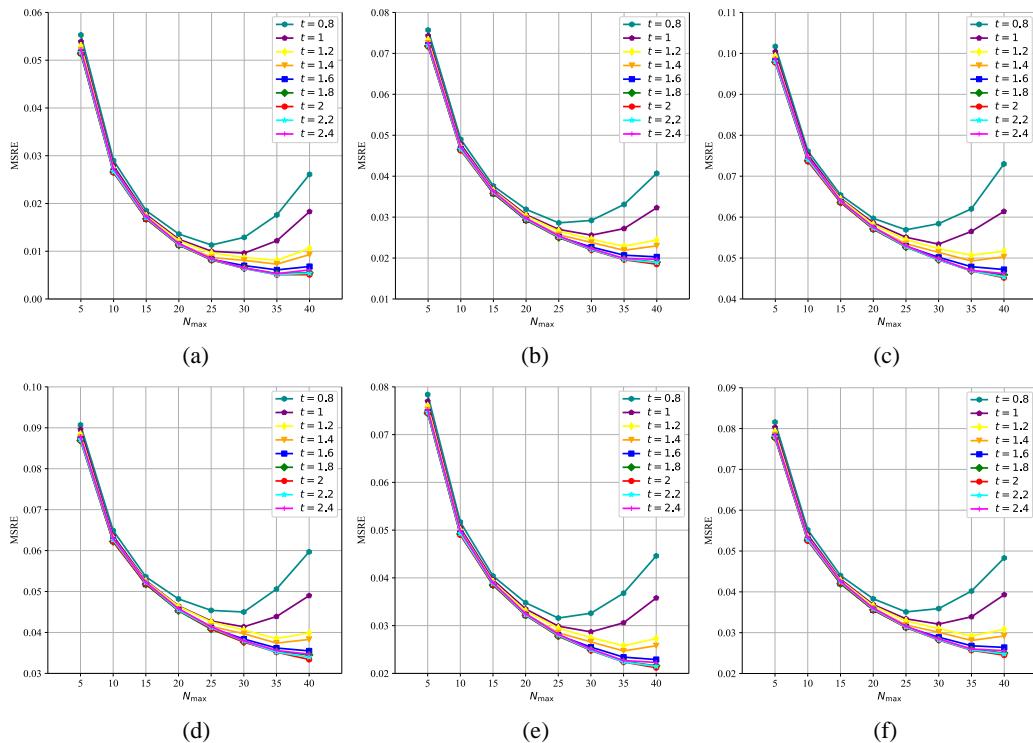


图 8 经过不同攻击后 21 组图像不同分数参数下 SFrCHFMs 的平均 MSRE 曲线: (a) 窗口大小为 5×5 的均值滤波攻击; (b) 窗口大小为 5×5 的高斯滤波攻击; (c) 噪声方差为 0.01 的高斯噪声攻击; (d) 噪声密度为 0.01 的椒盐噪声攻击; (e) 质量因子为 10 的 JPEG 压缩攻击; (f) 质量因子为 50 的 JPEG 压缩攻击

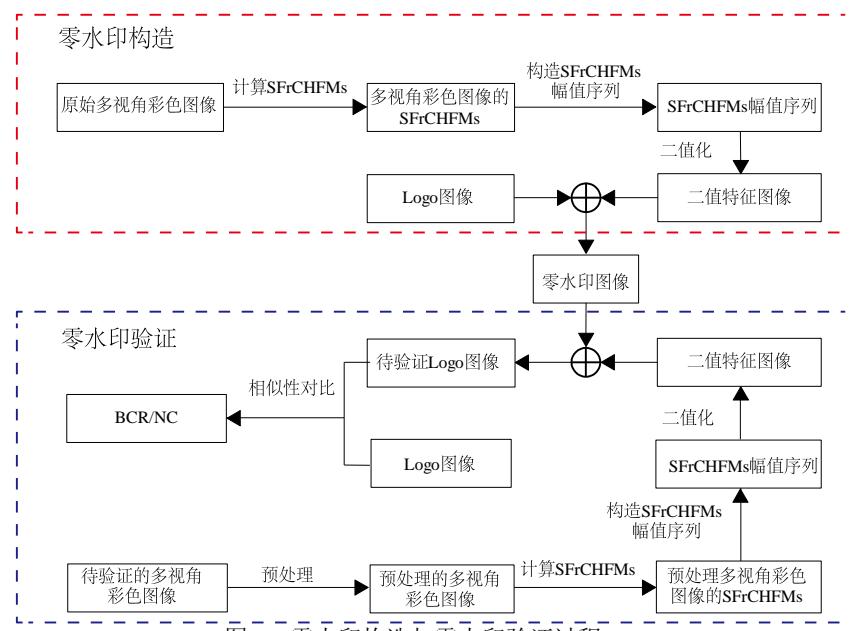


图 9 零水印构造与零水印验证过程

4.2 零水印实验

为了进一步验证多视角彩色图像 SFrCHFMs 的良好性能,本节我们将 SFrCHFMs 应用于多视角彩色图像的零水印算法中.该算法的显著特点是不需要将任何附加信息嵌入到原始图像中,可以有效地保证原始图像的完整性,在对原始图像完整性有极高要求的图像版权保护中发挥了重要意义^[47].本节首先从理论上分析零水印构造和零水印验证过程,流程如图 9 所示.然后通过实验证 SFrCHFMs 应用于零水印算法时抵抗各种常规攻击和几何攻击的稳定性.

4.2.1 零水印构造

零水印构造过程的主要内容是通过计算原始多视角彩色图像的 SFrCHFMs 构造零水印.对于原始多视角彩色图像 $I^s = \{f^s(p, q), 1 \leq p \leq N, 1 \leq q \leq N\}$, 原始二值 Logo 图像 $L = \{l(i, j), 1 \leq i \leq P, 1 \leq j \leq Q\}$, 详细的零水印构造过程如下:

(1) SFrCHFMs 计算

取最大阶数为 N_{\max} , 使用公式(23)计算原始多视角彩色图像 I^s 的 SFrCHFMs, 可以得到 $(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$ 个矩值.

(2) 矩值序列构造

将上述步骤得到的 $(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$ 个矩值复制扩展, 可以得到 $P \times Q$ 个矩值, 通过所得矩值构造长度为 $P \times Q$ 的矩值序列 A .

(3) 二值特征图像的构造

将 A 二值化, 得到二值化矩值序列 A_b :

$$A_b(i) = \begin{cases} 1, & A(i) \geq T \\ 0, & A(i) < T \end{cases} \quad (34)$$

其中, $0 \leq i < P \times Q$, T 为二值化阈值, 此处 T 取 A 的均值.

用二值化矩值序列 A_b 可以生成 P 行 Q 列的二值特征图像 F :

$$F = \{f(i, j), 0 \leq i < P, 0 \leq j < Q\} \quad (35)$$

(4) 零水印图像生成

对 Logo 图像 L 与二值特征图像 F 进行异或计算, 得到零水印图像 W , 异或计算过程可表示为:

$$W = \text{XOR}(L, F) \quad (36)$$

4.2.2 零水印验证

零水印验证过程用于验证待验证多视角彩色图像 I^s 的版权归属. 详细的零水印验证过程如下:

(1) 图像预处理

由于矩值计算仅能处理正方形图像, 若待验证多视角彩色图像 I^s 的每个视角都为 $M \times N$ 的长方形图像, 则需将 I^s 预处理为大小为 $(M + N) / 2 \times M + N$ 的正方形多视角彩色图像

I^s .

(2) SFrCHFMs 计算

取最大阶数为 N_{\max} , 使用公式(23)计算预处理后的多视角彩色图像 I^s 的 SFrCHFMs, 可以得到 $(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$ 个矩值.

(3) 特征矩阵构造

将上述步骤得到的 $(N_{\max} + 1)(2N_{\max} + 1)$ 个矩值复制扩展, 可以得到 $P \times Q$ 个矩值, 通过所得矩值构造长度为 $P \times Q$ 的矩值序列 A' .

(4) 二值特征图像的构造

将 A' 二值化, 得到二值化矩值序列 A'_b :

$$A'_b(i) = \begin{cases} 1, & A'(i) \geq T \\ 0, & A'(i) < T \end{cases} \quad (37)$$

其中, $0 \leq i < P \times Q$, T 为二值化阈值, 此处 T 取 A' 的均值.

用二值化矩值序列 A'_b 可以生成 P 行 Q 列的二值特征图像 F' :

$$F' = \{f'(i, j), 0 \leq i < P, 0 \leq j < Q\} \quad (38)$$

(5) Logo 图像提取

对零水印图像 W 与二值特征图像 F' 进行异或计算, 可以得到待检测的 Logo 图像 L' , 异或计算过程可表示为:

$$L' = \text{XOR}(W, F') \quad (39)$$

(6) 验证图像

使用正码率(bit correct ratio, BCR)^[48]和归一化相关性(normalized correlation, NC)^[49]衡量待检测的 Logo 图像 L' 与原始 Logo 图像 L 的一致性. BCR 与 NC 的定义如下:

$$\text{BCR} = \frac{C}{P \times Q} \quad (40)$$

$$\text{NC} = \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q [l(i, j) \times l'(i, j)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q [l(i, j)]^2}} \quad (41)$$

其中, C 为 L' 与 L 相同的像素数, $P \times Q$ 为 Logo 图像的尺寸, $L = \{l(i, j), 1 \leq i \leq P, 1 \leq j \leq Q\}$ 和 $L' = \{l'(i, j), 1 \leq i \leq P, 1 \leq j \leq Q\}$ 分别为原始 Logo 图像和提取的 Logo 图像.

BCR 和 NC 的均值在 0 到 1 之间, 其值越接近 1, 说明 L' 与 L 越相似, 进而说明算法的鲁棒性越好.

4.2.3 零水印实验分析

本节通过实验证基于 SFrCHFMs 的多视角彩色图像零水印算法的性能, 实验使用的图像为 Tanks and Temples 数据集^[45]的全部 21 组多视角彩色图像, 大小为 256×256 像素, 实验结果展示的图像为随机选取的 5 组. 由于分数参数 $t = 2$ 的 SFrCHFMs 具有

良好的性能,所以本节实验的多视角彩色图像零水印是由分数参数 $t=2$ 的 SFrCHFMs 构造的。水印容量由矩值个数决定,因而水印容量的大小最终取决于计算 SFrCHFMs 的最大矩阶数。为了兼顾多视角彩色图像零水印的计算效率和水印容量,本节实验选取的最大矩阶数 $N_{\max}=10$ 。

(1) 常规攻击的鲁棒性

实验选取的常规攻击方式如表 6 所示,经过常规攻击处理后,5 组选取的多视角彩色图像的 BCR/NC 和 21 组多视角彩色图像的平均 BCR/NC

如表 7 所示。其中 “/” 左侧的数值代表 BCR,右侧的数值代表 NC。SFrCHFMs 所描述的是多视角彩色图像的低频特征,而以上常规攻击对图像高频的攻击强度高,对图像低频的影响较小,所以 SFrCHFMs 可以有效抵抗常规攻击。由实验结果可知,经过 JPEG 压缩、中值滤波、均值滤波、高斯滤波、维纳滤波、高斯噪声、椒盐噪声等攻击之后,BCR/NC 的值均接近于 1。实验证了多视角彩色图像零水印算法对于常规攻击具有良好的鲁棒性,进一步验证了 SFrCHFMs 对于常规攻击的稳定性。

表 6 实验中的常规攻击

攻击方式	参数
JPEG 压缩	质量因子 10, 30, 50, 70
中值滤波	窗口大小 $3 \times 3, 5 \times 5$
均值滤波	窗口大小 $3 \times 3, 5 \times 5$
高斯滤波	窗口大小 $3 \times 3, 5 \times 5$
维纳滤波	窗口大小 $3 \times 3, 5 \times 5$
高斯噪声	噪声方差 0.01, 0.02, 0.03
椒盐噪声	噪声密度 0.01, 0.02, 0.03

表 7 常规攻击下多视角彩色图像零水印的鲁棒性 (BCR/NC) 对比

	Family	Courthouse	Playground	Museum	Palace	均值
JPEG 10	0.9912/0.9837	0.9961/0.9926	0.9922/0.9853	0.9912/0.9836	1.0000/1.0000	0.9947/0.9900
JPEG 30	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9873/0.9765	0.9961/0.9926	0.9975/0.9954
JPEG 50	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9984/0.9970
JPEG 70	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9996/0.9993
中值滤波 3×3	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9863/0.9746	0.9961/0.9927	0.9962/0.9930
中值滤波 5×5	0.9951/0.9909	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9863/0.9746	0.9961/0.9927	0.9942/0.9892
均值滤波 3×3	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000
均值滤波 5×5	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9873/0.9764	1.0000/1.0000	0.9977/0.9956
高斯滤波 3×3	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000
高斯滤波 5×5	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000
维纳滤波 3×3	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000
维纳滤波 5×5	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9912/0.9836	1.0000/1.0000	0.9980/0.9964
高斯噪声 0.01	1.0000/1.0000	0.9922/0.9854	1.0000/1.0000	0.9961/0.9836	1.0000/1.0000	0.9952/0.9911
高斯噪声 0.02	1.0000/1.0000	0.9863/0.9746	0.9961/0.9926	0.9912/0.9836	0.9961/0.9927	0.9931/0.9873
高斯噪声 0.03	0.9834/0.9694	0.9834/0.9692	1.0000/1.0000	0.9863/0.9749	0.9922/0.9854	0.9915/0.9842
椒盐噪声 0.01	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9988/0.9978
椒盐噪声 0.02	0.9922/0.9854	0.9951/0.9908	0.9961/0.9926	0.9922/0.9853	0.9961/0.9926	0.9967/0.9939
椒盐噪声 0.03	0.9961/0.9926	0.9912/0.9835	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9963/0.9932

(2) 几何攻击的鲁棒性

实验选取的几何攻击方式如表 8 所示,经过几何攻击处理后,5 组选取的多视角彩色图像的 BCR/NC 和 21 组多视角彩色图像的平均 BCR/NC 如表 9 所示。由于 SFrCHFMs 具有良好的几何不变性,所以由 SFrCHFMs 构造的多视角彩色图像的零

水印对几何攻击具有良好的鲁棒性。从结果可以得出,经过旋转、缩放、长宽比改变和剪切攻击之后,BCR/NC 的值均接近于 1。实验证了多视角彩色图像零水印算法对于几何攻击具有良好的鲁棒性,进一步验证了 SFrCHFMs 对于几何攻击的稳定性。

表 8 实验中的几何攻击

攻击方式	参数
图像旋转	$5^\circ, 15^\circ, 35^\circ, 45^\circ, 60^\circ$
图像缩放	0.25, 0.5, 1.5, 2, 4
长宽比改变	垂直水平缩放因子 $(0.75, 1), (1, 0.75), (0.5, 1), (1, 0.5), (0.5, 2), (2, 0.5)$
左上角剪切	1/8, 1/16

表9 几何攻击下多视角彩色图像零水印的鲁棒性(BCR/NC)对比

	Family	Courthouse	Playground	Museum	Palace	均值
图像旋转 5°	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9912/0.9836	1.0000/1.0000	0.9992/0.9985
图像旋转 15°	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9951/0.9909	1.0000/1.0000	0.9992/0.9984
图像旋转 25°	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9988/0.9978
图像旋转 45°	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9990/0.9982
图像旋转 60°	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9987/0.9975
图像缩放 0.25	0.9697/0.9446	0.9912/0.9836	0.9873/0.9761	0.9619/0.9299	0.9697/0.9443	0.9819/0.9664
图像缩放 0.5	1.0000/1.0000	0.9912/0.9836	0.9961/0.9926	0.9912/0.9836	0.9961/0.9926	0.9949/0.9904
图像缩放 1.5	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9988/0.9978
图像缩放 2	1.0000/1.0000	0.9922/0.9854	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9984/0.9971
图像缩放 4	1.0000/1.0000	0.9922/0.9854	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9978/0.9959
长宽比改变(0.75, 1)	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9991/0.9983
长宽比改变(1, 0.75)	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9961/0.9926	0.9961/0.9926	0.9987/0.9975
长宽比改变(0.5, 1)	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9912/0.9836	1.0000/1.0000	0.9965/0.9935
长宽比改变(1, 0.5)	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	0.9873/0.9765	1.0000/1.0000	0.9959/0.9923
长宽比改变(0.5, 2)	1.0000/1.0000	0.9922/0.9854	1.0000/1.0000	0.9961/0.9926	1.0000/1.0000	0.9991/0.9983
长宽比改变(2, 0.5)	1.0000/1.0000	0.9922/0.9854	1.0000/1.0000	0.9922/0.9926	1.0000/1.0000	0.9983/0.9968
左上角剪切 1/8	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000
左上角剪切 1/16	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000	1.0000/1.0000

(3) 性能对比

对于多视角彩色图像的零水印的研究,目前并未见到显著的成果.现有的立体图像零水印算法,大都是用来处理灰度二视角图像,并且已有的方案并不多.周等^[50]提出一种基于超混沌离散系统的立体图像视差零水印方案. Shao 等^[13]提出了一种基于正交傅里叶-梅林矩和混沌映射的双图像鲁棒水印方案,可以同时实现了双重图像的版权认证. Wang 等

^[37]提出了一种基于三元数圆谐-傅里叶矩的立体图像零水印方案,可以以整体方式有效地处理立体图像. 基于 SFrCHFs 的多视角彩色图像零水印方案与以上方案平均 BCR 的对比结果如表 10 所示. 由对比结果可知, 基于 SFrCHFs 的多视角彩色图像零水印方案相对于其他方案对于各种常规攻击和几何攻击具有更好的性能, 进一步验证了 SFrCHFs 在面对各种攻击时具有良好的稳定性.

表10 不同零水印方案的平均 BCR 对比

	本方案	方案 [50]	方案 [13]	方案 [37]
JPEG 30	0.9975	0.9258	0.9875	0.9902
JPEG 70	0.9996	0.9427	0.9872	0.9965
中值滤波 3×3	0.9962	0.9666	0.9772	0.9929
高斯滤波 3×3	1.0000	0.9824	0.9835	0.9990
高斯噪声 0.01	0.9952	0.9207	0.9705	0.9800
椒盐噪声 0.03	0.9963	0.9182	0.9641	0.9766
图像旋转 5°	0.9992	0.4984	0.9877	0.9446
图像旋转 45°	0.9990	0.4956	0.8798	0.9487
图像缩放 0.25	0.9819	0.5044	0.9690	0.9841
图像缩放 4	0.9978	0.9685	0.9799	0.9995
左上角剪切 1/8	1.0000	0.9585	1.0000	1.0000
左上角剪切 1/16	1.0000	0.9622	1.0000	1.0000

5 结论

本文依据 CHFs 构造了 FrCHFs,有效地解决了 CHFs 径向基函数存在的数值不稳定性问题.结合十六元数理论,构造了 SFrCHFs,利用十六元数的虚部可以编码多视角彩色图像,对多视角彩色图像所有视角的所有颜色分量整体处理,保持多视角彩色图像各个视角各个颜色分量之间的关联.由于连续正交矩具有良好的性质, SFrCHFs 用于计算多视角彩色图像矩,具有良好的稳定性和重构性能.详细分析了 SFrCHFs 的计算和重构过程,分析

了 SFrCHFs 的不变性.通过实验对比不同分数参数的 FrCHFs 的图像重构性能,以及不同攻击对 SFrCHFs 图像重构性能的影响,得出了让 SFrCHFs 具有最佳稳定性和重构性能的分数参数.通过零水印实验进一步验证了 SFrCHFs 具有良好的稳定性.

尽管 SFrCHFs 在处理多视角彩色图像时具有良好的性能,但是仍然存在一些不足.当选取较高的阶数计算多视角彩色图像的 SFrCHFs 时,将无法重构图像.在未来的工作中,希望通过更深入的分析研究,解决此类问题.

参 考 文 献

- [1] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariants. *IRE Transactions on Information Theory*, 1962, 8(2): 179-187
- [2] Singh C, Singh J. A survey on rotation invariance of orthogonal moments and transforms. *Signal Processing*, 2021, 185: 108086
- [3] Ernawan F, Kabir M N. An improved watermarking technique for copyright protection based on Tchebichef moments. *IEEE Access*, 2019, 7: 151985-152003
- [4] Benouini R, Batioua I, Zenkouar K, et al. Fast and accurate computation of Racah moment invariants for image classification. *Pattern Recognition*, 2019, 91: 100-110
- [5] Xiao B, Luo J, Bi X, et al. Fractional discrete Tchebyshev moments and their applications in image encryption and watermarking. *Information Sciences*, 2020, 516: 545-559
- [6] Yap P T, Paramesran R, Ong S H. Image analysis by Krawtchouk moments. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(11): 1367-1377
- [7] Hosny K M, Khalid A M, Mohamed E R. Efficient compression of volumetric medical images using Legendre moments and differential evolution. *Soft Computing*, 2020, 24: 409-427
- [8] Yang B, Dai M. Image reconstruction from continuous Gaussian-Hermite moments implemented by discrete algorithm. *Pattern Recognition*, 2012, 45(4): 1602-1616
- [9] Ananth raj P, Venkataramana A. Radial Krawtchouk moments for rotational invariant pattern recognition//2007 6th International Conference on Information, Communications and Signal Processing. Singapore, 2007: 1-5
- [10] Xiao B, Wang G, Li W. Radial shifted Legendre moments for image analysis and invariant image recognition. *Image and Vision Computing*, 2014, 32(12): 994-1006
- [11] Zhou B, Duan X, Wei W, et al. An adaptive local descriptor embedding Zernike moments for image matching. *IEEE Access*, 2019, 7: 183971-183984
- [12] Bolourchi P, Moradi M, Demirel H, et al. Ensembles of classifiers for improved SAR image recognition using pseudo Zernike moments. *The Journal of Defense Modeling and Simulation*, 2020, 17(2): 205-211
- [13] Shao Z, Shang Y, Zhang Y, et al. Robust watermarking using orthogonal Fourier-Mellin moments and chaotic map for double images. *Signal Processing*, 2016, 120: 522-531
- [14] Xiao B, Ma J, Wang X. Image analysis by Bessel-Fourier moments. *Pattern Recognition*, 2010, 43(8): 2620-2629
- [15] Hu H, Zhang Y, Shao C, et al. Orthogonal moments based on exponent functions: Exponent-Fourier moments. *Pattern Recognition*, 2014, 47(8): 2596-2606
- [16] Ping Z, Ren H, Zou J, et al. Generic orthogonal moments: Jacobi-Fourier moments for invariant image description. *Pattern Recognition*, 2007, 40(4): 1245-1254
- [17] Yap P T, Jiang X, Chichung Kot A. Two-dimensional polar harmonic transforms for invariant image representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 32(7): 1259-1270
- [18] Wang C, Wang X, Xia Z. Geometrically invariant image watermarking based on fast radial harmonic Fourier moments. *Signal Processing: Image Communication*, 2016, 45: 10-23
- [19] Wang C, Wang X, Xia Z, et al. Image description with polar harmonic Fourier moments. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2020, 30(12): 4440-4452
- [20] Ping Z, Wu R, Sheng Y. Image description with Chebyshev-Fourier moments. *Journal of the Optical Society of America A*, 2002, 19(9): 1748-1754
- [21] Yang Jian-Wei, Jin De-Jun, Lu Zheng-Da. Fractional order Zernike moment. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2017, 29(3): 479-484 (in Chinese)
(杨建伟, 金德君, 卢政大. 分数阶的Zernike矩. 计算机辅助设计与图形学学报, 2017, 29(3): 479-484)
- [22] Zhang H, Li Z, Liu Y. Fractional orthogonal Fourier-Mellin moments for pattern recognition//Chinese Conference on Pattern Recognition. Chengdu, China, 2016: 766-778
- [23] Benouini R, Batioua I, Zenkouar K, et al. Fractional-order orthogonal Chebyshev moments and moment invariants for image representation and pattern recognition. *Pattern Recognition*, 2019, 86: 332-343
- [24] Wang C, Hao Q, Ma B, et al. Fractional-order quaternion exponential moments for color images. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, 400: 126061
- [25] Yang H, Qi S, Tian J, et al. Robust and discriminative image representation: fractional-order Jacobi-Fourier moments. *Pattern Recognition*, 2021, 115: 107898
- [26] Hosny K M, Darwish M M, Aboelenen T. Novel fractional-order polar harmonic transforms for gray-scale and color image analysis. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(4): 2533-2560
- [27] Hosny K M, Darwish M M, Eltoukhy M M. Novel multi-channel fractional-order radial harmonic Fourier moments for color image analysis. *IEEE Access*, 2020, 8: 40732-40743
- [28] Wang C, Gao H, Yang M, et al. Invariant image representation using novel fractional-order polar harmonic Fourier moments. *Sensors*, 2021, 21(4): 1544
- [29] Chen B, Shu H, Zhang H, et al. Quaternion Zernike moments and their invariants for color image analysis and object recognition. *Signal*

- Processing, 2012, 92(2): 308-318
- [30] Chen B, Shu H, Coatrieux G, et al. Color image analysis by quaternion-type moments. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2015, 51: 124-144
- [31] Guo L, Zhu M. Quaternion Fourier-Mellin moments for color images. *Pattern Recognition*, 2011, 44(2): 187-195
- [32] Shao Z, Shu H, Wu J, et al. Quaternion Bessel-Fourier moments and their invariant descriptors for object reconstruction and recognition. *Pattern Recognition*, 2014, 47(2): 603-611
- [33] Wang X, Niu P, Yang H, et al. A new robust color image watermarking using local quaternion exponent moments. *Information Sciences*, 2014, 277: 731-754
- [34] Yang H, Wang X, Niu P, et al. Robust color image watermarking using geometric invariant quaternion polar harmonic transform. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications*, 2015, 11(3): 40
- [35] Wang X, Li W, Yang H, et al. Invariant quaternion radial harmonic Fourier moments for color image retrieval. *Optics & Laser Technology*, 2015, 66: 78-88
- [36] Wang C, Wang X, Li Y, et al. Quaternion polar harmonic Fourier moments for color images. *Information Sciences*, 2018, 450: 141-156
- [37] Wang C, Wang X, Xia Z, et al. Ternary radial harmonic Fourier moments based robust stereo image zero-watermarking algorithm. *Information Sciences*, 2019, 470: 109-120
- [38] Wang Chun-Peng, Wang Xing-Yuan, Zhang Chuan, et al. Stereo image zero-watermarking algorithm based on ternary polar harmonic Fourier moments and chaotic mapping. *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2018, 48(1): 79-99 (in Chinese)
(王春鹏, 王兴元, 张川, 等. 基于三元数极谐-Fourier 矩和混沌映射的立体图像零水印算法. 中国科学: 信息科学, 2018, 48(1): 79-99)
- [39] Yamni M, Karmouni H, Sayouri M, et al. Novel octonion moments for color stereo image analysis. *Digital Signal Processing*, 2021, 108: 102878
- [40] Wen Quan, Sun Tan-Feng, Wang Shu-Xun. Concept and application of zero-watermark. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(2): 214-216 (in Chinese)
(温泉, 孙铁峰, 王树勋. 零水印的概念与应用. 电子学报, 2003, 31(2): 214-216)
- [41] Singh C, Upneja R. A computational model for enhanced accuracy of radial harmonic Fourier moments//*Proceedings of the World Congress on Engineering*. London, UK, 2012: 1189-1194
- [42] Singh C, Upneja R. Error analysis in the computation of orthogonal rotation invariant moments. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2014, 49: 251-271
- [43] Carmody K. Circular and hyperbolic quaternions, octonions, and sedenions. *Applied Mathematics and Computation*, 1988, 28(1): 47-72.
- [44] Wang C, Ma B, Xia Z, et al. Stereoscopic image description with trinion fractional-order continuous orthogonal moments. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2022, 32(4): 1998-2012
- [45] Knapitsch A, Park J, Zhou Q Y, et al. Tanks and temples: Benchmarking large-scale scene reconstruction. *ACM Transactions on Graphics*, 2017, 36(4): 78
- [46] Teh C H, Chin R T. On image analysis by the methods of moments. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1988, 10(4): 496-513
- [47] Xia Z, Wang X, Wang C, et al. Local quaternion polar harmonic Fourier moments-based multiple zero-watermarking scheme for color medical images. *Knowledge-Based Systems*, 2021, 216: 106568
- [48] Xia Z, Wang X, Zhou W, et al. Color medical image lossless watermarking using chaotic system and accurate quaternion polar harmonic transforms. *Signal Processing*, 2019, 157: 108-118
- [49] Hosny K M, Darwish M M, Fouda M M. Robust color images watermarking using new fractional-order exponent moments. *IEEE Access*, 2021, 9: 47425-47435
- [50] Zhou Wu-Jie, Yu Mei, Yu Si-Min, et al. A zero-watermarking algorithm of stereoscopic image based on hyperchaotic system. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(8): 117-126 (in Chinese)
(周武杰, 郁梅, 禹思敏, 等. 一种基于超混沌系统的立体图像零水印算法. 物理学报, 2012, 61(8): 117-126)

附录A SFrCHFs的计算

$$\begin{aligned}
SFrC_{nm}^R &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f^S(r, \theta) \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) [f_{r1}(r, \theta) \mathbf{e}_1 + f_{g1}(r, \theta) \mathbf{e}_2 + f_{b1}(r, \theta) \mathbf{e}_3 + \\
&\quad \cdots + f_{b5}(r, \theta) \mathbf{e}_{15}] \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \\
&= \mathbf{e}_1 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{r1}(r, \theta) \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \right] + \\
&\quad \mathbf{e}_2 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{g1}(r, \theta) \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \right] + \\
&\quad \mathbf{e}_3 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b1}(r, \theta) \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \right] + \cdots + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b5}(r, \theta) \exp(-\mu m \theta) r dr d\theta \right] \\
&= \mathbf{e}_1 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{r1}(r, \theta) \cos(m\theta) r dr d\theta - \right. \\
&\quad \left. \mu \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{r1}(r, \theta) \sin(m\theta) r dr d\theta \right] + \\
&\quad \mathbf{e}_2 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{g1}(r, \theta) \cos(m\theta) r dr d\theta - \right. \\
&\quad \left. \mu \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{g1}(r, \theta) \sin(m\theta) r dr d\theta \right] + \\
&\quad \mathbf{e}_3 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b1}(r, \theta) \cos(m\theta) r dr d\theta - \right. \\
&\quad \left. \mu \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b1}(r, \theta) \sin(m\theta) r dr d\theta \right] + \cdots + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b5}(r, \theta) \cos(m\theta) r dr d\theta - \right. \\
&\quad \left. \mu \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R_n^t(r) f_{b5}(r, \theta) \sin(m\theta) r dr d\theta \right] \\
&= \mathbf{e}_1 [\text{Re}(FrC_{nm}(f_{r1})) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \cdots + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(FrC_{nm}(f_{r1}))] + \\
&\quad \mathbf{e}_2 [\text{Re}(FrC_{nm}(f_{g1})) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \cdots + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(FrC_{nm}(f_{g1}))] + \\
&\quad \mathbf{e}_3 [\text{Re}(FrC_{nm}(f_{b1})) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \cdots + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(FrC_{nm}(f_{b1}))] + \cdots + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} [\text{Re}(FrC_{nm}(f_{b5})) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \cdots + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(FrC_{nm}(f_{b5}))] \\
&= M_{nm}^0 + \mathbf{e}_1 M_{nm}^1 + \mathbf{e}_2 M_{nm}^2 + \mathbf{e}_3 M_{nm}^3 + \mathbf{e}_4 M_{nm}^4 + \mathbf{e}_5 M_{nm}^5 + \\
&\quad \mathbf{e}_6 M_{nm}^6 + \mathbf{e}_7 M_{nm}^7 + \mathbf{e}_8 M_{nm}^8 + \mathbf{e}_9 M_{nm}^9 + \mathbf{e}_{10} M_{nm}^{10} + \\
&\quad \mathbf{e}_{11} M_{nm}^{11} + \mathbf{e}_{12} M_{nm}^{12} + \mathbf{e}_{13} M_{nm}^{13} + \mathbf{e}_{14} M_{nm}^{14} + e_{15} M_{nm}^{15}
\end{aligned} \tag{42}$$

其中

$$\begin{aligned}
M_{nm}^0 &= -\frac{1}{\sqrt{15}} [\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))] \\
M_{nm}^1 &= \text{Re}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) + \frac{1}{\sqrt{15}} [\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))] \\
M_{nm}^2 &= \text{Re}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) + \frac{1}{\sqrt{15}} [-\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))] \\
M_{nm}^3 &= \text{Re}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) + \frac{1}{\sqrt{15}} [\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))] \\
M_{nm}^4 &= \text{Re}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) + \frac{1}{\sqrt{15}} [-\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))] \\
M_{nm}^5 &= \text{Re}(FrC_{nm}^R(f_{g2})) + \frac{1}{\sqrt{15}} [\text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r1})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g1})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b1})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r2})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b2})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g3})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b3})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g4})) + \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b4})) - \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{r5})) + \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{g5})) - \\
&\quad \text{Im}(FrC_{nm}^R(f_{b5}))]
\end{aligned}$$

附录B SFrCHFs的重构

$$\begin{aligned}
f^S(r, \theta) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) SFrC_{nm}^R \exp(\mu m\theta) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) (M_{nm}^0 + \mathbf{e}_1 M_{nm}^1 + \mathbf{e}_2 M_{nm}^2 + \mathbf{L} + \mathbf{e}_{15} M_{nm}^{15}) \cdot \\
&\quad \exp(\mu m\theta) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^0 \exp(\mu m\theta) + \\
&\quad \mathbf{e}_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^1 \exp(\mu m\theta) + \\
&\quad \mathbf{e}_2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^2 \exp(\mu m\theta) + \mathbf{L} + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{15} \exp(\mu m\theta) \\
&= [\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^0 \cos(m\theta) - \\
&\quad \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^0 \sin(m\theta)] + \\
&\quad \mathbf{e}_1 [\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^1 \cos(m\theta) - \\
&\quad \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^1 \sin(m\theta)] + \\
&\quad \mathbf{e}_2 [\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^2 \cos(m\theta) - \\
&\quad \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^2 \sin(m\theta)] + \mathbf{L} + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} [\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{15} \cos(m\theta) - \\
&\quad \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{15} \sin(m\theta)] \\
&= [\text{Re}(MR_{nm}^0) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{L} + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(\text{Re}(MR_{nm}^0))] + \\
&\quad \mathbf{e}_1 [\text{Re}(MR_{nm}^1) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{L} + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(\text{Re}(MR_{nm}^1))] + \\
&\quad \mathbf{e}_2 [\text{Re}(MR_{nm}^2) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{L} + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(\text{Re}(MR_{nm}^2))] + \mathbf{L} + \\
&\quad \mathbf{e}_{15} [\text{Re}(MR_{nm}^{15}) + \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{15}} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{L} + \mathbf{e}_{15}) \text{Im}(\text{Re}(MR_{nm}^{15}))] \\
&= f_0^*(r, \theta) + \mathbf{e}_1 f_{r1}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_2 f_g^*(r, \theta) + \mathbf{e}_3 f_b^*(r, \theta) + \\
&\quad \mathbf{e}_4 f_r^*(r, \theta) + \mathbf{e}_5 f_{g2}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_6 f_b^*(r, \theta) + \mathbf{e}_7 f_{r3}^*(r, \theta) + \\
&\quad \mathbf{e}_8 f_{g3}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_9 f_{b3}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_{10} f_{r4}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_{11} f_{g4}^*(r, \theta) + \\
&\quad \mathbf{e}_{12} f_{b4}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_{13} f_{r5}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_{14} f_{g5}^*(r, \theta) + \mathbf{e}_{15} f_{b5}^*(r, \theta)
\end{aligned} \tag{44}$$

其中

$$f_{r_3}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^7) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{g_3}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^8) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{b_3}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^9) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{r_4}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{10}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{g_4}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{11}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{b_4}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{12}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{r_5}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{13}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{g_5}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{14}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) + \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{15})]$$

$$f_{b_5}^*(r, \theta) = \operatorname{Re}(MR_{nm}^{15}) + \frac{1}{\sqrt{15}}[\operatorname{Im}(MR_{nm}^0) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^1) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^2) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^3) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^4) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^5) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^6) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^7) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^8) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^9) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{10}) - \operatorname{Im}(MR_{nm}^{11}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{12}) + \operatorname{Im}(MR_{nm}^{13}) - \\ \operatorname{Im}(MR_{nm}^{14})]$$
(45)

其中, $f_0^*(r, \theta)$ 为接近于 0 的矩阵, $f_{r_1}^*(r, \theta)$, $f_{g_1}^*(r, \theta)$, $f_{b_1}^*(r, \theta)$, ..., $f_{r_5}^*(r, \theta)$, $f_{g_5}^*(r, \theta)$, $f_{b_5}^*(r, \theta)$ 分别代表多视角彩色图像第 1 到 5 视角的红色、绿色和蓝色分量的重构图像. MR_{nm}^0 , MR_{nm}^1 , MR_{nm}^2 , ..., MR_{nm}^{15} 分别为 M_{nm}^0 , M_{nm}^1 , M_{nm}^2 , ..., M_{nm}^{15} 的重构矩阵, 其关系如下:

$$\begin{aligned} MR_{nm}^0 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^0 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^1 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^1 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^2 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^2 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^3 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^3 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^4 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^4 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^5 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^5 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^6 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^6 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^7 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^7 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^8 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^8 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^9 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^9 \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{10} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{10} \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{11} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{11} \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{12} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{12} \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{13} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{13} \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{14} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{14} \exp(jm\theta) \\ MR_{nm}^{15} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_n^t(r) M_{nm}^{15} \exp(jm\theta) \end{aligned}$$
(46)



WANG Chun-Peng, Ph. D. associate professor. His research mainly includes image processing and multimedia information security.

ZHANG Qing-Hua, M. S. candidate. His research interests mainly include image processing and digital watermarking.

Background

In this paper, a multi-view color image description method based on image moments is studied, which combines the hypercomplex theory and the fractional-order moment theory to construct a fractional-order hypercomplex moment, and applies it to multi-view color images. Basically, it can be seen as the intersection of applied mathematics and computer science.

At present, the research on image moments is mainly concentrated on integer-order moments, and its application fields are also mainly concentrated on grayscale images. In recent years, due to the proposal of fractional-order moments and hypercomplex moments, the research on image moments has entered a new stage. Fractional-order moments constructed based on traditional integer-order moments can effectively solve the problem of numerical instability of radial basis functions in traditional image moments and improve the reconstruction ability of image moments. The introduction of hypercomplex moments makes image moments adapt to complex application scenarios. Quaternion moments can process the color image as a whole, while ternary moments and octonion moments can process grayscale stereo images and color stereo images, respectively. However, the current research on fractional-order moments and hypercomplex numbers is still insufficient. Some traditional image moments with good properties still do not have a fractional-order structure.

MA Bin, Ph. D. professor. His research interests include reversible data hiding, multimedia security, and image processing.

XIA Zhi-Qiu, Ph. D. lecturer. Her research interests mainly include image watermarking and signal processing.

LI Jian, Ph. D. associate professor. His research interests mainly include digital image and video forensics.

LI Qi, Ph. D. candidate. His research interests mainly include computer vision and information hiding.

Previous studies on hypercomplex moments have restricted stereo images to images with only two perspectives, and cannot handle multi-view color images.

Based on the Chebyshev-Fourier moments (CHFMs), this paper proposes the fractional-order Chebyshev-Fourier moments (FrCHFMs) and solves the numerical instability of the radial basis function of CHFMs effectively. On this basis, combined with the sedenion theory, sedenion fractional-order Chebyshev-Fourier moments (SFrCHFMs) are constructed. The application of the hypercomplex moments is extended from color images and stereo images to multi-view color images. The imaginary part of sedenion is used to encode all color components of all views of multi-view color images, thus allowing internal correlations between the components to be preserved. Experiments have verified that SFrCHFMs have good stability and image reconstruction performance.

This work was funded by the National Natural Science Foundation of China (61802212 and 61872203), the Shandong Provincial Natural Science Foundation (ZR2019BF017 and ZR2020MF054), the National Key Research and Development Program of China (2021YFC3340600).